

МОНОГРАФИЯ

БАЗОВЫЙ ПРОЕКТ KLT-RBD

ТОМ II

СТРОГАЯ НЕАССОЦИАТИВНАЯ ПАКЕТНАЯ РЕПЕРНАЯ ГЕОМЕТРИЯ NARG 3.0

Курпишев Иван Борисович

Независимый исследователь · Калининград · 2026

АВТОРСКАЯ АТРИБУЦИЯ

Автор проекта KLT-RBD и NARG; авторская конструкция теоремы Дезарга–Курпишева; математический принцип неопределённости ПН.2 в зафиксированной модельной формулировке; компьютерные алгоритмы KLT; архитектура реперной базы данных. Классические составляющие и prior art атрибутируются их авторам.



Контрольная точка T2-RP-v0.20 · выпуск tom2_v0_20

Каноническая нулевая точка: замороженный Том I v197 RU

Доказательная и юридическая граница: truth_layer_promotion=0

Паспорт выпуска tom2_v0_20

Контрольная точка	T2-RP-v0.20
Статус	Кумулятивная рабочая редакция: v0.1-v0.19 сохранены; глава 23 углублена до large-deviation, risk-sensitive, rare-event, ambiguity и finite-sample package v0.20.
Каноническая нулевая точка	tom1_v197.docx + tom1_v197_ru.pdf; Том I не редактируется и не пересобирается.
Обязательный регламент	tom2_chat_guide_v1.docx, SHA-256 98fab8ceafe9088a385e2cc807bbeda6563c669273f4bd0b64577fb19a2c32ea.
Состав выпуска	Карта источников и правовое досье; master-skeleton 24 глав; слои v0.2-v0.19; LDP/Laplace principles, contraction и Gärtner-Ellis, Freidlin-Wentzell action/quasipotential, Donsker-Varadhan и Feynman-Kac, risk-sensitive semigroups, importance sampling, KL/Wasserstein ambiguity sets и конечновыборочные предсказательные границы.
Форматы	Нативно редактируемый DOCX и поисковый PDF. ZIP/CSV/JSON/HTML не формируются.
Статус-замок	COND, MODEL, COMP, CONJ и PHY-HYP не повышаются без нового доказательства или независимого свидетельства.
Следующая точка	tom2_v0_21: глава 24 - синтез предсказательного оператора, end-to-end theorem, алгоритмический контракт KLT-RBD и итоговая матрица фальсифицируемости Тома II.

Аннотация выпуска

Выпуск tom2_v0_20 является кумулятивным продолжением v0.19 и развивает главу 23 Тома II: large-deviation principles, Laplace/Varadhan и Gärtner-Ellis слои, Freidlin-Wentzell action geometry, Donsker-Varadhan и risk-sensitive semigroups, importance sampling, robust ambiguity sets и конечновыборочную сертификацию редких рисков. Асимптотический показатель не считается конечновыборочной вероятностью без отдельного остаточного или робастного сертификата.

СТАТУС-ЗАМОК

ПН.2 сохраняется как математическая минимаксная теорема внутри явно заданной модели скрытой структурной альтернативы. F-1–F-14 и физические мосты не получают нового статуса. Теорема Дезарга–Курпишева применяется только в перечисленных проективных, полярных и доменных гипотезах. Государственная регистрация программ и баз данных не интерпретируется как подтверждение истинности математических или физических утверждений.

Содержание и маршрут сборки

1. Паспорт и источниковая база v0.1 (сохранённая точка отката)

2. Карта источников и исходный аудит

3. Правовое досье

4. Master-skeleton: 24 главы

5. Карта зависимостей

6. Главы 1–24: паспорта сборки

7. Первичная матрица доказательных обязательств

8. Контрольная точка T2-RP-v0.1; 9-17. Математическое углубление v0.2; 18-23. Ассоциаторная геометрия v0.3; 24-34. Алгебро-геометрическая двойственность v0.4; 35-45. Атласы и глобализация v0.5; 46-57.

Касательные объекты v0.6; 58-69. Связности и голономия v0.7; 70-82. Дифференциальные формы v0.8; 83-99. Минимальный комплекс v0.9; 100-115. Внешний E-мост v0.10; 116-131. Проективизация препятствий v0.11; 132-148. Hodge-Fredholm слой v0.12; 149-166. Деформационные функторы и Кураниши v0.13; 167-193. Wall-crossing и монодромия v0.14; 194-215. Глобальные derived/stacky moduli и predictive carrier v0.15; 216-237. Виртуальные циклы и probability firewall v0.16; 238-264. Категорифицированные motivic/refined invariants, generating series и dynamic firewall v0.17; 265-292. Нелинейные эволюции, transfer/path-space и temporal interface v0.18; 293-328. Stochastic semigroups, martingale problems, stopping/control/causal firewall v0.19; 329-370. Large deviations, risk-sensitive semigroups, rare-event geometry, robust ambiguity и finite-sample certification v0.20.

Примечание: выпуск v0.20 является кумулятивным. Материалы v0.1-v0.19 сохранены как точки отката. Новый строгий текст различает large-deviation exponent, finite-n probability bound, robust worst-case risk и exact impossibility. Редкое событие, малый риск, положительная action barrier и отсутствие наблюдаемых попаданий не получают статуса невозможности без отдельного сертификата.

Карта источников и исходный аудит

ОНТОЛОГИЯ	Источник в Томе II понимается как объект с происхождением, версией и пределом применимости. Новая геометрия не может опираться на бесформенную папку файлов, где свежая дата копирования притворяется научной актуальностью.
ГНОСЕОЛОГИЯ	Иерархия P0–P5 задаёт порядок разрешения конфликтов. Чем выше источник, тем меньшую свободу имеет редактор: P0 импортируется, P1 цитируется буквально, P5 всегда маркируется как реконструкция.
ФЕНОМЕНОЛОГИЯ	Карта источников позволяет читателю видеть не только цитату, но и маршрут от документа к формуле, от формулы к главе и от главы к доказательному обязательству.
ГРАНИЦА	Ни один внутренний файл не становится первичным историческим источником для классической математики. Ни один внешний источник не подменяет авторскую историю проекта.

Рисунок 1. Иерархия источников P0–P5 и правило разрешения конфликтов.

P0: проверка канонической пары Тома I

DOCX	tom1_v197.docx · 50 777 116 байт · SHA-256 a6b3e26daca35a7ffca14b5baa87d6c47711c167606904b b04b02841062a3518
PDF	tom1_v197_ru.pdf · 264 страницы · SHA-256 5a2021c02428e3e395fe81e029c46cd26b4a0e06ceb7dbf c89befddffd84a7d8
Структурная сверка	Контрольная конверсия DOCX дала 264 страницы, что совпадает с PDF.
Редакционный дефект источника	Базовый 235-страничный корпус DOCX содержит встроенные страничные изображения; PDF имеет поисковый текст. Том II строится нативным текстом и не наследует этот дефект.
Правило импорта	Определения и формулы адресуются по стабильным ID/исходным страницам v197; расхождения фиксируются в change ledger.

Реестр внутренних источников первого круга

P	Файл/корпус	Роль	Статус	Контроль
P0	tom1_v197.docx	Канонический редактируемый интерфейс	Проверен	a6b3e26d...
P0	tom1_v197_ru.pdf	Контрольный оттиск, 264 с.	Проверен	5a2021c0...
P0	tom2_chat_guide_v1.docx	Обязательный регламент T2	Принят	98fab8ce...
P1	rbd22.pdf	Свидетельство БД KLT-RBD v2.2	Проверен	локальная копия
P1	evmcert.pdf	Свидетельство	Проверен	локальная копия

Р	Файл/корпус	Роль	Статус	Контроль
		программы KLT		
P1	6612237_540.xml	Фактически карта сайта, не регистрационный XML	Переклассифицирован	f94b89e3...
P2	main_SIGMA_freeze.tex	Каноническая журнальная NAPG-линия	К изучению	e321aab8...
P2	SIGMA submission bundle	Публикационный корпус	Архив проверен	d6f9a550...
P2	monographiaNAPG.docx	Ранний редактируемый корпус NAPG	Исторический	ba675fba...
P2	axiomatic packet geometry	Аксиоматический пакет	Архив проверен	de2aadde...
P2	Desargues–Kurpishev source	Теоремный пакет	Архив проверен	b7a03cc4...
P2	PILOT01_PREPRINT_RU_FINAL.pdf	FCOC/Fano barrier, 10 с.	Проверен	9e1606df...
P3	monograph5_0_ru.pdf	Исторический слой NAPG/KLT, 113 с.	Проверен	ea84bab1...
P3	v32_v196cc.pdf	Большой исторический корпус, 4718 с.	Навигационный	15307676...
P2	KLT_4_14_CHECKED_BUILD.zip	Программный свидетельный пакет	Архив проверен	5d48e7ce...
P2	KLT5_1_FLUTTER_SDK_PACKAGE.zip	SDK-пакет	Архив проверен	d373e55b...
P2	interdisciplinary atlas v2.1	Реперный атлас	Архив проверен	4e4c032a...
P2	RBD schema extension	Схема импорта реальных данных	Архив проверен	406632a1...

Внешние первичные источники: стартовая карта

Источник	Работа	Доступ	Роль в Томе II	Идентификатор
Дезарг, 1639	Brouillon project d'une atteinte aux événements des rencontres du cône avec un plan	Gallica, факсимиле	Классическая проективная конфигурация; изображение не копируется без необходимости.	https://gallica.bnf.fr/ark:/12148/bpt6k105096b
Гильберт, 1899/1902	Foundations of Geometry	Project Gutenberg / public domain	Аксиомы инцидентности, порядка, конгруэнтности, параллельности, непрерывности.	https://www.gutenberg.org/ebooks/17384
Клейн, Erlangen Program	Vergleichende Betrachtungen...	Project Gutenberg / Springer record	Геометрия как теория инвариантов группы преобразований.	https://www.gutenberg.org/ebooks/11207
Veblen–Young	Projective Geometry	University of Michigan / public domain scan	Классическая аксиоматика проективной геометрии.	https://quod.lib.umich.edu/u/umhistmath/ACV3235.0001.001
Eilenberg–Mac Lane, 1945	General Theory of Natural Equivalences	Transactions AMS; DOI	Категории, функторы, естественные преобразования.	https://doi.org/10.1090/S0002-9947-1945-0013131-6
Gerstenhaber, 1964	On the Deformation of Rings and Algebras	Annals of Mathematics / JSTOR	Классическая теория деформаций алгебр.	https://www.jstor.org/stable/1970484
Akivis, 1976	Local algebras of a multidimensional three-web	Siberian Math. Journal; DOI	Akivis-алгебры и неассоциативные локальные структуры.	https://doi.org/10.1007/BF00969285
Sabinin, 1999	Smooth Quasigroups and Loops	Springer; DOI	Неассоциативная геометрия гладких квазигрупп и луп.	https://doi.org/10.1007/978-94-011-4491-9

Источник	Работа	Доступ	Роль в Томе II	Идентификатор
Hodge, 1941/1952	The Theory and Applications of Harmonic Integrals	Cambridge University Press	Hodge-теория; используется через определения и цитирование, без копирования рисунков.	https://www.cambridge.org/core/books/the-theory-and-applications-of-harmonic-integrals/
Yau, 1978	On the Ricci curvature of a compact Kähler manifold...	Communications on Pure and Applied Mathematics; DOI	Calabi conjecture / CY-ветвь при точных гипотезах.	https://doi.org/10.1002/cpa.3160310304

ЛИЦЕНЗИОННАЯ ДИСЦИПЛИНА

В выпуске v0.1 используются оригинальные схемы, построенные для монографии, и факсимиле правовых документов, относящихся к автору проекта. Рисунки из современных монографий и статей не копируются. Для классических public-domain источников допускается будущая репродукция после фиксации точной лицензии и библиографической подписи.

Правовое досье: подтверждённые объекты и границы вывода

ОНТОЛОГИЯ	Правовой документ существует в собственной онтологии: он удостоверяет запись об объекте охраны, авторе и правообладателе, но не превращается в математическое доказательство.
ГНОСЕОЛОГИЯ	Юридическое знание извлекается только из официального свидетельства, выписки или реестровой карточки. Пересказ по памяти исключён, потому что человеческая память особенно смела именно там, где нужен номер заявления.
ФЕНОМЕНОЛОГИЯ	Факсимиле позволяет читателю проверить реквизиты визуально, а текстовая карточка делает их доступными для поиска и цитирования.
ГРАНИЦА	Формулы «Роспатент доказал теорему» и «регистрация подтверждает физическую фундаментальность» не используются.

Объект	Точное название	Вид	Номер	Даты/заявка	Автор/правообладатель	Статус	Источник
База данных	«Реперная база данных KLT-RBD v2.2»	База данных	№ 2026622733	Заявка № 2026622532; поступление 22.05.2026; гос. регистрация 10.06.2026	Курпишев Иван Борисович	Зарегистрировано	rbd22.pdf
Программа для ЭВМ	«Способ структурного и содержательно го анализа информации и баз данных методом Курпишева: приведением к проективно-гармоническому кросс-соотношению с использованием реперной базы данных»	Программа для ЭВМ	№ 2026665126	Заявка № 2026664029; поступление 07.05.2026; гос. регистрация 21.05.2026	Курпишев Иван Борисович	Зарегистрировано	evmcert.pdf
Текстовое произведение	«KLT-RBD KURPISHEV LAMBDA-TRUTH»	Регистрация в RCIS	0104-231-812	Дата регистрации 26.05.2026	Курпишев Иван Борисович	Отдельная система регистрации; не свидетельство Роспатента	карточка RCIS
NAPG	Неассоциативная пакетная реперная геометрия	Научная авторская конструкция	—	Отдельный подтверждающий документ госрегистрации в текущем корпусе не найден	Курпишев Иван Борисович	Авторская атрибуция; юридический статус не расширяется	OPEN LEGAL-01
Теорема Дезарга–Курпишева	Авторская конструкция и теоремный пакет	Научный результат	—	Не отождествляется с зарегистрированной программой или БД	Курпишев Иван Борисович	Статус зависит от доказательной редакции и гипотез	OPEN LEGAL-02
ПН.2	Математический принцип неопределённости Курпишева	Математическая модель/теорема	—	Физические гипотезы требуют независимой проверки	Курпишев Иван Борисович	Математический статус по канону; не юридическое удостоверение истинности	OPEN LEGAL-03

КОРРЕКЦИЯ ИСТОЧНИКА 6612237_540.xml

Объект	Точное название	Вид	Номер	Даты/заявка	Автор/ правообладатель	Статус	Источник
Файл 6612237_540.xml разобран как XML-карта сайта <urlset> с URL-адресами kurpishev.com. Он не содержит карточки государственного реестра и не используется для заполнения регистрационных реквизитов. До получения официального регистрационного XML данная позиция остаётся blocker LEGAL-XML-01.							

РОССИЙСКАЯ ФЕДЕРАЦИЯ



СВИДЕТЕЛЬСТВО

о государственной регистрации базы данных

№ 2026622733

Реперная база данных KLT-RBD v2.2

Правообладатель: *Курпишев Иван Борисович (RU)*

Автор(ы): *Курпишев Иван Борисович (RU)*



Заявка № 2026622532

Дата поступления 22 мая 2026 г.

Дата государственной регистрации
в Реестре баз данных 10 июня 2026 г.

Руководитель Федеральной службы
по интеллектуальной собственности

документ подписан электронной подписью
Сертификат 00a570e47ad08d531b4b8818e75f29506
Владелец *Зубов Юрий Сергеевич*
действителен с 04.03.2025 по 28.11.2026

Ю.С. Зубов

Рисунок 2. Факсимиле свидетельства о государственной регистрации базы данных № 2026622733.



Рисунок 3. Факсимиле свидетельства о государственной регистрации программы для ЭВМ № 2026665126.

Master-skeleton Тома II: 24 главы

АРХИТЕКТУРА ВЫПУСКА

Нумерация глав фиксирована мастер-инструкцией. Выпуск v0.1 создаёт для каждой главы паспорт сборки, а не имитирует окончательный текст. В каждом паспорте определены цель, формальный выход, канонические входы, зависимости и первые доказательные обязательства.

Гл.	Название	Минимальный результат v1.0	Канонические входы	PO	Зависимости
1	Интерфейс с Томом I и границы предмета	Карта импорта, интерфейсные определения, таблица «включено/исключено», журнал расхождений.	PO: Том I v197 RU; мастер-инструкция T2-START-v0.1.	T2-PO-001, T2-PO-002	Гл. 2, 3, 12, 13
2	Замороженный реестр обозначений	NOTATION LEDGER, типовой словарь Dom/Cod, регламент добавления символов.	Гл. 1; §§26.36, 52.9–52.18 Тома I.	T2-PO-003, T2-PO-004	Все главы
3	Категория NAPG, объекты, морфизмы и области определения	Определения объектов и стрелок, тождества, композиция, контрмодели типовых ошибок.	Гл. 1–2; Definition Core NAPG.	T2-PO-005, T2-PO-006	Гл. 4–9, 12–16
4	Градуированная алгебра $(\mathbb{K}, \cdot, \star, \odot, \flat)$	Аксиоматика, области операции, непрерывность/линейность по выбранной модели.	Гл. 2–3.	T2-PO-007, T2-PO-008	Гл. 5–6, 10–16
5	Ассоциатор, $R \star R$, ядра, центры и инварианты	$\text{Ass}_\odot$, $R \star R$, nucleus/centers, явные тройки, структурные координаты.	Гл. 4; Том I, гл. 26–27.	T2-PO-009, T2-PO-010	Гл. 6, 9, 14, 16, 20
6	Пакетно-реперная алгебро-геометрическая двойственность	Пара функторов/псевдофункторов, единицы/коединицы или точная более слабая структура.	Гл. 3–5.	T2-PO-011, T2-PO-012	Гл. 7–9, 17–18
7	Атласы, расслоения и пакетные многообразия	Атлас, сосусле-условия, стратификация, пакетное расслоение, примеры.	Гл. 3, 6.	T2-PO-013, T2-PO-014	Гл. 8–11, 17–18
8	Касательные и кокасательные объекты	Деривации, касательные модули/конусы, дуальные объекты, предел гладкости.	Гл. 4, 7.	T2-PO-015, T2-PO-016	Гл. 9–11, 15–16
9	Связности, кривизна, голономия и ассоциаторная кривизна	Связность, транспорт, кривизна, голономия; условный мост к $\text{Ass}_\odot$ с обязательствами.	Гл. 5, 7–8.	T2-PO-017, T2-PO-018	Гл. 10–11, 14, 20
10	Дифференциальные формы и типизированные дифференциалы	$\Omega^\bullet$ NAPG, d/δ по каждому слою, правила знаков и композиции.	Гл. 7–9.	T2-PO-019, T2-PO-020	Гл. 11–16, 18
11	Hodge-слой, δ _Hdg и Δ _Hdg	$\star$ _Hdg, δ _Hdg, Δ _Hdg, граничные условия, теоремы/условные результаты.	Гл. 7–10.	T2-PO-021, T2-PO-022	Гл. 13, 18, 20
12	Внутренний минимальный комплекс $C_{\min}^\bullet$, $\delta_{\min}$ и $\Theta_{\min}$	Трёхчленный комплекс, вычисление H^3 , каноничность и естественность.	Гл. 2–5, 10; Том I §§52.9–52.18.	T2-PO-023, T2-PO-024	Гл. 13–16, 19–20
13	Внешний E-слой и отображение Π_E	$B1$ – $B8$, J^2/J^3 , $H^3(J)$, Π_E , условия детекции и независимости выбора.	Гл. 10–12.	T2-PO-025, T2-PO-026	Гл. 14–16, 18, 20
14	Пространства	Диаграмма	Гл. 5, 9, 12–13.	T2-PO-027, T2-PO-028	Гл. 15–16, 19–20

Гл.	Название	Минимальный результат v1.0	Канонические входы	PO	Зависимости
	препятствий и проектирование	факторизации, ядра/образы, критерии потери информации, контрпримеры.			
15	Относительные и редуцированные когомологии	H^2_{red}, O^3_{red} , functoriality, relation to internal carrier.	Гл. 3–4, 10, 12–14.	T2-PO-029, T2-PO-030	Гл. 16, 18, 20
16	Деформации, модульные пространства и препятствия	Тангенциальный класс, уравнение Маурера–Картана или его NAPG-аналог, первичные/высшие препятствия.	Гл. 4–5, 12–15.	T2-PO-031, T2-PO-032	Гл. 18, 20–22
17	Редукции Гильберта и Клейна	Теоремы редукции, группы преобразований, инварианты, обратные ограничения.	Гл. 3, 6–7.	T2-PO-033, T2-PO-034	Гл. 18–20, 23
18	Комплексная, кэлэрова и Calabi–Yau-ветви	J, ω, g, Ω , integrability, Hodge/Laplacian bridges; точные Dom.	Гл. 7–11, 13, 16–17.	T2-PO-035, T2-PO-036	Гл. 20–23
19	Fano barrier и конечные проективные носители	$P(O_B)$, identification axioms, условная Fano carrier theorem, отрицательные примеры.	Гл. 12–15, 17.	T2-PO-037, T2-PO-038	Гл. 20–23
20	Модели, контрпримеры и вычислительные сертификаты	Ассоциативные/неассоциативные модели, точные вычисления, сертификаты и граничные случаи.	Гл. 4–19.	T2-PO-039, T2-PO-040	Гл. 21–24
21	Реестр теорем и граф зависимостей	Theorem ledger, dependency DAG, stable IDs, backward trace to sources.	Гл. 1–20.	T2-PO-041, T2-PO-042	Гл. 22–24
22	Доказательные обязательства и открытые задачи	PO matrix, blockers, next actions, gates, критерии закрытия и отката.	Гл. 1–21.	T2-PO-043, T2-PO-044	Гл. 23–24
23	Prior art и граница авторской новизны	Source map, attribution matrix, novelty claims with evidence level, legal boundary.	Гл. 1–22; внешние первичные источники.	T2-PO-045, T2-PO-046	Гл. 24
24	Приложения и воспроизводимый доказательный пакет	Словарь, кодовые сертификаты, контрольные хеши, протокол сборки, индекс рисунков/формул.	Гл. 1–23.	T2-PO-047, T2-PO-048	Финальная сборка v1.0 RU

Карта зависимостей

Граф читается слева направо: фундамент типов и категории предшествует алгебре и геометрии; внутренний минимальный комплекс предшествует внешнему E-мосту; модели и контрпримеры предшествуют реестру теорем и закрытию proof obligations. Обратные стрелки допускаются только как явно зарегистрированные циклы пересмотра, а не как средство доказать утверждение через само себя.



Рисунок 4. Направленный граф зависимостей двадцати четырёх глав Тома II.

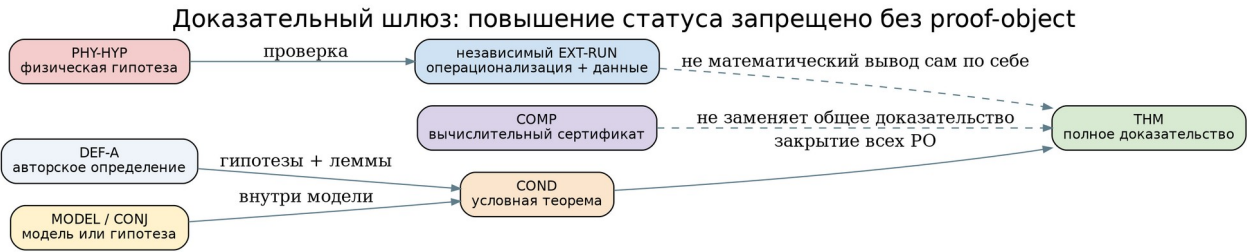


Рисунок 5. Шлюз доказательных статусов: повышение допускается только через доказательство или независимое свидетельство.

Глава 1. Интерфейс с Томом I и границы предмета

ОНТОЛОГИЯ	Том II существует не как второй контейнер текста, а как новый уровень объекта: Том I задаёт язык и доказательные замки, тогда как NAPG 3.0 должна стать геометрией, построенной на этом языке. Онтологически импорт означает сохранение идентичности исходного объекта при смене исследовательского масштаба.
ГНОСЕОЛОГИЯ	Знание здесь начинается с контроля происхождения. Любое определение обязано иметь адрес в замороженном корпусе или явную метку новой реконструкции. Поэтому ссылка на Том I является не украшением, а частью доказательной цепи.
ФЕНОМЕНОЛОГИЯ	Читатель должен пережить переход от общего языка реперной логики к пространству геометрических конструкций без ощущения, что ему незаметно заменили предмет. Карта интерфейса делает этот переход наблюдаемым.
ГРАНИЦА	Физика V*P, космология и F-1–F-14 не разворачиваются в данном томе. Они остаются будущими мостами Тома III; редакционная близость не повышает их статус.

Статус главы в v0.1	SKELETON · OPEN. Паспорт сборки зафиксирован; полный научный текст и доказательства относятся к последующим выпускам.
Цель	Импортировать канон v197 без редактирования Тома I; определить предмет Тома II и исключить физику Тома III.
Формальный выход	Карта импорта, интерфейсные определения, таблица «включено/исключено», журнал расхождений.
Канонические входы	P0: Том I v197 RU; мастер-инструкция T2-START-v0.1.
Первичные PO	T2-PO-001, T2-PO-002
Зависимости / потребители	Гл. 2, 3, 12, 13
Граница вывода	Утверждения действуют только в явно перечисленных Dom и при своих гипотезах; физический статус не импортируется.

Рабочая декомпозиция

- Definition Core: определить носители, типы, области определения и значений.
- Existence layer: доказать существование хотя бы одной нетривиальной модели либо зафиксировать blocker.
- Invariance layer: установить независимость от допустимых выборов или перечислить зависимые параметры.
- Negative layer: построить контрпример к наиболее сильной естественной, но недоказанной формулировке.
- Dependency layer: связать все утверждения со стабильными ID источников и proof objects.

Глава 2. Замороженный реестр обозначений

ОНТОЛОГИЯ	Обозначение есть минимальная форма устойчивости объекта в тексте. Когда один знак начинает означать и Hodge-двойственность, и ассоциатор, геометрия теряет предмет раньше, чем возникает первая ошибка в доказательстве.
ГНОСЕОЛОГИЯ	Реестр обозначений задаёт условия узнавания: тип, область определения, область значений и разрешённые композиции. Это эпистемический фильтр против красивых, но нетипизированных формул.
ФЕНОМЕНОЛОГИЯ	Для читателя нотация должна быть привычной настолько, чтобы не заслонять конструкцию, и строгой настолько, чтобы не позволять ей расплыться. Различение $\star_Hdg$ и $R\star R$ является образцом такой дисциплины.
ГРАНИЦА	Новое обозначение не вводится ради удобства автора. Оно допускается только после проверки коллизий и занесения в NOTATION LEDGER.

Статус главы в v0.1	SKELETON · OPEN. Паспорт сборки зафиксирован; полный научный текст и доказательства относятся к последующим выпускам.
Цель	Зафиксировать типы и исключить коллизии $\odot$, $\star$, Hodge, δ , δ_Hdg , $R\star R$.
Формальный выход	NOTATION LEDGER, типовой словарь Dom/Cod, регламент добавления символов.
Канонические входы	Гл. 1; §§26.36, 52.9–52.18 Тома I.
Первичные РО	T2-PO-003, T2-PO-004
Зависимости / потребители	Все главы
Граница вывода	Утверждения действуют только в явно перечисленных Dom и при своих гипотезах; физический статус не импортируется.

Рабочая декомпозиция

- Definition Core: определить носители, типы, области определения и значений.
- Existence layer: доказать существование хотя бы одной нетривиальной модели либо зафиксировать blocker.
- Invariance layer: установить независимость от допустимых выборов или перечислить зависимые параметры.
- Negative layer: построить контрпример к наиболее сильной естественной, но недоказанной формулировке.
- Dependency layer: связать все утверждения со стабильными ID источников и proof objects.

Замороженное ядро обозначений

Обозначение	Замок
$(\mathbb{K}, \cdot, \star, \odot, \delta)$	Базовая градуированная пакетная алгебра и структурные данные.
$Ass_{\odot}$	Ассоциатор; типы трёх аргументов и результата задаются явно.
$R\star R$	Авторский объект ассоциаторного слоя; $\star$ не является Hodge star.
$\star_Hdg$ / Hodge	Оператор Ходжа при метрических и ориентационных гипотезах.

Обозначение	Замок
$\mathcal{D}_{adm}^{(2)}$	Допустимый сектор второго уровня с Dom.
$\mathcal{O}_B$	Внутренний носитель препятствий; не отождествляется с внешним H^3 .
$\Pi_E: \mathcal{O}_B \rightarrow H^3(E\bullet)$	Условный внешний мост.
$\delta; \delta_{Hdg}; \Delta_{Hdg}$	Разные операторы разных слоёв; смешение запрещено.
$C_{min\bullet}, \delta_{min}, \Theta_{min}$	Внутренняя минимальная конструкция Тома I.
$\lambda, \delta_{truth}, D/Dom, CGI$	Диагностика; не замена доказательства.

Глава 3. Категория NAPG, объекты, морфизмы и области определения

ОНТОЛОГИЯ	Категория фиксирует, что объект существует не только сам по себе, но и через допустимые отношения. NAPG становится геометрией лишь тогда, когда композиция морфизмов сохраняет заявленную структуру.
ГНОСЕОЛОГИЯ	Знание об объекте переносимо только по стрелкам, для которых доказана совместимость. Четыре условия морфизма служат механизмом контроля такого переноса.
ФЕНОМЕНОЛОГИЯ	Феноменологически категория превращает набор локальных конструкций в путь: читатель видит, какие преобразования допустимы и где движение останавливается.
ГРАНИЦА	Стрелка без Dom/Cod или без проверки композиции остаётся редакционной схемой, а не морфизмом NAPG.

Статус главы в v0.1	SKELETON · OPEN. Паспорт сборки зафиксирован; полный научный текст и доказательства относятся к последующим выпускам.
Цель	Определить категориальную оболочку NAPG с допустимостью и четырьмя совместимостями.
Формальный выход	Определения объектов и стрелок, тождества, композиция, контрмодели типовых ошибок.
Канонические входы	Гл. 1–2; Definition Core NAPG.
Первичные PO	T2-PO-005, T2-PO-006
Зависимости / потребители	Гл. 4–9, 12–16
Граница вывода	Утверждения действуют только в явно перечисленных Dom и при своих гипотезах; физический статус не импортируется.

Рабочая декомпозиция

- Definition Core: определить носители, типы, области определения и значений.
- Existence layer: доказать существование хотя бы одной нетривиальной модели либо зафиксировать blocker.
- Invariance layer: установить независимость от допустимых выборов или перечислить зависимые параметры.
- Negative layer: построить контрпример к наиболее сильной естественной, но недоказанной формулировке.
- Dependency layer: связать все утверждения со стабильными ID источников и proof objects.

Глава 4. Градуированная алгебра ($\mathbb{K}$, $\mathcal{A}$, $\odot$, $\otimes$)

ОНТОЛОГИЯ	Алгебраическая операция не должна предшествовать носителю. Сначала задаются поле или кольцо, градуировка и допустимые элементы; только затем возникает $\odot$ как событие взаимодействия внутри структуры.
ГНОСЕОЛОГИЯ	Проверка замкнутости и непрерывности отделяет формулу от операции. Эпистемически это переход от записи к воспроизводимому правилу.
ФЕНОМЕНОЛОГИЯ	Читатель должен видеть, где именно произведение существует, как меняет степень и что происходит на границе допустимого сектора.
ГРАНИЦА	Свойства ассоциативности, коммутативности или билинейности не предполагаются по привычке; каждое из них получает отдельный статус.

Статус главы в v0.1	SKELETON · OPEN. Паспорт сборки зафиксирован; полный научный текст и доказательства относятся к последующим выпускам.
Цель	Задать носитель, основание, градуировку и бинарную операцию с проверкой замкнутости.
Формальный выход	Аксиоматика, области операции, непрерывность/линейность по выбранной модели.
Канонические входы	Гл. 2–3.
Первичные PO	T2-PO-007, T2-PO-008
Зависимости / потребители	Гл. 5–6, 10–16
Граница вывода	Утверждения действуют только в явно перечисленных Dom и при своих гипотезах; физический статус не импортируется.

Рабочая декомпозиция

- Definition Core: определить носители, типы, области определения и значений.
- Existence layer: доказать существование хотя бы одной нетривиальной модели либо зафиксировать blocker.
- Invariance layer: установить независимость от допустимых выборов или перечислить зависимые параметры.
- Negative layer: построить контрпример к наиболее сильной естественной, но недоказанной формулировке.
- Dependency layer: связать все утверждения со стабильными ID источников и proof objects.

Глава 5. Ассоциатор, R★R, ядра, центры и инварианты

ОНТОЛОГИЯ	Ассоциатор регистрирует не дефект вообще, а различие путей сборки тройки. R★R является авторским объектом ассоциаторного слоя и не совпадает с оператором Ходжа.
ГНОСЕОЛОГИЯ	Чтобы измерять неассоциативность, нужно сначала доказать, что сравниваемые композиции типизированы и лежат в одном codomain. Иначе «дефект» сравнивает несравнимое.
ФЕНОМЕНОЛОГИЯ	Феноменологически ассоциатор делает видимым то, что обычная скобочная конвенция скрывает: порядок сборки участвует в состоянии результата.
ГРАНИЦА	Наличие ненулевого ассоциатора не даёт автоматически кривизну, физический эффект или класс в H^3 . Для каждого моста нужна отдельная карта.

Статус главы в v0.1	SKELETON · OPEN. Паспорт сборки зафиксирован; полный научный текст и доказательства относятся к последующим выпускам.
Цель	Построить типизированный ассоциаторный слой и отделить его от Hodge-оператора.
Формальный выход	Ass _⊙ , R★R, nucleus/centers, явные тройки, структурные координаты.
Канонические входы	Гл. 4; Том I, гл. 26–27.
Первичные PO	T2-PO-009, T2-PO-010
Зависимости / потребители	Гл. 6, 9, 14, 16, 20
Граница вывода	Утверждения действуют только в явно перечисленных Dom и при своих гипотезах; физический статус не импортируется.

Рабочая декомпозиция

- Definition Core: определить носители, типы, области определения и значений.
- Existence layer: доказать существование хотя бы одной нетривиальной модели либо зафиксировать blocker.
- Invariance layer: установить независимость от допустимых выборов или перечислить зависимые параметры.
- Negative layer: построить контрпример к наиболее сильной естественной, но недоказанной формулировке.
- Dependency layer: связать все утверждения со стабильными ID источников и proof objects.

Глава 6. Пакетно-реперная алгебро-геометрическая двойственность

ОНТОЛОГИЯ	Двойственность должна связывать алгебраическую и геометрическую стороны без объявления их тождественными. Она является отношением перевода, а не отменой различий.
ГНОСЕОЛОГИЯ	Эпистемическая ценность двойственности определяется обратимостью или точным описанием потерь. Функторы без единиц, коединиц либо контролируемых дефектов не дают эквивалентности.
ФЕНОМЕНОЛОГИЯ	Читатель наблюдает одну структуру в двух режимах: как правило композиции и как геометрическое расположение. Совпадение инвариантов становится опытом перевода.
ГРАНИЦА	До доказательства полноты и существенной сюръективности используется термин «соответствие» или «условная двойственность», но не «эквивалентность категорий».

Статус главы в v0.1	SKELETON · OPEN. Паспорт сборки зафиксирован; полный научный текст и доказательства относятся к последующим выпускам.
Цель	Сформулировать функториальные соответствия и условия обратимости.
Формальный выход	Пара функторов/псевдофункторов, единицы/коединицы или точная более слабая структура.
Канонические входы	Гл. 3–5.
Первичные РО	T2-PO-011, T2-PO-012
Зависимости / потребители	Гл. 7–9, 17–18
Граница вывода	Утверждения действуют только в явно перечисленных Dom и при своих гипотезах; физический статус не импортируется.

Рабочая декомпозиция

- Definition Core: определить носители, типы, области определения и значений.
- Existence layer: доказать существование хотя бы одной нетривиальной модели либо зафиксировать blocker.
- Invariance layer: установить независимость от допустимых выборов или перечислить зависимые параметры.
- Negative layer: построить контрпример к наиболее сильной естественной, но недоказанной формулировке.
- Dependency layer: связать все утверждения со стабильными ID источников и proof objects.

Глава 7. Атласы, расслоения и пакетные многообразия

ОНТОЛОГИЯ	Многообразие возникает из согласования локальных карт, а не из красивого рисунка гладкой поверхности. Пакетность добавляет к локальности структурный слой перехода между реперными данными.
ГНОСЕОЛОГИЯ	Переходные функции и сосусле-условия являются доказательством того, что локальные описания говорят об одном объекте.
ФЕНОМЕНОЛОГИЯ	Атлас позволяет читателю пережить целое через конечное множество локальных перспектив, сохраняя память о способе их склейки.
ГРАНИЦА	Если сосусле нарушен или переход определён не на пересечении областей, имеется набор карт, но не пакетное многообразие.

Статус главы в v0.1	SKELETON · OPEN. Паспорт сборки зафиксирован; полный научный текст и доказательства относятся к последующим выпускам.
Цель	Определить локальные карты, переходы и реперные расслоения.
Формальный выход	Атлас, сосусле-условия, стратификация, пакетное расслоение, примеры.
Канонические входы	Гл. 3, 6.
Первичные РО	T2-PO-013, T2-PO-014
Зависимости / потребители	Гл. 8–11, 17–18
Граница вывода	Утверждения действуют только в явно перечисленных Dom и при своих гипотезах; физический статус не импортируется.

Рабочая декомпозиция

- Definition Core: определить носители, типы, области определения и значений.
- Existence layer: доказать существование хотя бы одной нетривиальной модели либо зафиксировать blocker.
- Invariance layer: установить независимость от допустимых выборов или перечислить зависимые параметры.
- Negative layer: построить контрпример к наиболее сильной естественной, но недоказанной формулировке.
- Dependency layer: связать все утверждения со стабильными ID источников и proof objects.

Глава 8. Касательные и кокасательные объекты

ОНТОЛОГИЯ	Касательный объект есть не «малое пространство рядом», а выбранный способ линейзовать допустимые изменения. В сингулярном секторе он может быть конусом или модулем, а не векторным пространством.
ГНОСЕОЛОГИЯ	Знание о локальной вариации зависит от класса кривых, дериваций или идеалов, через которые она определяется. Разные определения нельзя отождествлять без теоремы сравнения.
ФЕНОМЕНОЛОГИЯ	Феноменологически касательное пространство выражает ближайшие возможные направления продолжения состояния.
ГРАНИЦА	Дуальность tangent/cotangent требует конечной проектности или иных гипотез. На сингулярных слоях она не принимается автоматически.

Статус главы в v0.1	SKELETON · OPEN. Паспорт сборки зафиксирован; полный научный текст и доказательства относятся к последующим выпускам.
Цель	Определить локальную линейзацию в гладких и сингулярных секторах.
Формальный выход	Деривации, касательные модули/конусы, дуальные объекты, предел гладкости.
Канонические входы	Гл. 4, 7.
Первичные PO	T2-PO-015, T2-PO-016
Зависимости / потребители	Гл. 9–11, 15–16
Граница вывода	Утверждения действуют только в явно перечисленных Dom и при своих гипотезах; физический статус не импортируется.

Рабочая декомпозиция

- Definition Core: определить носители, типы, области определения и значений.
- Existence layer: доказать существование хотя бы одной нетривиальной модели либо зафиксировать blocker.
- Invariance layer: установить независимость от допустимых выборов или перечислить зависимые параметры.
- Negative layer: построить контрпример к наиболее сильной естественной, но недоказанной формулировке.
- Dependency layer: связать все утверждения со стабильными ID источников и proof objects.

Глава 9. Связности, кривизна, голономия и ассоциаторная кривизна

ОНТОЛОГИЯ	Связность задаёт правило сравнения разнесённых состояний, кривизна измеряет зависимость результата от пути, а голономия хранит память замкнутого переноса. Ассоциаторная кривизна может быть лишь точно построенным мостом между этими слоями.
ГНОСЕОЛОГИЯ	Эпистемически Hol_D ценен, когда определены транспорт, контур, домен и инвариантность относительно выбора. Иначе число голономии является меткой вычисления, не геометрическим фактом.
ФЕНОМЕНОЛОГИЯ	Читатель видит, как локальный порядок композиции может проявиться в глобальной памяти обхода, но только через доказанную диаграмму.
ГРАНИЦА	Формула «Hol_D = Ass» запрещена до построения и проверки соответствующей естественной карты.

Статус главы в v0.1	SKELETON · OPEN. Паспорт сборки зафиксирован; полный научный текст и доказательства относятся к последующим выпускам.
Цель	Развести классическую кривизну, Hol_D и ассоциаторный дефект.
Формальный выход	Связность, транспорт, кривизна, голономия; условный мост к Ass_⊙ с обязательствами.
Канонические входы	Гл. 5, 7–8.
Первичные РО	T2-PO-017, T2-PO-018
Зависимости / потребители	Гл. 10–11, 14, 20
Граница вывода	Утверждения действуют только в явно перечисленных Dom и при своих гипотезах; физический статус не импортируется.

Рабочая декомпозиция

- Definition Core: определить носители, типы, области определения и значений.
- Existence layer: доказать существование хотя бы одной нетривиальной модели либо зафиксировать blocker.
- Invariance layer: установить независимость от допустимых выборов или перечислить зависимые параметры.
- Negative layer: построить контрпример к наиболее сильной естественной, но недоказанной формулировке.
- Dependency layer: связать все утверждения со стабильными ID источников и proof objects.

Глава 10. Дифференциальные формы и типизированные дифференциалы

ОНТОЛОГИЯ	Дифференциал превращает локальную величину в закон изменения, но только внутри заданного комплекса. Один символ δ не должен перемещаться между внутренним, внешним и Hodge-слоем без смены типа.
ГНОСЕОЛОГИЯ	Условие $d^2=0$ является не типографской традицией, а основанием когомологии. Его проверка предшествует любому фактору $\ker/\text{im}$.
ФЕНОМЕНОЛОГИЯ	Феноменологически дифференциальная форма описывает то, что можно интегрировать по ориентированному носителю и сравнивать при деформации.
ГРАНИЦА	Если квадрат дифференциала не нулевой, соответствующая когомология не определена; допустим иной объект, но не прежнее название.

Статус главы в v0.1	SKELETON · OPEN. Паспорт сборки зафиксирован; полный научный текст и доказательства относятся к последующим выпускам.
Цель	Ввести формы и дифференциалы с явными комплексами и областями.
Формальный выход	$\Omega_\bullet$ NAPG, d/δ по каждому слою, правила знаков и композиции.
Канонические входы	Гл. 7–9.
Первичные РО	T2-PO-019, T2-PO-020
Зависимости / потребители	Гл. 11–16, 18
Граница вывода	Утверждения действуют только в явно перечисленных Dom и при своих гипотезах; физический статус не импортируется.

Рабочая декомпозиция

- Definition Core: определить носители, типы, области определения и значений.
- Existence layer: доказать существование хотя бы одной нетривиальной модели либо зафиксировать blocker.
- Invariance layer: установить независимость от допустимых выборов или перечислить зависимые параметры.
- Negative layer: построить контрпример к наиболее сильной естественной, но недоказанной формулировке.
- Dependency layer: связать все утверждения со стабильными ID источников и proof objects.

Глава 11. Hodge-слой, δ_Hdg и Δ_Hdg

ОНТОЛОГИЯ	Hodge-двойственность связывает степень формы с геометрией метрики и ориентации. Она не является универсальным символом инверсии.
ГНОСЕОЛОГИЯ	Знание о δ_Hdg и Δ_Hdg зависит от скалярного произведения, плотности, граничных условий и аналитического класса операторов.
ФЕНОМЕНОЛОГИЯ	Для читателя Hodge-слой превращает форму в её метрически дополнительный образ, позволяя увидеть гармоническую часть как устойчивый остаток.
ГРАНИЦА	Классические Hodge-теоремы импортируются только при выполнении их аналитических гипотез; в общей NAPG они остаются условным мостом.

Статус главы в v0.1	SKELETON · OPEN. Паспорт сборки зафиксирован; полный научный текст и доказательства относятся к последующим выпускам.
Цель	Построить Hodge-оператор только при наличии метрики, ориентации и конечного ранга.
Формальный выход	$\star_Hdg$, δ_Hdg , Δ_Hdg , граничные условия, теоремы/условные результаты.
Канонические входы	Гл. 7–10.
Первичные PO	T2-PO-021, T2-PO-022
Зависимости / потребители	Гл. 13, 18, 20
Граница вывода	Утверждения действуют только в явно перечисленных Dom и при своих гипотезах; физический статус не импортируется.

Рабочая декомпозиция

- Definition Core: определить носители, типы, области определения и значений.
- Existence layer: доказать существование хотя бы одной нетривиальной модели либо зафиксировать blocker.
- Invariance layer: установить независимость от допустимых выборов или перечислить зависимые параметры.
- Negative layer: построить контрпример к наиболее сильной естественной, но недоказанной формулировке.
- Dependency layer: связать все утверждения со стабильными ID источников и proof objects.

Глава 12. Внутренний минимальный комплекс $C_{\min\bullet}$, $\delta_{\min}$ и $\Theta_{\min}$

ОНТОЛОГИЯ	Минимальный комплекс существует как внутренняя память самой квадратичной конструкции. Он не требует внешней физики, метрики или заранее выбранного пространства E .
ГНОСЕОЛОГИЯ	Каноничность достигается тем, что $C_{\min^2}$, $C_{\min^3}$, $\delta_{\min}$ и $\Theta_{\min}$ строятся непосредственно из F^2_N , X^2_N и Ψ^2_N . Это даёт проверяемое тождество $O_B \cong H^3(C_{\min\bullet})$.
ФЕНОМЕНОЛОГИЯ	Феноменологически препятствие становится не внешним запретом, а третьей степенью минимального пути, где неснятая часть конструкции остаётся видимой.
ГРАНИЦА	Эта когомология является формально внутренней. Она не создаёт автоматически топологический, аналитический или физический смысл.

Статус главы в v0.1	SKELETON · OPEN. Паспорт сборки зафиксирован; полный научный текст и доказательства относятся к последующим выпускам.
Цель	Импортировать и углубить каноническую внутреннюю конструкцию Тома I.
Формальный выход	Трёхчленный комплекс, вычисление H^3 , каноничность и естественность.
Канонические входы	Гл. 2–5, 10; Том I §§52.9–52.18.
Первичные РО	T2-PO-023, T2-PO-024
Зависимости / потребители	Гл. 13–16, 19–20
Граница вывода	Утверждения действуют только в явно перечисленных Dom и при своих гипотезах; физический статус не импортируется.

Рабочая декомпозиция

- Definition Core: определить носители, типы, области определения и значений.
- Existence layer: доказать существование хотя бы одной нетривиальной модели либо зафиксировать blocker.
- Invariance layer: установить независимость от допустимых выборов или перечислить зависимые параметры.
- Negative layer: построить контрпример к наиболее сильной естественной, но недоказанной формулировке.
- Dependency layer: связать все утверждения со стабильными ID источников и proof objects.

Канонический импорт из §§52.9–52.18 Тома I

$C_{\min^n}(N) = F^2_N$ при $n = 2$; X^2_N при $n = 3$; 0 иначе.	(T2.12.1)
$\delta_{\min^2} = \Psi^2_N$, $\delta_{\min^n} = 0$ при $n \neq 2$.	(T2.12.2)
$\Theta_{\min,N} = \text{id}_{\{X^2_N\}}$.	(T2.12.3)
$H^3(C_{\min\bullet}(N)) = X^2_N / \text{Im } \Psi^2_N = \emptyset_B(N)$.	(T2.12.4)

ИМПОРТИРОВАННЫЙ ДОКАЗАТЕЛЬНЫЙ СТАТУС

В Том I v197 RU внутреннее отождествление $\mathcal{O}_B(N) \cong H^3(C_{\min}(N))$ зафиксировано как каноническое и естественное при морфизмах, совместимых с Ψ^2 . Том II должен воспроизвести полное доказательство, проверить типы и расширить модельный класс, не приписывая конструкции внешнего аналитического смысла.

Глава 13. Внешний Е-слой и отображение П_Е

ОНТОЛОГИЯ	Внешний Е-слой является попыткой встроить внутреннее препятствие в более богатую когомологическую среду. Он существует только вместе с мостом, а не по сходству обозначений.
ГНОСЕОЛОГИЯ	В1–В8 задают эпистемический контракт: комплекс, цепная карта, естественность, инъективность для обратной детекции и отдельный ассоциаторный канал.
ФЕНОМЕНОЛОГИЯ	Читатель видит расширение горизонта: внутренний класс может получить внешнюю интерпретацию, но путь к ней отмечен всеми условиями.
ГРАНИЦА	П_Е остаётся условным до построения Е• и J. Ненулевой внешний класс не считается ассоциатором или физическим наблюдаемым без дополнительных карт.

Статус главы в v0.1	SKELETON · OPEN. Паспорт сборки зафиксирован; полный научный текст и доказательства относятся к последующим выпускам.
Цель	Сформулировать мост в H³(E•) без превращения условного слоя в доказанный.
Формальный выход	В1–В8, J²/J³, H³(J), П_Е, условия детекции и независимости выбора.
Канонические входы	Гл. 10–12.
Первичные PO	T2-PO-025, T2-PO-026
Зависимости / потребители	Гл. 14–16, 18, 20
Граница вывода	Утверждения действуют только в явно перечисленных Dom и при своих гипотезах; физический статус не импортируется.

Рабочая декомпозиция

- Definition Core: определить носители, типы, области определения и значений.
- Existence layer: доказать существование хотя бы одной нетривиальной модели либо зафиксировать blocker.
- Invariance layer: установить независимость от допустимых выборов или перечислить зависимые параметры.
- Negative layer: построить контрпример к наиболее сильной естественной, но недоказанной формулировке.
- Dependency layer: связать все утверждения со стабильными ID источников и proof objects.

Каркас условного Е-моста

$d_E^2 \circ J^2_N = J^3_N \circ \Psi^2_N, \quad d_E^3 \circ J^3_N = 0.$	(T2.13.1)
$\Pi_{E,N} := H^3(J_N) \circ \kappa_N : \mathcal{O}_B(N) \rightarrow H^3(E_\bullet(N)).$	(T2.13.2)

- В1–В2: Е• является комплексом и J является цепной картой.
- В3–В5: конструкции естественны относительно морфизмов NAPG.
- В6: инъективность нужна для обратной детекции ненулевого препятствия.
- В7: ассоциаторный канал β_Ass строится отдельно.
- В8: физическая или аналитическая интерпретация требует отдельной редукции и данных.

Глава 14. Пространства препятствий и проектирование

ОНТОЛОГИЯ	Препятствие есть остаток, который нельзя снять разрешённым преобразованием. Его носитель определяется факторизацией, а не названием «обструкция».
ГНОСЕОЛОГИЯ	Различение X^2_N , O_B , $H^3(C_min)$ и $H^3(E)$ предотвращает ложные отождествления. Карты между ними должны иметь вычислимые ядра и образы.
ФЕНОМЕНОЛОГИЯ	Феноменологически фактор-пространство показывает, какие различия исчезают после разрешённых поправок и какие продолжают сопротивляться.
ГРАНИЦА	Проективизация $P(O_B)$ требует ненулевого векторного носителя; конечная размерность и поле указываются явно.

Статус главы в v0.1	SKELETON · OPEN. Паспорт сборки зафиксирован; полный научный текст и доказательства относятся к последующим выпускам.
Цель	Различить X^2_N , O_B , $H^3(C_min)$, внешний $H^3(E\bullet)$ и ассоциаторный канал.
Формальный выход	Диаграмма факторизации, ядра/образы, критерии потери информации, контрпримеры.
Канонические входы	Гл. 5, 9, 12–13.
Первичные РО	T2-PO-027, T2-PO-028
Зависимости / потребители	Гл. 15–16, 19–20
Граница вывода	Утверждения действуют только в явно перечисленных Dom и при своих гипотезах; физический статус не импортируется.

Рабочая декомпозиция

- Definition Core: определить носители, типы, области определения и значений.
- Existence layer: доказать существование хотя бы одной нетривиальной модели либо зафиксировать blocker.
- Invariance layer: установить независимость от допустимых выборов или перечислить зависимые параметры.
- Negative layer: построить контрпример к наиболее сильной естественной, но недоказанной формулировке.
- Dependency layer: связать все утверждения со стабильными ID источников и proof objects.

Глава 15. Относительные и редуцированные кохомологии

ОНТОЛОГИЯ	Редуцированная кохомология фиксирует не все вариации, а вариации, совместимые с выбранной архитектурой и группой эквивалентностей.
ГНОСЕОЛОГИЯ	Тангенциальный класс имеет смысл после отделения тривиальных деформаций $\text{im } d^1$ от допустимых $\ker d^2$. Эта операция и есть доказательная дисциплина модульного пространства.
ФЕНОМЕНОЛОГИЯ	Читатель наблюдает различие между реальным изменением структуры и сменой координат описания.
ГРАНИЦА	H^2_{red} и O^3_{red} не объявляются стандартными кохомологиями без явного комплекса и проверки $d^2=0$; связь с O_V требует отдельной теоремы.

Статус главы в v0.1	SKELETON · OPEN. Паспорт сборки зафиксирован; полный научный текст и доказательства относятся к последующим выпускам.
Цель	Задать относительные комплексы и редуцированные группы для допустимых деформаций.
Формальный выход	H^2_{red} , O^3_{red} , functoriality, relation to internal carrier.
Канонические входы	Гл. 3–4, 10, 12–14.
Первичные РО	T2-PO-029, T2-PO-030
Зависимости / потребители	Гл. 16, 18, 20
Граница вывода	Утверждения действуют только в явно перечисленных Dom и при своих гипотезах; физический статус не импортируется.

Рабочая декомпозиция

- Definition Core: определить носители, типы, области определения и значений.
- Existence layer: доказать существование хотя бы одной нетривиальной модели либо зафиксировать blocker.
- Invariance layer: установить независимость от допустимых выборов или перечислить зависимые параметры.
- Negative layer: построить контрпример к наиболее сильной естественной, но недоказанной формулировке.
- Dependency layer: связать все утверждения со стабильными ID источников и proof objects.

Глава 16. Деформации, модульные пространства и препятствия

ОНТОЛОГИЯ	Деформация исследует, как объект может стать другим, не теряя прослеживаемость происхождения. Модульное пространство является геометрией таких допустимых становлений.
ГНОСЕОЛОГИЯ	Уравнение деформации и препятствия по порядкам дают знание не о произвольной близости, а о продолжимости формального пути.
ФЕНОМЕНОЛОГИЯ	Феноменологически параметрическая семья показывает структуру в движении, а препятствие отмечает момент, когда локальное намерение не продолжается глобально.
ГРАНИЦА	Формальная деформация не равна аналитической сходимости. Локальная модель не даёт глобального модульного пространства без дополнительных теорем.

Статус главы в v0.1	SKELETON · OPEN. Паспорт сборки зафиксирован; полный научный текст и доказательства относятся к последующим выпускам.
Цель	Развить формальную/локальную теорию деформаций NAPG.
Формальный выход	Тангенциальный класс, уравнение Маурера–Картана или его NAPG-аналог, первичные/высшие препятствия.
Канонические входы	Гл. 4–5, 12–15.
Первичные PO	T2-PO-031, T2-PO-032
Зависимости / потребители	Гл. 18, 20–22
Граница вывода	Утверждения действуют только в явно перечисленных Dom и при своих гипотезах; физический статус не импортируется.

Рабочая декомпозиция

- Definition Core: определить носители, типы, области определения и значений.
- Existence layer: доказать существование хотя бы одной нетривиальной модели либо зафиксировать blocker.
- Invariance layer: установить независимость от допустимых выборов или перечислить зависимые параметры.
- Negative layer: построить контрпример к наиболее сильной естественной, но недоказанной формулировке.
- Dependency layer: связать все утверждения со стабильными ID источников и proof objects.

Глава 17. Редукции Гильберта и Клейна

ОНТОЛОГИЯ	Классические геометрии не должны исчезать в NAPG; они должны возникать как контролируемые редукции при отключении или стабилизации дополнительных слоёв.
ГНОСЕОЛОГИЯ	Теорема редукции объясняет, какие аксиомы NAPG нужны для восстановления инцидентности Гильберта и программы инвариантов Клейна.
ФЕНОМЕНОЛОГИЯ	Читатель получает знакомую геометрию как сечение более широкой структуры, сохраняя возможность вернуться к условиям редукции.
ГРАНИЦА	Исторические теоремы принадлежат prior art. Авторская новизна относится к механизму пакетно-реперной сборки и доказанным новым связям, а не к самим классическим аксиомам.

Статус главы в v0.1	SKELETON · OPEN. Паспорт сборки зафиксирован; полный научный текст и доказательства относятся к последующим выпускам.
Цель	Показать, при каких гипотезах классические геометрии являются редукциями.
Формальный выход	Теоремы редукции, группы преобразований, инварианты, обратные ограничения.
Канонические входы	Гл. 3, 6–7.
Первичные PO	T2-PO-033, T2-PO-034
Зависимости / потребители	Гл. 18–20, 23
Граница вывода	Утверждения действуют только в явно перечисленных Dom и при своих гипотезах; физический статус не импортируется.

Рабочая декомпозиция

- Definition Core: определить носители, типы, области определения и значений.
- Existence layer: доказать существование хотя бы одной нетривиальной модели либо зафиксировать blocker.
- Invariance layer: установить независимость от допустимых выборов или перечислить зависимые параметры.
- Negative layer: построить контрпример к наиболее сильной естественной, но недоказанной формулировке.
- Dependency layer: связать все утверждения со стабильными ID источников и proof objects.

Глава 18. Комплексная, кэлерова и Calabi–Yau-ветви

ОНТОЛОГИЯ	Комплексная и кэлерова геометрия требуют согласования J , ω и g ; Calabi–Yau-структура добавляет интегрируемость и ненулевую голоморфную форму. Набор символов без совместимостей не образует ветвь геометрии.
ГНОСЕОЛОГИЯ	Эпистемически каждая ступень сильнее предыдущей и требует новых гипотез. Лестница условий должна быть видимой, чтобы следствие не использовало ещё не доказанную ступень.
ФЕНОМЕНОЛОГИЯ	Феноменологически комплексная структура задаёт внутренний поворот, симплектическая форма — измерение ориентированных пар, а метрика — длину; их согласование создаёт единый режим опыта.
ГРАНИЦА	CY- и Laplace-утверждения не экспортируются в физику и космологию в Томе II. Они остаются математическими или условно-аналитическими.

Статус главы в v0.1	SKELETON · OPEN. Паспорт сборки зафиксирован; полный научный текст и доказательства относятся к последующим выпускам.
Цель	Локализовать условия комплексной, симплектической, кэлеровой и CY-структур.
Формальный выход	J , ω , g , Ω , integrability, Hodge/Laplacian bridges; точные Dom.
Канонические входы	Гл. 7–11, 13, 16–17.
Первичные PO	T2-PO-035, T2-PO-036
Зависимости / потребители	Гл. 20–23
Граница вывода	Утверждения действуют только в явно перечисленных Dom и при своих гипотезах; физический статус не импортируется.

Рабочая декомпозиция

- Definition Core: определить носители, типы, области определения и значений.
- Existence layer: доказать существование хотя бы одной нетривиальной модели либо зафиксировать blocker.
- Invariance layer: установить независимость от допустимых выборов или перечислить зависимые параметры.
- Negative layer: построить контрпример к наиболее сильной естественной, но недоказанной формулировке.
- Dependency layer: связать все утверждения со стабильными ID источников и proof objects.

Глава 19. Fano barrier и конечные проективные носители

ОНТОЛОГИЯ	Плоскость Фано служит барьером между семью локальными метками и одним глобальным проективным носителем. Численное совпадение семи точек не является склейкой.
ГНОСЕОЛОГИЯ	Необходимы явные identification maps, совместимые на пересечениях и с инцидентностью. Только тогда $P(O_id)$ может быть сопоставлено $P^2(F_2)$.
ФЕНОМЕНОЛОГИЯ	Феноменологически барьер показывает, как локально понятные фрагменты могут не образовать единого мира без общего закона отождествления.
ГРАНИЦА	Fano carrier theorem остаётся условной вне зафиксированной трёхмерной F_2 -модели и identification axiom.

Статус главы в v0.1	SKELETON · OPEN. Паспорт сборки зафиксирован; полный научный текст и доказательства относятся к последующим выпускам.
Цель	Разделить локальные носители препятствий и глобальную плоскость Фано.
Формальный выход	$P(O_B)$, identification axioms, условная Fano carrier theorem, отрицательные примеры.
Канонические входы	Гл. 12–15, 17.
Первичные PO	T2-PO-037, T2-PO-038
Зависимости / потребители	Гл. 20–23
Граница вывода	Утверждения действуют только в явно перечисленных Dom и при своих гипотезах; физический статус не импортируется.

Рабочая декомпозиция

- Definition Core: определить носители, типы, области определения и значений.
- Existence layer: доказать существование хотя бы одной нетривиальной модели либо зафиксировать blocker.
- Invariance layer: установить независимость от допустимых выборов или перечислить зависимые параметры.
- Negative layer: построить контрпример к наиболее сильной естественной, но недоказанной формулировке.
- Dependency layer: связать все утверждения со стабильными ID источников и proof objects.

Проективный барьер

$\dim_{\{F_2\}} \mathcal{O}_B = 3 \Rightarrow P(\mathcal{O}_B) \cong P^2(F_2)$, после выбора базиса.	(T2.19.1)
---	-----------

ОГРАНИЧЕНИЕ

Семь локальных объектов не образуют плоскость Фано только потому, что их семь. Требуются согласованные карты идентификации и доказательство сохранения инцидентности.

Глава 20. Модели, контрпримеры и вычислительные сертификаты

ОНТОЛОГИЯ	Модель является местом, где определение встречается с вычислением. Контрпример столь же конструктивен, как пример: он очерчивает реальную область теоремы.
ГНОСЕОЛОГИЯ	Вычислительный сертификат подтверждает конкретные равенства, тесты и реализацию, но не заменяет общий квантор теоремы.
ФЕНОМЕНОЛОГИЯ	Читатель должен иметь возможность повторить вычисление, изменить вход и увидеть, где ломается мост.
ГРАНИЦА	Статус COMP не повышается до THM. Численный результат не считается независимым экспериментальным свидетельством.

Статус главы в v0.1	SKELETON · OPEN. Паспорт сборки зафиксирован; полный научный текст и доказательства относятся к последующим выпускам.
Цель	Собрать тестовый зоопарк, способный опровергать неверные мосты.
Формальный выход	Ассоциативные/неассоциативные модели, точные вычисления, сертификаты и граничные случаи.
Канонические входы	Гл. 4–19.
Первичные PO	T2-PO-039, T2-PO-040
Зависимости / потребители	Гл. 21–24
Граница вывода	Утверждения действуют только в явно перечисленных Dom и при своих гипотезах; физический статус не импортируется.

Рабочая декомпозиция

- Definition Core: определить носители, типы, области определения и значений.
- Existence layer: доказать существование хотя бы одной нетривиальной модели либо зафиксировать blocker.
- Invariance layer: установить независимость от допустимых выборов или перечислить зависимые параметры.
- Negative layer: построить контрпример к наиболее сильной естественной, но недоказанной формулировке.
- Dependency layer: связать все утверждения со стабильными ID источников и proof objects.

Глава 21. Реестр теорем и граф зависимостей

ОНТОЛОГИЯ	Теорема существует в системе зависимостей: её гипотезы, леммы, определения и контрпримеры образуют направленный граф. Отрыв утверждения от графа уничтожает его доказательный смысл.
ГНОСЕОЛОГИЯ	Stable ID и обратная трассировка позволяют проверить не только текст доказательства, но и происхождение каждого использованного объекта.
ФЕНОМЕНОЛОГИЯ	Феноменологически граф превращает монографию из линейной книги в обозримую архитектуру, где можно следовать различными маршрутами.
ГРАНИЦА	Реестр не доказывает теоремы. Он отражает текущий статус и обязан показывать пропуски, а не скрывать их пустыми ссылками.

Статус главы в v0.1	SKELETON · OPEN. Паспорт сборки зафиксирован; полный научный текст и доказательства относятся к последующим выпускам.
Цель	Сделать доказательные зависимости видимыми и проверяемыми.
Формальный выход	Theorem ledger, dependency DAG, stable IDs, backward trace to sources.
Канонические входы	Гл. 1–20.
Первичные PO	T2-PO-041, T2-PO-042
Зависимости / потребители	Гл. 22–24
Граница вывода	Утверждения действуют только в явно перечисленных Dom и при своих гипотезах; физический статус не импортируется.

Рабочая декомпозиция

- Definition Core: определить носители, типы, области определения и значений.
- Existence layer: доказать существование хотя бы одной нетривиальной модели либо зафиксировать blocker.
- Invariance layer: установить независимость от допустимых выборов или перечислить зависимые параметры.
- Negative layer: построить контрпример к наиболее сильной естественной, но недоказанной формулировке.
- Dependency layer: связать все утверждения со стабильными ID источников и proof objects.

Глава 22. Доказательные обязательства и открытые задачи

ОНТОЛОГИЯ	Открытое обязательство является положительным объектом исследования: оно фиксирует точное место, где структура ещё не замкнута.
ГНОСЕОЛОГИЯ	Blocker и next action превращают незнание в проверяемую программу. Это защищает проект от риторического повышения статуса.
ФЕНОМЕНОЛОГИЯ	Читатель видит не только готовый фасад, но и строительные швы, сроки и критерии завершения.
ГРАНИЦА	Закрытие РО требует доказательства, контрпримера или документированного отказа от утверждения; редакционная переформулировка сама по себе не является закрытием.

Статус главы в v0.1	SKELETON · OPEN. Паспорт сборки зафиксирован; полный научный текст и доказательства относятся к последующим выпускам.
Цель	Поддерживать blocker-safe режим: неизвестное не маскируется редактурой.
Формальный выход	PO matrix, blockers, next actions, gates, критерии закрытия и отката.
Канонические входы	Гл. 1–21.
Первичные РО	T2-PO-043, T2-PO-044
Зависимости / потребители	Гл. 23–24
Граница вывода	Утверждения действуют только в явно перечисленных Dom и при своих гипотезах; физический статус не импортируется.

Рабочая декомпозиция

- Definition Core: определить носители, типы, области определения и значений.
- Existence layer: доказать существование хотя бы одной нетривиальной модели либо зафиксировать blocker.
- Invariance layer: установить независимость от допустимых выборов или перечислить зависимые параметры.
- Negative layer: построить контрпример к наиболее сильной естественной, но недоказанной формулировке.
- Dependency layer: связать все утверждения со стабильными ID источников и proof objects.

Глава 23. Prior art и граница авторской новизны

ОНТОЛОГИЯ	Новизна существует на границе с уже известным. Чем точнее описан prior art, тем яснее становится реальный авторский вклад.
ГНОСЕОЛОГИЯ	Первичные источники используются для классических фактов; внутренние документы — для истории проекта; правовые документы — только для юридических реквизитов.
ФЕНОМЕНОЛОГИЯ	Читатель должен видеть классическую линию Дезарга, Гильберта, Клейна, Hodge и теории деформаций рядом с архитектурой Курпишева, но не смешанной с ней.
ГРАНИЦА	Регистрация программы или базы данных не удостоверяет истинность теоремы. Авторство и научный статус устанавливаются разными доказательными каналами.

Статус главы в v0.1	SKELETON · OPEN. Паспорт сборки зафиксирован; полный научный текст и доказательства относятся к последующим выпускам.
Цель	Развести классические результаты и авторскую архитектуру Курпишева.
Формальный выход	Source map, attribution matrix, novelty claims with evidence level, legal boundary.
Канонические входы	Гл. 1–22; внешние первичные источники.
Первичные PO	T2-PO-045, T2-PO-046
Зависимости / потребители	Гл. 24
Граница вывода	Утверждения действуют только в явно перечисленных Dom и при своих гипотезах; физический статус не импортируется.

Рабочая декомпозиция

- Definition Core: определить носители, типы, области определения и значений.
- Existence layer: доказать существование хотя бы одной нетривиальной модели либо зафиксировать blocker.
- Invariance layer: установить независимость от допустимых выборов или перечислить зависимые параметры.
- Negative layer: построить контрпример к наиболее сильной естественной, но недоказанной формулировке.
- Dependency layer: связать все утверждения со стабильными ID источников и proof objects.

Матрица границ авторства

Слой	Атрибуция	Источник/правило
Проективное кросс-соотношение, гармоническая четвёрка	Классический prior art	Desargues; классическая проективная геометрия
Аксиоматическая геометрия и группы преобразований	Классический prior art	Hilbert; Klein; Veblen–Young
Категории и естественность	Классический prior art	Eilenberg–Mac Lane
Hodge-теория, Kähler/CY	Классический prior art	Hodge; Yau и последующая литература
Теория деформаций алгебр	Классический prior art	Gerstenhaber; Aquivis; Sabinin
Пакетно-реперное соединение, $C@C$, $\text{Reper}(R,I,U;D)$, NAPG, KLT-RBD	Авторская архитектура	Курпишев И.Б.; статус каждого нового результата по theorem ledger
ПН.2 и теорема Дезарга–Курпишева	Авторские конструкции	Формулировки и доказательные статусы ограничены каноническими документами

Глава 24. Приложения и воспроизводимый доказательный пакет

ОНТОЛОГИЯ	Воспроизводимость является формой продолжения объекта за пределами авторского компьютера. Пакет доказательства должен сохранять не только результат, но и путь его получения.
ГНОСЕОЛОГИЯ	Хеши, версии, инструкции и тесты создают проверяемую цепь идентичности. Однако файл остаётся носителем доказательства, а не самим доказательством.
ФЕНОМЕНОЛОГИЯ	Феноменологически воспроизведение превращает чтение в повторное действие: другой исследователь проходит тот же маршрут и сравнивает состояния.
ГРАНИЦА	Публикационный пакет не включает недоказанные данные и не повышает статусы. Внешний EXT-RUN отделяется от внутреннего QA.

Статус главы в v0.1	SKELETON · OPEN. Паспорт сборки зафиксирован; полный научный текст и доказательства относятся к последующим выпускам.
Цель	Задать воспроизводимую публикационную инфраструктуру без подмены доказательств файлами.
Формальный выход	Словарь, кодовые сертификаты, контрольные хеши, протокол сборки, индекс рисунков/формул.
Канонические входы	Гл. 1–23.
Первичные РО	T2-PO-047, T2-PO-048
Зависимости / потребители	Финальная сборка v1.0 RU
Граница вывода	Утверждения действуют только в явно перечисленных Dom и при своих гипотезах; физический статус не импортируется.

Рабочая декомпозиция

- Definition Core: определить носители, типы, области определения и значений.
- Existence layer: доказать существование хотя бы одной нетривиальной модели либо зафиксировать blocker.
- Invariance layer: установить независимость от допустимых выборов или перечислить зависимые параметры.
- Negative layer: построить контрпример к наиболее сильной естественной, но недоказанной формулировке.
- Dependency layer: связать все утверждения со стабильными ID источников и proof objects.

Первичная матрица доказательных обязательств

ОНТОЛОГИЯ	Proof obligation существует как самостоятельный объект, связывающий утверждение, его статус, ожидаемый proof object и конкретный blocker.
ГНОСЕОЛОГИЯ	Матрица запрещает знанию появляться задним числом. Каждое повышение статуса должно иметь адрес доказательства, вычислительного сертификата или независимого свидетельства.
ФЕНОМЕНОЛОГИЯ	Для читателя открытая строка РО является указателем будущего действия, а не признаком редакционного провала. Наука без открытых строк обычно просто хорошо спрятала их.
ГРАНИЦА	В v0.1 все содержательные РО остаются OPEN; COMP используется только для выполненных процедур сборки и QA, а не для общих теорем.

ID	Гл.	Обязательство	Статус	Ожидаемый proof object	Blocker / следующее действие	Зависимости
T2-PO-001	1	Определения/объекты главы заданы типизированно и снабжены Dom/Cod.	OPEN	Definition/typing dossier	Собрать канонические входы; проверить коллизии.	Гл. 1
T2-PO-002	1	Главный переход главы доказан либо явно оставлен условным с контрпримером.	OPEN	Proof or countermodel dossier	Построить доказательство, отрицательную модель и критерий закрытия.	Гл. 1
T2-PO-003	2	Определения/объекты главы заданы типизированно и снабжены Dom/Cod.	OPEN	Definition/typing dossier	Собрать канонические входы; проверить коллизии.	Гл. 2
T2-PO-004	2	Главный переход главы доказан либо явно оставлен условным с контрпримером.	OPEN	Proof or countermodel dossier	Построить доказательство, отрицательную модель и критерий закрытия.	Гл. 2
T2-PO-005	3	Определения/объекты главы заданы типизированно и снабжены Dom/Cod.	OPEN	Definition/typing dossier	Собрать канонические входы; проверить коллизии.	Гл. 3
T2-PO-006	3	Главный переход главы доказан либо явно оставлен условным с контрпримером.	OPEN	Proof or countermodel dossier	Построить доказательство, отрицательную модель и критерий закрытия.	Гл. 3
T2-PO-007	4	Определения/объекты главы заданы типизированно и снабжены Dom/Cod.	OPEN	Definition/typing dossier	Собрать канонические входы; проверить коллизии.	Гл. 4
T2-PO-008	4	Главный переход главы доказан либо явно оставлен условным с контрпримером.	OPEN	Proof or countermodel dossier	Построить доказательство, отрицательную модель и критерий закрытия.	Гл. 4
T2-PO-009	5	Определения/объекты главы заданы типизированно и снабжены Dom/Cod.	OPEN	Definition/typing dossier	Собрать канонические входы; проверить коллизии.	Гл. 5
T2-PO-010	5	Главный переход главы доказан либо явно оставлен условным с контрпримером.	OPEN	Proof or countermodel dossier	Построить доказательство, отрицательную модель и критерий закрытия.	Гл. 5

БАЗОВЫЙ ПРОЕКТ KLT-RBD · ТОМ II · NAPG 3.0 · v0.20

ID	Гл.	Обязательство	Статус	Ожидаемый proof object	Blocker / следующее действие	Зависимости
T2-PO-011	6	Определения/объекты главы заданы типизированно и снабжены Dom/Cod.	OPEN	Definition/typing dossier	Собрать канонические входы; проверить коллизии.	Гл. 6
T2-PO-012	6	Главный переход главы доказан либо явно оставлен условным с контрпримером.	OPEN	Proof or countermodel dossier	Построить доказательство, отрицательную модель и критерий закрытия.	Гл. 6
T2-PO-013	7	Определения/объекты главы заданы типизированно и снабжены Dom/Cod.	OPEN	Definition/typing dossier	Собрать канонические входы; проверить коллизии.	Гл. 7
T2-PO-014	7	Главный переход главы доказан либо явно оставлен условным с контрпримером.	OPEN	Proof or countermodel dossier	Построить доказательство, отрицательную модель и критерий закрытия.	Гл. 7
T2-PO-015	8	Определения/объекты главы заданы типизированно и снабжены Dom/Cod.	OPEN	Definition/typing dossier	Собрать канонические входы; проверить коллизии.	Гл. 8
T2-PO-016	8	Главный переход главы доказан либо явно оставлен условным с контрпримером.	OPEN	Proof or countermodel dossier	Построить доказательство, отрицательную модель и критерий закрытия.	Гл. 8
T2-PO-017	9	Определения/объекты главы заданы типизированно и снабжены Dom/Cod.	OPEN	Definition/typing dossier	Собрать канонические входы; проверить коллизии.	Гл. 9
T2-PO-018	9	Главный переход главы доказан либо явно оставлен условным с контрпримером.	OPEN	Proof or countermodel dossier	Построить доказательство, отрицательную модель и критерий закрытия.	Гл. 9
T2-PO-019	10	Определения/объекты главы заданы типизированно и снабжены Dom/Cod.	OPEN	Definition/typing dossier	Собрать канонические входы; проверить коллизии.	Гл. 10
T2-PO-020	10	Главный переход главы доказан либо явно оставлен условным с контрпримером.	OPEN	Proof or countermodel dossier	Построить доказательство, отрицательную модель и критерий закрытия.	Гл. 10
T2-PO-021	11	Определения/объекты главы заданы типизированно и снабжены Dom/Cod.	OPEN	Definition/typing dossier	Собрать канонические входы; проверить коллизии.	Гл. 11
T2-PO-022	11	Главный переход главы доказан либо явно оставлен условным с контрпримером.	OPEN	Proof or countermodel dossier	Построить доказательство, отрицательную модель и критерий закрытия.	Гл. 11
T2-PO-023	12	Определения/объекты главы заданы типизированно и снабжены Dom/Cod.	OPEN	Definition/typing dossier	Собрать канонические входы; проверить коллизии.	Гл. 12
T2-PO-024	12	Главный переход главы доказан либо явно оставлен условным с контрпримером.	OPEN	Proof or countermodel dossier	Построить доказательство, отрицательную модель и критерий закрытия.	Гл. 12
T2-PO-025	13	Определения/объекты главы заданы типизированно и снабжены Dom/Cod.	OPEN	Definition/typing dossier	Собрать канонические входы; проверить коллизии.	Гл. 13
T2-PO-026	13	Главный переход главы доказан либо явно оставлен условным с контрпримером.	OPEN	Proof or countermodel dossier	Построить доказательство, отрицательную модель и критерий закрытия.	Гл. 13

БАЗОВЫЙ ПРОЕКТ KLT-RBD · ТОМ II · NAPG 3.0 · v0.20

ID	Гл.	Обязательство	Статус	Ожидаемый proof object	Blocker / следующее действие	Зависимости
T2-PO-027	14	Определения/объекты главы заданы типизированно и снабжены Dom/Cod.	OPEN	Definition/typing dossier	Собрать канонические входы; проверить коллизии.	Гл. 14
T2-PO-028	14	Главный переход главы доказан либо явно оставлен условным с контрпримером.	OPEN	Proof or countermodel dossier	Построить доказательство, отрицательную модель и критерий закрытия.	Гл. 14
T2-PO-029	15	Определения/объекты главы заданы типизированно и снабжены Dom/Cod.	OPEN	Definition/typing dossier	Собрать канонические входы; проверить коллизии.	Гл. 15
T2-PO-030	15	Главный переход главы доказан либо явно оставлен условным с контрпримером.	OPEN	Proof or countermodel dossier	Построить доказательство, отрицательную модель и критерий закрытия.	Гл. 15
T2-PO-031	16	Определения/объекты главы заданы типизированно и снабжены Dom/Cod.	OPEN	Definition/typing dossier	Собрать канонические входы; проверить коллизии.	Гл. 16
T2-PO-032	16	Главный переход главы доказан либо явно оставлен условным с контрпримером.	OPEN	Proof or countermodel dossier	Построить доказательство, отрицательную модель и критерий закрытия.	Гл. 16
T2-PO-033	17	Определения/объекты главы заданы типизированно и снабжены Dom/Cod.	OPEN	Definition/typing dossier	Собрать канонические входы; проверить коллизии.	Гл. 17
T2-PO-034	17	Главный переход главы доказан либо явно оставлен условным с контрпримером.	OPEN	Proof or countermodel dossier	Построить доказательство, отрицательную модель и критерий закрытия.	Гл. 17
T2-PO-035	18	Определения/объекты главы заданы типизированно и снабжены Dom/Cod.	OPEN	Definition/typing dossier	Собрать канонические входы; проверить коллизии.	Гл. 18
T2-PO-036	18	Главный переход главы доказан либо явно оставлен условным с контрпримером.	OPEN	Proof or countermodel dossier	Построить доказательство, отрицательную модель и критерий закрытия.	Гл. 18
T2-PO-037	19	Определения/объекты главы заданы типизированно и снабжены Dom/Cod.	OPEN	Definition/typing dossier	Собрать канонические входы; проверить коллизии.	Гл. 19
T2-PO-038	19	Главный переход главы доказан либо явно оставлен условным с контрпримером.	OPEN	Proof or countermodel dossier	Построить доказательство, отрицательную модель и критерий закрытия.	Гл. 19
T2-PO-039	20	Определения/объекты главы заданы типизированно и снабжены Dom/Cod.	OPEN	Definition/typing dossier	Собрать канонические входы; проверить коллизии.	Гл. 20
T2-PO-040	20	Главный переход главы доказан либо явно оставлен условным с контрпримером.	OPEN	Proof or countermodel dossier	Построить доказательство, отрицательную модель и критерий закрытия.	Гл. 20
T2-PO-041	21	Определения/объекты главы заданы типизированно и снабжены Dom/Cod.	OPEN	Definition/typing dossier	Собрать канонические входы; проверить коллизии.	Гл. 21
T2-PO-042	21	Главный переход главы доказан либо явно оставлен условным с контрпримером.	OPEN	Proof or countermodel dossier	Построить доказательство, отрицательную модель и критерий закрытия.	Гл. 21

БАЗОВЫЙ ПРОЕКТ KLT-RBD · ТОМ II · NAPG 3.0 · v0.20

ID	Гл.	Обязательство	Статус	Ожидаемый proof object	Blocker / следующее действие	Зависимости
T2-PO-043	22	Определения/объекты главы заданы типизированно и снабжены Dom/Cod.	OPEN	Definition/typing dossier	Собрать канонические входы; проверить коллизии.	Гл. 22
T2-PO-044	22	Главный переход главы доказан либо явно оставлен условным с контрпримером.	OPEN	Proof or countermodel dossier	Построить доказательство, отрицательную модель и критерий закрытия.	Гл. 22
T2-PO-045	23	Определения/объекты главы заданы типизированно и снабжены Dom/Cod.	OPEN	Definition/typing dossier	Собрать канонические входы; проверить коллизии.	Гл. 23
T2-PO-046	23	Главный переход главы доказан либо явно оставлен условным с контрпримером.	OPEN	Proof or countermodel dossier	Построить доказательство, отрицательную модель и критерий закрытия.	Гл. 23
T2-PO-047	24	Определения/объекты главы заданы типизированно и снабжены Dom/Cod.	OPEN	Definition/typing dossier	Собрать канонические входы; проверить коллизии.	Гл. 24
T2-PO-048	24	Главный переход главы доказан либо явно оставлен условным с контрпримером.	OPEN	Proof or countermodel dossier	Построить доказательство, отрицательную модель и критерий закрытия.	Гл. 24
T2-PO-049	X	Синхронность tom2_v0_1.docx и tom2_v0_1.pdf.	COMP	QA report	Сравнить пагинацию, таблицы, подписи, поисковый слой.	Все
T2-PO-050	X	Юридические реквизиты подтверждены официальным документом, а не памятью.	OPEN	Legal provenance ledger	Независимо сверить открытые реестры; сохранить карточки/хеши.	Гл. 1, 23–24
T2-PO-051	X	Авторская фотография воспроизводится из утверждённого файла без стилизации.	COMP	Cover QA	Заменить на более высокое разрешение при поступлении утверждённого оригинала.	Титул
T2-PO-052	X	Ни один PHU-NYP, COND или COMP не повышен до THM.	COMP	Status audit	Повторять аудит на каждом выпуске; truth_layer_promotion=0.	Все

Контрольная точка T2-RP-v0.1

ВЫПОЛНЕНО

Собраны: (1) карта источников P0–P5; (2) аудит канонической пары Тома I; (3) правовое досье с точными подтверждёнными реквизитами и факсимиле; (4) master-skeleton 24 глав; (5) граф зависимостей; (6) первичная матрица T2-PO-001–T2-PO-052; (7) доказательный status lock.

Открытые блокиеры

Blocker	Следующий проверяемый шаг
LEGAL-XML-01	Получить официальный регистрационный XML/выписку; 6612237_540.xml является картой сайта.
P0-NATIVE-01	Постепенно восстановить нативные формулы/текст нужных фрагментов из изображения-ориентированного DOCX Тома I, сверяя с поисковым PDF.
PHOTO-HIRES-01	При поступлении утверждённого оригинала заменить каноническую 320×320 фотографию на версию ≥900 пикселей без изменения композиции титула.
NAPG-DEF-01	Синхронизировать Definition Core по P0/P2 и создать полный типовой словарь.
BRIDGE-E-01	Построить или локализовать внешний E-комплекс и карты J; до этого П_E остаётся COND.
ASS-BRIDGE-01	Построить β_{Ass} и доказать область, естественность и предел детекции.
HOL-ASS-01	Сформулировать точный мост Hol_D ↔ ассоциаторная кривизна или сохранить как OPEN.
EXT-RUN-01	Независимая внешняя проверка не выполнена; F-1–F-14 не относятся к доказанному содержанию Тома II.

Следующий выпуск

Версия	tom2_v0_2
Название этапа	Notation lock and Definition Core
Основная задача	Собрать окончательный NOTATION LEDGER; типизированные определения категории NAPG, объекта $N=(\mathbb{K}, \cdot, \odot, \otimes, \mathcal{R}; F^2_N, X^2_N, \Psi^2_N)$, морфизмов и четырёх совместимостей.
Обязательное доказательное действие	Закрыть T2-PO-003–T2-PO-008 либо разделить их на более узкие PO с контрмоделями.
Запрет	Не переходить к внешнему E-мосту, Hodge-теоремам и физическим интерпретациям до завершения типизации внутреннего ядра.

Декларация непрерывности и отсутствия повышения статуса

Настоящий выпуск принят как точка отката T2-RP-v0.1. Он наследует нулевую точку Тома I v197 RU, но не изменяет её. Все новые формулировки, не являющиеся дословным импортом или классическим фактом с источником, имеют статус DEF-A, OPEN, COND или MODEL до отдельного доказательства. ПН.2, F-1–F-14, физические мосты, внешняя детекция и ассоциаторный канал не повышены. truth_layer_promotion=0.

Контрольные идентификаторы источников

T2-GUIDE-SHA256	98fab8ceafe9088a385e2cc807bbeda6563c669273f4bd0b64577fb19a2c32ea
T1-DOCX-SHA256	a6b3e26daca35a7ffca14b5baa87d6c47711c167606904bb04b02841062a3518
T1-PDF-SHA256	5a2021c02428e3e395fe81e029c46cd26b4a0e06ceb7dbfc89befddffd84a7d8
XML-SHA256	f94b89e33dde32c9810cac9225d8009b91176a8031adc60f4ea0f8709cd95113
Примечание	Хеши итоговых DOCX/PDF фиксируются во внешнем журнале выдачи после завершения файлов; самореферентное включение хеша в тот же файл невозможно без изменения хеша.

Библиографическая стартовая полка

- [1] Desargues, G. Brouillon project d'une atteinte aux événements des rencontres du cône avec un plan. 1639. Факсимиле: Bibliothèque nationale de France, Gallica.
- [2] Hilbert, D. The Foundations of Geometry. Authorized translation. Project Gutenberg edition.
- [3] Klein, F. Vergleichende Betrachtungen über neuere geometrische Forschungen (Erlangen Program). 1872.
- [4] Veblen, O.; Young, J. W. Projective Geometry. Vol. I–II.
- [5] Eilenberg, S.; Mac Lane, S. General Theory of Natural Equivalences. Transactions of the American Mathematical Society 58 (1945), 231–294. DOI: 10.1090/S0002-9947-1945-0013131-6.
- [6] Gerstenhaber, M. On the Deformation of Rings and Algebras. Annals of Mathematics 79 (1964), 59–103.
- [7] Akivis, M. A. Local algebras of a multidimensional three-web. Siberian Mathematical Journal 17 (1976). DOI: 10.1007/BF00969285.
- [8] Sabinin, L. V. Smooth Quasigroups and Loops. Kluwer/Springer, 1999. DOI: 10.1007/978-94-011-4491-9.
- [9] Hodge, W. V. D. The Theory and Applications of Harmonic Integrals. Cambridge University Press.
- [10] Yau, S.-T. On the Ricci curvature of a compact Kähler manifold and the complex Monge–Ampère equation. Communications on Pure and Applied Mathematics 31 (1978), 339–411. DOI: 10.1002/cpa.3160310304.
- [11] Kurpishev, I. B. Монография «Базовый проект KLT-RBD». Том I. Редакция v197 RU. 2026.
- [12] Kurpishev, I. B. Реперно-проективная архитектура формульных цепочек: PILOT-01. 2026.
- [13] Kurpishev, I. B. Авторские корпуса NAPG, KLT-RBD, теоремы Дезарга–Курпишева и ПН.2, согласно источниковому реестру проекта.

ЧАСТЬ II. МАТЕМАТИЧЕСКОЕ УГЛУБЛЕНИЕ v0.2

СТАТУС ВЫПУСКА T2-RP-v0.2

Этап: Notation lock and Definition Core. Закрываемая область: T2-PO-003–T2-PO-008 с разделением аналитических и внешних обязательств. Канонический импорт: Том I v197 RU, §§26.5 и 52.9–52.18. Внешний E-мост, Hodge-слой, ассоциаторная кохомология и физические интерпретации в настоящий выпуск не включаются как доказанные результаты. truth_layer_promotion=0.

9. Паспорт математического углубления v0.2

ОНТОЛОГИЯ	Определяющее ядро NAPG рассматривается как самостоятельный математический объект: оно состоит не из метафорических «пакетов», а из носителей, операций, областей допустимости, формального языка, вычислительных карт и фактор-объектов.
ГНОСЕОЛОГИЯ	Право на утверждение возникает только после типизации каждой стрелки, проверки независимости от представителя и фиксации того, какие данные входят в объект, а какие являются внешним выбором.
ФЕНОМЕНОЛОГИЯ	В вычислении ядро проявляется как цепочка «формальное выражение → вычислимый квадратичный элемент → класс обструкции». Ошибка становится видимой там, где стрелка не определена или не спускается на фактор.
ГРАНИЦА	Выпуск не отождествляет О_В с ассоциатором, Hodge-когомологией, кривизной, физическим полем или эмпирической истинностью. Эти мосты требуют отдельных объектов и доказательств.

Поле	Значение
Версия	tom2_v0_2; контрольная точка T2-RP-v0.2
Главный результат	Строгая алгебраическая категория NAPG_q и проективно-гармонический структурный селектор.
Закрываемые PO	T2-PO-003, 004, 005, 006, 007; T2-PO-008A и 008C.
Разделяемые PO	T2-PO-008B: аналитическая непрерывность и завершения; переносится в главы 10–13.
Импорт P0	Том I v197 RU: определения 26.16–26.19, 52.2–52.8; теоремы 52.2, 52.4, 52.6 и контрпримеры 52.1–52.6.
Новый авторский слой	Anchored sufficient foundation; строгий структурный селектор; теорема двойной инвариантности; локальная устойчивость λ-селектора; интервальная дисциплина воздержания.
Статус-замок	COND/MODEL/PHY-HYP не повышены; внешний E-слой не считается построенным.

10. Глава 2. Замороженный реестр обозначений

ОНТОЛОГИЯ	Обозначение является частью математического объекта: оно фиксирует тип, степень и роль символа. Смена знака без журнала коллизий способна незаметно заменить одну теорию другой.
ГНОСЕОЛОГИЯ	Познание формулы начинается с ответа на четыре вопроса: где живут её аргументы, куда попадает значение, на какой области определена операция и какие выборы влияют на результат.
ФЕНОМЕНОЛОГИЯ	Нотационная коллизия обнаруживается как невозможность однозначно прочесть диаграмму или композицию. Поэтому * ассоциаторного слоя и *_Hdg никогда не считаются одним оператором.
ГРАНИЦА	Реестр не доказывает существование объектов. Он запрещает использовать символ раньше определения и не допускает переноса свойств между внутренним $\delta_{\min}$, внешним δ и δ_{Hdg} .

10.1. Базовые сортировки и типы

Фиксируется коммутативное поле $\mathbb{K}$. Если не оговорено иное, алгебраическое ядро строится в категории $\mathbb{K}$ -векторных пространств. Аналитические нормы, топологии, полнота и непрерывность не включаются автоматически: они образуют дополнительный слой данных. Множество степеней обозначается Γ ; в базовом варианте $\Gamma=\mathbb{Z}$, однако доказательства категории NAPG_q используют лишь наличие функции степени и совместимого закона вывода степени произведения.

$$\mathcal{A}^\bullet = \bigoplus_{p \in \Gamma} \mathcal{A}^p, \quad |x|=p \text{ для } x \in \mathcal{A}^p.$$

(T2-F001)

Структурные данные $\mathfrak{B}$ включают допустимые генераторы, синтаксические операции, доменные ограничения, закон степеней χ и, при необходимости, метки Reper, D/Dom и происхождения. Тем самым область операции не прячется в редакционном комментарии, а является частью объекта.

Символ	Зафиксированное значение	Тип	Предохранитель
$\mathbb{K}$	коммутативное поле основания	объект данных	Не заменяется $\mathbb{R}$ без явного ограничения.
Γ	множество/полугруппа степеней	индекс градуировки	В базовой модели $\Gamma=\mathbb{Z}$.
$\mathcal{A}^\bullet$	Γ -градуированное $\mathbb{K}$ -пространство	носитель	Прямая сумма, не неразмеченное множество.
$\odot$	билинейная операция на указанном $\text{Dom}_\odot$	операция	Вообще неассоциативна; не Hodge star.
$\text{Ass}_\odot$	$(x \odot y) \odot z - x \odot (y \odot z)$	трёхлинейный дефект	Определён только при существовании обеих ветвей.
$\mathbf{R} \star \mathbf{R}$	авторский объект ассоциаторно-пакетного слоя	объект/нотация	Знак $\star$ не используется для Hodge.
$\star_{\text{Hdg}}$	оператор Ходжа	аналитико-геометрический оператор	Требует метрики, ориентации и регулярности.
$\mathcal{R}$	допустимый реперный класс	подпространство/класс	Условия замкнутости указываются явно.
$\mathbf{F}^2_{\text{N}}$	формальный язык степени ≤ 2	векторное пространство синтаксиса	До вычисления; не подмножество X^2 автоматически.
X^2_{N}	тестируемый квадратичный слой	подпространство $\mathcal{A}^\bullet$ или T_{N}	Квадратичный, не ассоциаторный канал.
Ψ^2_{N}	$\mathbf{F}^2_{\text{N}} \rightarrow X^2_{\text{N}}$	линейная карта вычисления	Cod фиксирован заранее.

Символ	Зафиксированное значение	Тип	Предохранитель
$O_B(N)$	$X^2_N / \text{Im } \Psi^2_N$	фактор обструкции	Зависит от выбранного языка F^2_N .
Π_N	$X^2_N \rightarrow O_B(N)$	каноническая проекция	Не внешний E-мост.
$C_{\min}$	минимальный внутренний комплекс	коцепной комплекс	Сосредоточен в степенях 2 и 3.
$\delta_{\min}$	$\delta_{\min}^2 = \Psi^2, \delta_{\min}^3 = 0$	внутренний дифференциал	Не смешивается с внешним δ .
$\Theta_{\min}$	$\text{id}_{\{X^2_N\}}: X^2_N \rightarrow C_{\min}^3(N)$	канонический внутренний мост	Тождество, не физическая гипотеза.
λ	$\text{cr}(U, I; R, D)$	проективная координата	Определена вне полюсов и вырождений.
δ_{truth}	$ \lambda + 1 $	диагностический дефект	Только при выбранной абсолютной величине/норме.
D/Dom	достаточное основание и область допустимости	валидирующий барьер	$\lambda = -1$ не заменяет D/Dom .

10.2. Закон степеней и допустимые композиции

Для однородных элементов вводится частичный закон степеней $\chi: \text{Dom}(\chi) \subseteq \Gamma \times \Gamma \rightarrow \Gamma$. Если $(p, q) \in \text{Dom}(\chi)$, то допустимое произведение $\mathcal{A}^p \otimes \mathcal{A}^q$ переводится в $\mathcal{A}^{\chi(p, q)}$. Стандартный случай $\chi(p, q) = p + q + s$ включает операцию фиксированной степени s . Частичность χ позволяет фиксировать невозможные композиции без искусственного присвоения им нуля.

$$\odot_{\{p, q\}}: \text{Dom}_{\{p, q\}} \subseteq \mathcal{A}^p \otimes \mathcal{A}^q \rightarrow \mathcal{A}^{\chi(p, q)}.$$

(T2-F002)

СМЫСЛ ТРУДНОГО ПЕРЕХОДА: ноль и неопределённость

Если произведение запрещено доменом, оно не равно нулю. Нулевой элемент является значением определённой операции; неопределённость означает отсутствие стрелки. Смешение этих случаев уничтожает различие между структурным запретом и фактическим взаимным погашением. В предсказательном методе это различие отвечает за честное воздержание: кандидат вне Dom не получает «плохой балл», а исключается как нетипизированный.

Лемма 2.1. Тип ассоциатора [ТНМ]

Пусть $x \in \mathcal{A}^p, y \in \mathcal{A}^q, z \in \mathcal{A}^r$ и обе скобочные ветви определены. Если $\chi(\chi(p, q), r) = \chi(p, \chi(q, r)) = s$, то $\text{Ass}_{\odot}(x, y, z) \in \mathcal{A}^s$. Если степени ветвей различаются, их разность не является однородным ассоциатором и требует перехода в прямую сумму либо запрета теста.

Доказательство. Каждая ветвь принадлежит компоненте, вычисляемой последовательным применением χ . Разность двух векторов определена в одном однородном компоненте при совпадении степеней; при различии компонентов она принадлежит их прямой сумме, но не имеет единой степени s . Это и даёт заявленную типовую границу. $\square$

10.3. Протокол расширения NOTATION LEDGER

- Новое обозначение получает уникальный идентификатор NTL-xxx, Dom, Cod, степень, источник, статус и список коллизий.
- Символ, уже занятый в P0, не переопределяется; допускается только индексированная версия с явной картой к канону.
- Временное обозначение помечается TMP и не входит в теоремный пакет до снятия метки.
- Любой переход от алгебраического к топологическому, аналитическому или физическому смыслу фиксируется отдельным мостовым символом.
- В формулах прогноза слово «истина» не используется как числовая переменная; λ и δ_{truth} являются диагностическими координатами, а не заменой доказательства.

Контрпример 2.1. Коллизия δ

Пусть $\delta_{\min}^2 = \Psi^2$ во внутреннем двухступенчатом комплексе, а δ_{Hdg} обозначает кодифференциал на формах. Из $\delta_{\min}^3 \delta_{\min}^2 = 0$ нельзя заключить $\delta_{\text{Hdg}}^2 = 0$ или наоборот: области, степени и определения различны. Одинаковая буква без индекса создаёт ложный мост.

Контрпример 2.2. Неоднородный ассоциатор

Если $\chi(\chi(p, q), r) \neq \chi(p, \chi(q, r))$, то ветви лежат в разных компонентах. Запись $\text{Ass}_{\odot \in \mathcal{A}^s}$ с одним s не типизирована, даже если обе ветви вычислимы.

11. Глава 3. Категория NAPG_q: объекты, морфизмы и области

ОНТОЛОГИЯ	Категория NAPG _q существует как мир строго сопоставимых квадратичных кадров. Объектом является не одна операция, а пакет данных, достаточный для построения формального языка, вычисления и фактора обструкции.
ГНОСЕОЛОГИЯ	Объекты познаются через морфизмы: если класс обструкции меняется от допустимой перенумерации или изоморфизма, он не является структурным инвариантом выбранной категории.
ФЕНОМЕНОЛОГИЯ	Коммутативные диаграммы проявляют корректность переноса. Несовпадение двух путей показывает не философскую «неполноту», а конкретную ошибку типизации или естественности.
ГРАНИЦА	NAPG _q является внутренней алгебраической категорией. Она не содержит автоматически многообразий, Hodge-операторов, связностей, динамики и измерительных процедур.

11.1. Объект категории

Определение 3.1. Типизированный квадратичный кадр NAPG [DEF-A]

Объектом NAPG_q называется кортеж $N = (\mathbb{K}, \mathcal{A}, \odot, \mathcal{B}, \mathcal{R}; F^2_N, X^2_N, \Psi^2_N)$, где: $\mathbb{K}$ — коммутативное поле; $\mathcal{A}$ — градуированное пространство; $\odot$ — билинейная операция на заданных в $\mathcal{B}$ областях; $\mathcal{R} \subseteq \mathcal{A}$ — допустимый класс; F^2_N — векторное пространство допустимых формальных выражений степени не выше двух; X^2_N — тестируемый квадратичный слой; $\Psi^2_N: F^2_N \rightarrow X^2_N$ — линейная карта вычисления. Требуется $\text{Im } \Psi^2_N \subseteq X^2_N$, что встроено в кодомен.

$X^2_N = \text{Span}_{\mathbb{K}}\{ R \odot R, R \odot S + S \odot R : R, S, R+S \in \mathcal{R} \text{ и все произведения определены } \}.$

(T2-F003)

$O_B(N) = X^2_N / \text{Im } \Psi^2_N, \quad \Pi_N: X^2_N \rightarrow O_B(N).$

(T2-F004)

Формальный язык F^2_N должен быть отделён от вычисленного слоя X^2_N . Для строгой реализации удобно брать свободное $\mathbb{K}$ -пространство на типизированных синтаксических деревьях высоты не более двух и затем факторизовать его по линейным синтаксическим отношениям. Ψ^2_N вычисляет дерево в $\mathcal{A}$. Разные языки могут иметь одинаковую алгебру и разные O_B ; поэтому O_B измеряет полноту выбранного языка относительно X^2_N , а не «абсолютную неассоциативность».

11.2. Морфизм и четыре совместимости

Определение 3.2. Морфизм квадратичных кадров [DEF-A]

Морфизм $f:N \rightarrow N'$ есть семейство $f=(\Phi, \varphi_G, \varphi_F, \varphi_X, \varphi_O)$. Здесь $\Phi: \mathcal{A} \rightarrow \mathcal{A}'$ — градуированная линейная карта; φ_G переносит генераторы, домены и метки; $\varphi_F: F^2 N \rightarrow F^2 N'$ переносит формальный язык; $\varphi_X: X^2 N \rightarrow X^2 N'$ переносит вычисленные элементы; $\varphi_O: O_B(N) \rightarrow O_B(N')$ — индуцированная карта. Семейство считается морфизмом лишь при выполнении M1–M4.

Код	Совместимость	Формула/требование	Назначение
M1	Алгебра и Dom	$\Phi(x \circ y) = \Phi(x) \circ' \Phi(y)$ для всех допустимых пар; $\Phi(\mathcal{R}) \subseteq \mathcal{R}'$.	Сохраняет операцию и не расширяет область молча.
M2	Синтаксис	φ_F совместима с φ_G и подстановкой Φ в листья выражений.	Не позволяет формальному языку менять смысл.
M3	Вычисление	$\varphi_X \circ \Psi^2_N = \Psi^2_{N'} \circ \varphi_F$.	Коммутативность квадрата вычисления.
M4	Фактор	$\varphi_O \circ \Pi_N = \Pi_{N'} \circ \varphi_X$.	Естественность класса обструкции.

$$\varphi_X \Psi^2_N = \Psi^2_{N'} \varphi_F, \quad \varphi_O \Pi_N = \Pi_{N'} \varphi_X.$$

(T2-F005)

11.3. Корректность факторного переноса

Лемма 3.1. Спуск на фактор [THM]

Если выполнено M3, то $\varphi_X(\text{Im } \Psi^2_N) \subseteq \text{Im } \Psi^2_{N'}$. Поэтому формула $\varphi_O([x]) = [\varphi_X(x)]$ корректно определяет единственную линейную карту, удовлетворяющую M4.

Доказательство. Для $y = \Psi^2_N(a)$ имеем $\varphi_X(y) = \varphi_X \Psi^2_N(a) = \Psi^2_{N'} \varphi_F(a)$, то есть $\varphi_X(y)$ принадлежит $\text{Im } \Psi^2_{N'}$. Следовательно, два представителя x и $x+y$ одного класса переходят в элементы, различающиеся на элементе образа $\Psi^2_{N'}$. Корректность и единственность следуют из универсального свойства факторпространства. $\square$

Теорема 3.1. Существование категории NAPG_q [THM]

Типизированные квадратичные кадры с морфизмами M1–M4 образуют категорию. Тожественный морфизм задаётся тождественными компонентами; композиция определяется покомпонентно и снова удовлетворяет M1–M4.

Доказательство. Тожественные карты сохраняют все данные и делают обе диаграммы тождественно коммутативными. Для $f:N \rightarrow N'$ и $g:N' \rightarrow N''$ произведение сохраняется композицией $\Phi_g \Phi_f$; перенос синтаксиса и вычисления удовлетворяет M3, поскольку $\varphi_X \circ g \circ \varphi_X \circ f \circ \Psi_N = \varphi_X \circ g \circ \Psi_{N'} \circ \varphi_F \circ f = \Psi_{N''} \circ \varphi_F \circ g \circ \varphi_F \circ f$. Аналогично M4. Ассоциативность композиции и законы единицы наследуются от категории векторных пространств. $\square$

Предложение 3.2. Критерий изоморфизма [THM]

Морфизм f является изоморфизмом NAPG_q, если его компоненты Φ , φ_G , φ_F и φ_X обратимы и обратные карты сохраняют M1–M3. Тогда φ_O автоматически обратима и индуцируется φ_X^{-1} .

Доказательство. Обратные компоненты задают морфизм f^{-1} ; факторная карта корректна по Лемме 3.1. Композиции на представителях дают тождества, следовательно, $\varphi_O^{-1}([x']) = [\varphi_X^{-1}(x')]$. $\square$

11.4. Функторы внутреннего ядра

Теорема 3.3. Функтор квадратичной обструкции [THM]

Назначения $N \mapsto O_B(N)$ и $f \mapsto \varphi_O$ образуют функтор $O_B: NAPG_q \rightarrow Vect_K$.

Доказательство. Тожественный морфизм индуцирует тождество на классах. Для композиции $g \circ f$ имеем $[x] \mapsto [\varphi_X \wedge f(x)] \mapsto [\varphi_X \wedge g \circ \varphi_X \wedge f(x)]$, что совпадает с факторной картой композиции. $\square$

Теорема 3.4. Минимальный комплекс как функтор [ТНМ]

Положим $C_min^2(N) = F^2_N$, $C_min^3(N) = X^2_N$, остальные степени нулевыми; $\delta_min^2 = \Psi^2_N$, $\delta_min^3 = 0$. Тогда $C_min \cdot : NAPG_q \rightarrow CoCh_K$ является функтором, а $\kappa_N: O_B(N) \rightarrow H^3(C_min \cdot (N))$, $\kappa_N([x]) = [x]$, образует естественный изоморфизм.

$$H^3(C_min \cdot (N)) = \text{Ker } \delta_min^3 / \text{Im } \delta_min^2 = X^2_N / \text{Im } \Psi^2_N = O_B(N).$$

(T2-F006)

Доказательство. Нильпотентность следует из $\delta_min^3 = 0$. МЗ является ровно условием коцепного отображения в степени 2. Каноническая идентификация факторпространств не зависит от представителя. Естественность проверяется на классе $[x]$: оба пути дают $[\varphi_X(x)]$. $\square$

Внутреннее определяющее ядро NAPG_q

Формальный язык, вычислимый слой, фактор обструкции и минимальный комплекс

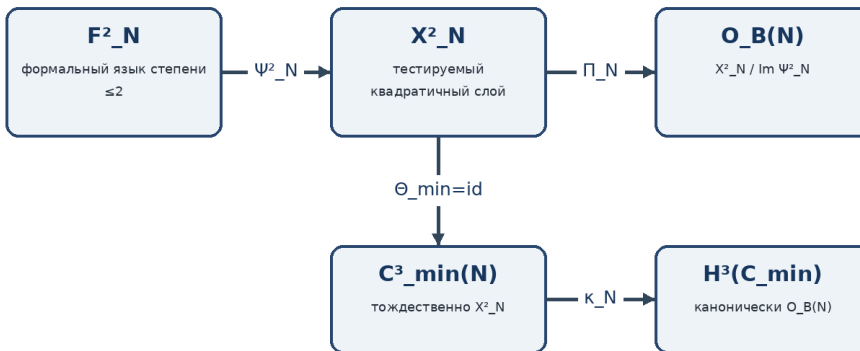


Рисунок 3. Внутреннее определяющее ядро NAPG_q и минимальный комплекс. Собственная схема Тома II.

11.5. Контрмодели к ослаблению морфизмов

Контрпример 3.1. Нарушение M1

Пусть $\mathcal{A} = K e$ с $e \circ e = e$, $\mathcal{A}' = K e'$ с $e' \circ e' = 0$, а $\Phi(e) = e'$. Линейность сохраняется, но $\Phi(e \circ e) = e' \neq 0 = \Phi(e) \circ \Phi(e)$. Такая карта не переносит алгебру и не может быть морфизмом NAPG_q.

Контрпример 3.2. Нарушение M3

Пусть $F^2 = X^2 = K$, $\Psi = id$, а в цели $\Psi' = 0$. Возьмём $\varphi_F = id$ и $\varphi_X = id$. Тогда $\varphi_X \Psi = id$, но $\Psi' \varphi_F = 0$. Образ формально реализуемого элемента перестаёт быть формально реализуемым; факторный перенос не определён канонически.

Контрпример 3.3. Произвольная карта классов

Даже если $O_B(N)$ и $O_B(N')$ изоморфны как векторные пространства, произвольно выбранный изоморфизм между ними не является компонентой морфизма, пока не выполнено M4. Иначе класс перестаёт быть результатом переноса исходного квадратичного элемента.

Контрпример 3.4. Забытый Dom

Карта Φ может сохранять формулу произведения на общей части областей, но переводить допустимую пару в запрещённую. Тогда правая часть $M1$ не определена. Сохранение Dom является частью морфизма, а не последующей проверкой.

Контрпример 3.5. O_B не детектирует ассоциатор

Можно выбрать Ψ^2 сюръективной, так что $O_B=0$, в неассоциативной алгебре. Обратно, в ассоциативной алгебре бедный язык F^2 даёт $O_B \neq 0$. Следовательно, функтор O_B не является функтором ассоциатора без отдельной карты β_{Ass} .

Контрпример 3.6. Неестественный выбор базиса

Если ϕ_X меняет знак, а назначенная вручную «внешняя» идентификация классов знак не меняет, квадрат $M4$ не коммутирует. Инвариантность относительно изоморфизма требует естественной, а не одинаково названной карты.

12. Глава 4. Градуированная пакетная алгебра и строгий селектор

ОНТОЛОГИЯ	Предсказательный реперный метод получает математический смысл только как композиция инвариантов и барьеров: проективная гармония оценивает конфигурацию точек, D/Dom удостоверяет допустимость, а NAPG-обструкция проверяет внутреннюю выразимость выбранного языка.
ГНОСЕОЛОГИЯ	Ни одна числовая близость не даёт знания сама по себе. Знание возникает из инвариантности, устойчивости к допустимому переносу, контроля полюсов и явного правила воздержания.
ФЕНОМЕНОЛОГИЯ	В данных метод проявляется как множество кандидатов, которое сужается при улучшении измерений и не меняет структурного вердикта при смене проективных координат или базиса NAPG.
ГРАНИЦА	Выпуск строит селектор структурной допустимости, а не теорему о наступлении физических событий. Статистическая калибровка, причинность и независимая внешняя проверка остаются последующими слоями.

12.1. Градуированная операция и ассоциатор

Определение 4.1. Градуированная пакетная алгебра [DEF-A]

Градуированной пакетной алгеброй называется $(\mathbb{K}, \cdot, \odot, \otimes)$, где $\cdot = \bigoplus_{p \in \Gamma} \cdot_p$, а для каждой допустимой пары степеней (p, q) задана билинейная карта $\odot_{\{p, q\}}: \text{Dom}_{\{p, q\}} \rightarrow \cdot^{\wedge \chi(p, q)}$. Операция может быть частичной по Dom и не обязана быть ассоциативной, коммутативной, альтернативной или унитарной.

$$\text{Ass}_\odot(x, y, z) = (x \odot y) \odot z - x \odot (y \odot z).$$

(T2-F007)

Лемма 4.1. Трёхлинейность на общей области [THM]

Если обе скобочные ветви определены на линейном подпространстве $T_{\text{Ass}} \subseteq \cdot^{\otimes}$ и $\odot$ билинейна, то $\text{Ass}_\odot: T_{\text{Ass}} \rightarrow \cdot^{\wedge}$ является линейной по формальным тройкам и трёхлинейной по аргументам на прямоугольных

доменных компонентах.

Доказательство. Каждая ветвь является композицией билинейных карт и потому трёхлинейна на общей области. Разность трёхлинейных отображений трёхлинейна. $\square$

12.2. Формальный квадратичный язык

Пусть $\text{Syn}_2(N)$ — множество типизированных синтаксических деревьев, листьями которых являются элементы $\mathcal{R}$ и допустимые генераторы $\mathcal{G}$, а внутренними вершинами — линейные операции и одно применение $\odot$. Определим F^2_N как свободное $\mathbb{K}$ -пространство на $\text{Syn}_2(N)$, факторизованное по линейным синтаксическим отношениям. Эта конструкция делает фразу «формальные выражения степени не выше двух» математически воспроизводимой.

$$F^2_N := \mathbb{K}[\text{Syn}_2(N)] / J_{\text{syn}}, \quad \Psi^2_N([t]) := \text{eval}_N(t).$$

(T2-F008)

Теорема 4.2. Критерий квадратичной полноты [ТНМ]

Для квадратичного кадра N эквивалентны: (i) каждый элемент X^2_N вычисляется допустимым выражением F^2_N ; (ii) Ψ^2_N сюръективна; (iii) $O_B(N)=0$.

Доказательство. Пункт (i) является определением сюръективности. Фактор $X^2_N/\text{Im } \Psi^2_N$ равен нулю тогда и только тогда, когда $\text{Im } \Psi^2_N = X^2_N$. $\square$

12.3. Явные нетривиальные модели

Пример 4.1. Двухмерная неассоциативная модель [MODEL]

Пусть $\mathcal{A} = \text{Span}_{\mathbb{K}}\{e_1, e_2\}$, $e_1 \odot e_1 = e_2$, $e_2 \odot e_1 = e_1$, а остальные произведения нулевые. Тогда $\text{Ass}_{\odot}(e_1, e_1, e_1) = e_1 \neq 0$. При $\mathcal{R} = \mathcal{A}$ и полном квадратичном языке Ψ^2 сюръективна, поэтому $O_B = 0$ при ненулевом ассоциаторе.

Доказательство. $(e_1 \odot e_1) \odot e_1 = e_2 \odot e_1 = e_1$, тогда как $e_1 \odot (e_1 \odot e_1) = e_1 \odot e_2 = 0$. Полный язык содержит все базисные квадратичные выражения, поэтому его образ совпадает с X^2 . $\square$

Пример 4.2. Ассоциативная модель с языковой обструкцией [MODEL]

Пусть $\text{char}(\mathbb{K}) \neq 2$ и $\mathcal{A} = \mathbb{K}[t]/(t^2)$ с обычным ассоциативным умножением, $\mathcal{R} = \mathcal{A}$, $X^2 = \text{Span}\{1, t\}$, а F^2 выбран так, что $\text{Im } \Psi^2 = \text{Span}\{1\}$. Тогда $O_B \cong \text{Span}\{[t]\} \neq 0$ при $\text{Ass}_{\odot} = 0$.

Доказательство. Ассоциативность наследуется от фактор-кольца. Фактор двумерного X^2 по одномерному образу имеет размерность один. $\square$

12.4. Anchored sufficient foundation и строгий Reper

Для устранения двусмысленности между D как четвёртой проективной точкой и D как достаточным основанием вводится типизированная конструкция anchored sufficient foundation. Она не меняет каноническую запись $(R, I, U; D)$, но раскрывает внутренний тип D .

Определение 4.2. Якорное достаточное основание [DEF-A]

Пусть L — двумерное $\mathbb{K}$ -пространство, $\mathbb{P}(L)$ — проективная прямая, а $\mathfrak{D}_{\Omega}$ — класс доказательных объектов домена Ω . Якорным основанием называется пара $D = (d, E_D)$, где $d \in \mathbb{P}(L)$ — проективный якорь, $E_D \in \mathfrak{D}_{\Omega}$ — доказательный объект. Запишем $\underline{D} = d$ и $\text{Valid}_{\Omega}(D) \in \{0, 1\}$. Типизированный Reper есть $\rho = (R, I, U; D)$, где $R, I, U, D \in \mathbb{P}(L)$.

Проективная координата использует $\underline{D}$; доказательная авторизация использует $\text{Valid}_{\Omega}(D)$. Таким образом, одна буква сохраняет авторскую семантику достаточного основания, но математическая запись больше не смешивает точку и документ.

12.5. Проективно-гармоническая координата

Для ненулевых представителей $r, i, u, d \in \mathbb{L}$ обозначим $[x, y] = \det(x, y)$ относительно любой выбранной ориентации базиса. Отношение детерминантов не зависит от масштаба представителей и от общего множителя при смене базиса.

$$\lambda(\rho) = \text{cr}(U, I; R, D) = ([u, r][i, d]) / ([u, d][i, r]).$$

(T2-F009)

Область определения состоит из четвёрок, для которых $[u, d] \neq 0$ и $[i, r] \neq 0$. Для попарно различных точек это условие выполнено. В аффинной карте формула принимает канонический вид $((u-r)(i-d))/((u-d)(i-r))$. Для гармонического условия $\lambda = -1$ далее предполагается $\text{char}(\mathbb{K}) \neq 2$; в характеристике 2 требуется отдельная формулировка.

Теорема 4.3. Проективная инвариантность λ [ТНМ]

Для любого $g \in \text{PGL}(L)$ и любого ρ из области определения выполняется $\lambda(g\rho) = \lambda(\rho)$. В частности, условие $\lambda = -1$ является проективным инвариантом.

Доказательство. Выберем линейного представителя $G \in \text{GL}(L)$ преобразования g . Для любых x, y имеем $\det(Gx, Gy) = \det(G)\det(x, y)$. В числителе и знаменателе формулы λ возникает по два одинаковых множителя $\det(G)$, которые сокращаются. Масштабы отдельных представителей также сокращаются попарно. $\square$

Контрпример 4.1. Полюс кросс-соотношения

Если $U = D$ или $I = R$, знаменатель равен нулю. Числовой λ не определён; присвоение ему большого значения или нуля является редакционной подменой Dom.

Контрпример 4.2. Гармония без основания

Можно выбрать четыре точки с $\lambda = -1$ и одновременно $\text{Valid}_\Omega(D) = 0$. Проективная конфигурация гармонична, но структурный селектор обязан воздержаться: D/Dom -барьер не пройден.

12.6. Строгий структурный селектор предсказательного метода

Определение 4.3. Структурный селектор [DEF-A]

Пусть $N \in \text{NAPG}_q$, $\rho = (R, I, U; D)$ — типизированный Reper и $x \in X^2_N$ — квадратичный тест кандидата. Определим $\text{Sel}_N(\rho, x) = 1$ тогда и только тогда, когда: (S1) ρ принадлежит Dom λ ; (S2) $\text{Valid}_\Omega(D) = 1$; (S3) $\lambda(\rho) = -1$; (S4) $\Pi_N(x) = 0$. В остальных случаях $\text{Sel}_N = 0$, а при нарушении S1 или отсутствующем D вводится отдельный статус ABSTAIN, не смешиваемый с отрицательным вердиктом.

$$\text{Sel}_N(\rho, x) = 1 \Leftrightarrow \text{Dom}_\lambda(\rho) \wedge \text{Valid}_\Omega(D) \wedge \lambda(\rho) = -1 \wedge \Pi_N(x) = 0.$$

(T2-F010)

Условие $\Pi_N(x) = 0$ означает $x \in \mathfrak{m} \Psi^2_N$: выбранный квадратичный тест воспроизводим формальным языком кадра. Оно не означает $\text{Ass}_\Theta = 0$ и не доказывает физическую реализуемость кандидата.

Теорема 4.4. Двойная инвариантность селектора [ТНМ]

Пусть $g \in \text{PGL}(L)$, $f: N \rightarrow N'$ — изоморфизм NAPG_q , а доказательный перенос $D \mapsto gD$ сохраняет Valid_Ω . Тогда для всех допустимых (ρ, x) выполняется $\text{Sel}_N(\rho, x) = \text{Sel}_{N'}(g\rho, f_X(x))$.

Доказательство. S1 и S3 сохраняются проективной инвариантностью λ . S2 сохраняется по гипотезе доказательного переноса. Для S4 используем M4: $\Pi_{N'}(f_X(x)) = f_O(\Pi_N(x))$. Поскольку f_O — изоморфизм, $\Pi_N(x) = 0$ тогда и только тогда, когда $\Pi_{N'}(f_X(x)) = 0$. Все четыре условия эквивалентны после переноса. $\square$

Двойная инвариантность структурного селектора

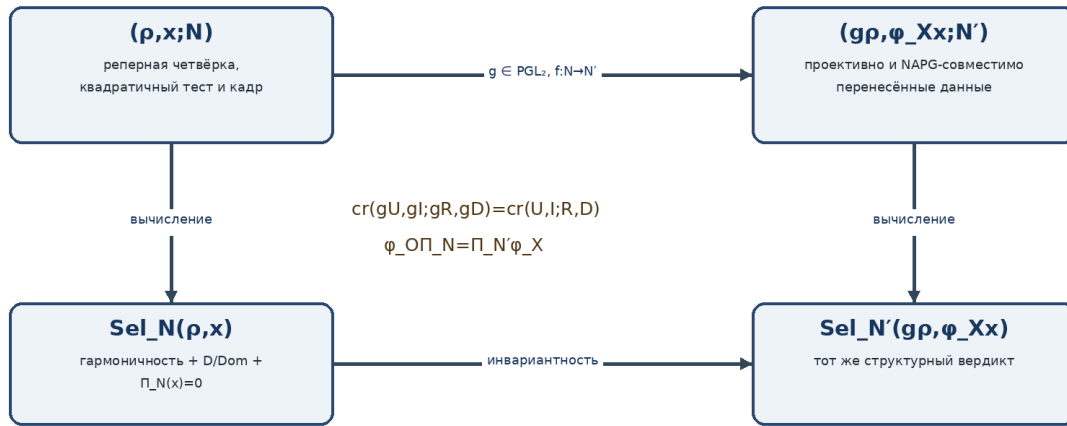


Рисунок 4. Двойная инвариантность структурного селектора. Собственная схема Тома II.

12.7. Приближённая гармония и локальная устойчивость

Для $\mathbb{K}=\mathbb{R}$ или $\mathbb{C}$ с фиксированной абсолютной величиной определим $\delta_{\text{truth}}(\rho)=|\lambda(\rho)+1|$. Этот дефект имеет смысл только внутри $\text{Dom } \lambda$. Для $\tau \geq 0$ введём τ -гармонический сектор $H_\tau=\{\rho: \delta_{\text{truth}}(\rho) \leq \tau\}$.

$$\delta_{\text{truth}}(\rho)=|\lambda(\rho)+1|, \quad H_\tau=\{\rho \in \text{Dom } \lambda : \delta_{\text{truth}}(\rho) \leq \tau\}.$$

(T2-F011)

Теорема 4.5. Локальная липшицева устойчивость [ТНМ]

Пусть $\Omega \subset \mathbb{R}^4$ — компактное выпуклое множество аффинных координат (u, i, r, d) , на котором $|u-d| \geq m > 0$ и $|i-r| \geq m > 0$. Тогда существует конечная константа L_Ω такая, что $|\delta_{\text{truth}}(q) - \delta_{\text{truth}}(q')| \leq L_\Omega \|q - q'\|$ для всех $q, q' \in \Omega$, соединяемых отрезком внутри области определения.

Доказательство. Рациональная функция λ гладка на открытом множестве, где знаменатель ненулевой. На компактном Ω её градиент ограничен: $L_\Omega := \sup_{q \in \Omega} \|\nabla \lambda(q)\| < \infty$. По теореме о среднем $|\lambda(q) - \lambda(q')| \leq L_\Omega \|q - q'\|$. Неравенство $\|a+1\| - \|b+1\| \leq \|a-b\|$ завершает доказательство. $\square$

ОГРАНИЧЕНИЕ УСТОЙЧИВОСТИ

Константа L_Ω может резко возрастать при приближении к полюсам $u=d$ или $i=r$. Поэтому малый численный шум не гарантирует малую ошибку λ без явной оценки расстояния до вырожденного множества. В программном слое KLT это требует отдельного pole-margin, а не одного δ_{truth} .

12.8. Интервальный Rereg и правило воздержания

Определение 4.4. Интервальный образ λ [DEF-A]

Пусть $B \subset \text{Dom } \lambda$ — множество всех четвёрок, совместимых с погрешностями исходных данных. Определим $\Lambda(B) = \{\lambda(q): q \in B\}$. Кандидат τ -сертифицирован, если $\sup_{z \in \Lambda(B)} |z+1| \leq \tau$ и $\inf_{q \in B} |u-d| |i-r| > 0$. Если B пересекает полюс, статус равен ABSTAIN_POLE.

Лемма 4.2. Монотонность уточнения [ТНМ]

Если $B' \subset B$, то $\Lambda(B') \subset \Lambda(B)$. Следовательно, верхняя граница $\sup_{z \in \Lambda(B')} |z+1|$ не превосходит соответствующей

границы для В.

Доказательство. Образ под отображением сохраняет включение множеств. Монотонность супремума по включению следует непосредственно. $\square$

12.9. Множество структурно допустимых кандидатов

Пусть $\text{Cand}(y)$ — множество кандидатов состояния или события, порождённых наблюдением y , причём каждому c сопоставлены $\text{Reper } \rho_c$, квадратичный тест $x_c \in X^2_N$ и доказательное основание D_c . Определим точное и робастное множества структурной допустимости.

$$C_0(y;N) = \{c \in \text{Cand}(y) : \text{Sel}_N(\rho_c, x_c) = 1\}.$$

(T2-F012)

$$C_{\{\tau, \eta\}}(y;N) = \{c : \text{Valid}(D_c), \delta_{\text{truth}}(\rho_c) \leq \tau, \text{dist}(x_c, \text{Im } \Psi^2_N) \leq \eta\}.$$

(T2-F013)

Формула с dist требует нормы на X^2_N и потому имеет статус MODEL до выбора аналитического слоя. Точное множество C_0 является чисто алгебраическим. Если C_0 пусто, метод не обязан выбирать «наименее плохой» исход: корректный выход ABSTAIN сообщает о недостаточности текущего языка, домена или основания.

Следствие 4.1. Координатная независимость точного множества [ТНМ]

При гипотезах Теоремы 4.4 изоморфизм кандидатов $c \mapsto c'$ индуцирует биекцию $C_0(y;N) \cong C_0(g(y);N')$.

Доказательство. Членство каждого кандидата сохраняется Теоремой 4.4; обратимость g и f даёт обратное соответствие. $\square$

12.10. Отрицательные результаты и запретные сокращения

Контрпример 4.3. $\lambda \approx -1$ не даёт truth-status

Пусть δ_{truth} мало, но D невалидно или кандидат находится вне предметного Dom. Тогда числовая близость сохраняется, однако $\text{Sel} = \text{ABSTAIN}$. Любой автоматический переход « δ_{truth} мало $\Rightarrow$ истинно» нарушает S2.

Контрпример 4.4. $O_V = 0$ не даёт физику

Минимальный комплекс и O_V определены для конечномерной формальной алгебры без топологии, времени и наблюдаемых. Нулевой класс сообщает лишь о квадратичной выразимости выбранным языком.

Контрпример 4.5. Ассоциатор не живёт в X^2 автоматически

$\text{Ass}_\odot$ зависит от трёх аргументов и двух скобочных ветвей, тогда как X^2 построен из квадратичных выражений. Без $\beta_{\text{Ass}}: T_{\text{Ass}} \rightarrow X^2$ формула $\Pi(\text{Ass}_\odot) = 0$ не типизирована.

Контрпример 4.6. Нестабильность у полюса

Последовательность четвёрок может сходиться к $U = \mathbb{D}$, при этом λ неограниченно растёт. Поэтому глобальной липшицевой константы на всей аффинной области нет.

Контрпример 4.7. Сужение кандидатов не равно причинному прогнозу

Даже если $C_0(y;N)$ состоит из одного элемента, это доказывает уникальность внутри заданного формального языка и домена, но не причинное наступление события во внешнем мире.

13. Теоремный пакет v0.2

Ниже собраны утверждения, которые считаются закрытыми в алгебраическом объёме выпуска. Они не переносятся автоматически на топологические, аналитические или физические реализации.

ID	Утверждение	Статус	Гипотезы	Не доказывает
T2-TH-201	Тип ассоциатора	THM	Совпадение степеней ветвей; общий Dom.	Существование всех произведений.
T2-TH-202	Спуск φ_X на O_B	THM	M3.	Инъективность или полноту детекции.
T2-TH-203	Категория $NAPG_q$	THM	Объекты Def. 3.1; M1–M4.	Геометрическую/аналитическую реализацию.
T2-TH-204	Функтор O_B	THM	Категория $NAPG_q$.	Связь с ассоциатором.
T2-TH-205	Естественный $C_{\min}$ и k	THM	Минимальный внутренний комплекс.	Внешнюю Hodge/Hochschild-когомологию.
T2-TH-206	Критерий квадратичной полноты	THM	$\Psi^2; F^2 \rightarrow X^2$.	Ассоциативность.
T2-TH-207	Проективная инвариантность λ	THM	Четвёрка в Dom; $g \in PGL_2$.	Достаточное основание.
T2-TH-208	Двойная инвариантность Sel	THM	g , изоморфизм $NAPG_q$, сохранение Valid.	Физический прогноз.
T2-TH-209	Локальная устойчивость δ_{truth}	THM	Компактность и отрыв от полюсов.	Глобальную устойчивость.
T2-TH-210	Монотонность интервального уточнения	THM	$B' \subseteq B \subseteq \text{Dom } \lambda$.	Статистическое покрытие.

14. Закрытие и разделение доказательных обязательств

PO	Результат v0.2	Статус	Закрывающий объект	Следующий шаг
T2-PO-003	Полный NOTATION LEDGER, типы и резервирование символов.	CLOSED	§10.1–10.3	Поддерживать при каждой новой главе.
T2-PO-004	Коллизии $\phi/\star_Hdg/\delta/\delta_{\min}$ устранены.	CLOSED	Лемма 2.1; контрпримеры 2.1–2.2	Автоматический notation audit в приложении.
T2-PO-005	Объекты, морфизмы, тождества и композиция $NAPG_q$ определены.	CLOSED	Def. 3.1–3.2; Thm. 3.1	Расширить до топологических кадров.
T2-PO-006	Построены контрмодели к M1–M4 и Dom.	CLOSED	Контрпримеры 3.1–3.6	Добавить машинные тесты.
T2-PO-007	Градуированная билинейная алгебра и формальный язык типизированы.	CLOSED ALG	§12.1–12.3	Аналитические нормы отдельно.
T2-PO-008A	Непустота: явные ассоциативная и неассоциативная модели.	CLOSED	Примеры 4.1–4.2	Классификация малых размерностей.
T2-PO-008B	Непрерывность, завершения, Banach/Hilbert-реализации.	OPEN	Не входит в алгебраическое ядро	Глава 10 и Hodge-слой.

PO	Результат v0.2	Статус	Закрывающий объект	Следующий шаг
T2-PO-008C	Проективно-гармонический интерфейс и Sel.	CLOSED ALG	Def. 4.2–4.4; Thm. 4.3–4.5	Статистическая калибровка в последующих главах.
T2-PO-009	Полная теория ассоциатора, ядер и центров.	NEXT	Глава 5	tom2_v0_3.
T2-PO-010	Естественный ассоциаторный инвариант/ β _Ass.	OPEN	Контрпример 4.5	tom2_v0_3; не смешивать с O_B.

15. Карта зависимостей после v0.2

Узел	Зависит от	Порождает	Статус границы
NOTATION LEDGER	P0; T2-PO-003/004	Типовую проверку всех глав	Закрыт, но обновляем.
NAPG_q	Гл. 2; M1–M4	O_B, C_min, морфизмы	Алгебраический.
$F^2 \rightarrow X^2 \rightarrow O_B$	Квадратичный язык и вычисление	Критерий полноты	Не ассоциаторный канал.
C_min, κ	NAPG_q	Внутренний H^3	Не внешний E-слой.
Anchored D	Проективная точка + evidence	D/Dom-барьер	Авторское определение.
λ и δ_truth	$\mathbb{P}^1$, Dom λ	Гармонический фильтр	Не truth-status.
Sel_N	λ , Valid, П	Точное множество C_0	Не физический прогноз.
β_Ass	T_Ass и целевой слой	Ассоциаторный канал	OPEN.
E/Hodge	Внешний комплекс и мост J	Главы 10–16	Не начат в v0.2.

16. Библиографическая синхронизация v0.2

Выпуск использует классические источники как prior art и не приписывает проекту авторство категорий, кросс-соотношения, факторпространств или общей теории деформаций. Авторский вклад настоящей редакции состоит в их типизированной сборке в NAPG_q, anchored sufficient foundation, структурном селекторе и доказательной дисциплине D/Dom.

[S1] Eilenberg, S.; Mac Lane, S. General Theory of Natural Equivalences. Transactions of the AMS 58 (1945), 231–294. DOI 10.1090/S0002-9947-1945-0013131-6.

[S2] Mac Lane, S. Categories for the Working Mathematician. 2nd ed. Springer. DOI 10.1007/978-1-4757-4721-8.

[S3] Gerstenhaber, M. On the Deformation of Rings and Algebras. Annals of Mathematics 79 (1964), 59–103. DOI 10.2307/1970484.

[S4] Veblen, O.; Young, J. W. Projective Geometry. Vol. I. Ginn, 1910. Public-domain scan: University of Michigan Historical Mathematics Collection.

[S5] Kurpishev, I. B. Базовый проект KLT-RBD. Том I. Редакция v197 RU. §§26.5, 52.9–52.18. 2026.

[S6] Kurpishev, I. B. Реперно-проективная архитектура формульных цепочек: PILOT-01. 2026.

[S7] Kurpishev, I. B. KURPISHEV’S THEORY OF STRATIFIED TIME: ASSOCIATOR RIGIDITY AND NONASSOCIATIVE PACKET GEOMETRY. Канонический SIGMA-корпус проекта, 2026.

17. Контрольная точка T2-RP-v0.2

ДЕКЛАРАЦИЯ НЕПРЕРЫВНОСТИ

Выпуск tom2_v0_2 наследует T2-RP-v0.1 и не изменяет замороженный Том I v197 RU. Внутренний алгебраический результат усилен, но внешний E-мост, Hodge-слой, ассоциаторная когомология, ПН.2 как физический принцип и F-1–F-14 не повышены. truth_layer_promotion=0.

Поле	Фиксация
Версия	tom2_v0_2.docx + tom2_v0_2.pdf
Контрольная точка	T2-RP-v0.2
Завершённые математические блоки	NOTATION LEDGER; категория NAPG_q; морфизмы M1–M4; O_V и C_min; projective-harmonic Sel; устойчивость и интервальное воздержание.
Закрытые обязательства	T2-PO-003–007; T2-PO-008A; T2-PO-008C.
Открытые обязательства	T2-PO-008B, T2-PO-009, T2-PO-010; все внешние E/Hodge/physical bridges.
Следующая версия	tom2_v0_3: глава 5 «Ассоциатор, R+R, ядра, центры и инварианты».
Обязательное действие v0.3	Построить типизированные левое/среднее/правое ядра, nucleus, центр, радикалы; классифицировать явные тройки; сформулировать β_{Ass} либо доказать невозможность универсального квадратичного кодирования.
Запрет v0.3	Не объявлять O_V ассоциаторной когомологией без естественного β_{Ass} и не переходить к физической кривизне.

ЧАСТЬ III. АССОЦИАТОРНАЯ ГЕОМЕТРИЯ И ПРЕДСКАЗАТЕЛЬНЫЕ ИНВАРИАНТЫ v0.3

ОНТОЛОГИЧЕСКИЙ БЛОК

Неассоциативность означает не беспорядок, а зависимость результата от маршрута композиции. Поэтому ассоциатор фиксирует различие двух допустимых способов сборки одного тройного пакета. В предсказательном методе существенна не величина «вообще», а локус, где инвариантный профиль операции способен измениться.

ОГРАНИЧИТЕЛЬНЫЙ БЛОК

Все результаты настоящей части являются алгебраическими. Детерминантный горизонт локализует возможные изменения типа в заданной параметрической семье, но не доказывает физическое событие, причинность или универсальную применимость. Общий мост между $\text{Ass}_\odot$, геометрической кривизной и Hol_D остаётся открытым обязательством.

18. Паспорт математического углубления v0.3

Параметр	Фиксация
Контрольная точка	T2-RP-v0.3
Каноническая основа	T2-RP-v0.2 + Том I v197 RU
Развиваемая глава	Глава 5: ассоциатор, $R \star R$, ядра, центры и инварианты
Главный результат	Детерминантная теорема локализации структурных переходов
Отрицательный результат	Диагонально-квадратичные данные не восстанавливают общий ассоциатор
Статус внешних мостов	OPEN; без повышения ПН.2, F-1–F-14 и физических гипотез
Статус-замок	truth_layer_promotion=0

19. Глава 5. Ассоциатор, $R \star R$, ядра, центры и инварианты

ГНОСЕОЛОГИЧЕСКИЙ БЛОК

Наблюдение одной диагонали многолинейного объекта неизбежно теряет информацию. Для ассоциатора это особенно важно: альтернативная алгебра может иметь нулевую диагональ $\text{Ass}(x, x, x)$ и всё же оставаться существенно неассоциативной. Знание должно хранить не только значение, но и тип канала, порядок аргументов и область допустимости.

19.1. Типизированная область ассоциатора

Определение 5.1 (DEF-A). Область ассоциатора. Пусть $(\mathcal{A}, \odot)$ — пакетная алгебра с, возможно, частичной операцией. Область Dom_Ass состоит из троек (a, b, c) , для которых определены $a \odot b$, $b \odot c$, $(a \odot b) \odot c$ и $a \odot (b \odot c)$. На Dom_Ass полагаем $\text{Ass}_\odot(a, b, c) = (a \odot b) \odot c - a \odot (b \odot c)$.

$$\text{Dom_Ass} = \{(a, b, c) : (a, b), (b, c), (a \odot b, c), (a, b \odot c) \in \text{Dom}_\odot\}.$$

Лемма 5.2 (ТНМ). Трёхлинейность на полном домене. Если $\odot$ — всюду определённая $\mathbb{K}$ -билинейная операция, то $\text{Ass}_\odot : \mathcal{A} \otimes \mathcal{A} \otimes \mathcal{A} \rightarrow \mathcal{A}$ является $\mathbb{K}$ -линейным отображением.

Доказательство. Каждый из двух членов является композицией билинейных отображений и потому трёхлинеен. Их разность трёхлинейна.

Для частичной операции трёхлинейность утверждается только внутри совместимых линейных срезов Dom_Ass . Расширять её за пределы домена по формальному сходству запрещено.

19.2. Левое, среднее и правое ядра

Определение 5.3 (DEF-A). Три ядра и nucleus. Для всюду определённой алгебры $\mathcal{A}$ определим $N_l = \{a : \text{Ass}(a, x, y) = 0 \text{ для всех } x, y\}$, $N_m = \{a : \text{Ass}(x, a, y) = 0 \text{ для всех } x, y\}$, $N_r = \{a : \text{Ass}(x, y, a) = 0 \text{ для всех } x, y\}$. Полное ядро $N(\mathcal{A}) = N_l \cap N_m \cap N_r$.

$$N_l = \ker L_{\text{Ass}}, \quad N_m = \ker M_{\text{Ass}}, \quad N_r = \ker R_{\text{Ass}},$$

$$L_{\text{Ass}}(a)(x, y) = \text{Ass}(a, x, y), \quad M_{\text{Ass}}(a)(x, y) = \text{Ass}(x, a, y), \quad R_{\text{Ass}}(a)(x, y) = \text{Ass}(x, y, a).$$

Предложение 5.4 (ТНМ). Линейность ядер. Если $\mathcal{A}$ — билинейная алгебра, то N_l , N_m , N_r и $N(\mathcal{A})$ являются линейными подпространствами.

Доказательство. Карты L_{Ass} , M_{Ass} и R_{Ass} линейны по выделенному аргументу. Их ядра являются подпространствами; пересечение подпространств является подпространством.

Определение 5.5 (DEF-A). Коммутант и центр. Коммутант $C_{\text{comm}}(\mathcal{A})$ состоит из z , удовлетворяющих $z \odot x = x \odot z$ для всех x . Центр определяется как $Z(\mathcal{A}) = N(\mathcal{A}) \cap C_{\text{comm}}(\mathcal{A})$.

ФЕНОМЕНОЛОГИЧЕСКИЙ БЛОК

Элемент центра не просто «не мешает» умножению. Он нечувствителен и к перестановке, и к изменению скобок. Поэтому центр задаёт устойчивый слой, относительно которого разные маршруты пакетной сборки совпадают.

19.3. Идеал ассоциаторов и универсальное ассоциативное отражение

Определение 5.6 (DEF-A). Идеал ассоциаторов. $J_{\text{Ass}}(\mathcal{A})$ — наименьший двусторонний идеал $\mathcal{A}$, содержащий все значения $\text{Ass}_\odot(a, b, c)$. Во внутренней терминологии KLT-RBD допускается обозначение $\text{Rad_Ass}(\mathcal{A}) := J_{\text{Ass}}(\mathcal{A})$, но оно не отождествляется с радикалом Джекобсона или другим классическим радикалом.

Теорема 5.7 (ТНМ). Универсальное ассоциативное отражение. Для любой всюду определённой билинейной алгебры $\mathcal{A}$ фактор $\mathcal{A}_{\text{as}} := \mathcal{A} / J_{\text{Ass}}(\mathcal{A})$ ассоциативен. Более того, любой гомоморфизм $f: \mathcal{A} \rightarrow B$ в ассоциативную алгебру B единственным образом факторизуется через $q: \mathcal{A} \rightarrow \mathcal{A}_{\text{as}}$.

Доказательство. В факторе образ каждого ассоциатора равен нулю, следовательно, умножение ассоциативно. Если B ассоциативна, то $f(\text{Ass}(a,b,c)) = \text{Ass}(fa,fb,fc) = 0$; поэтому $J_{\text{Ass}} \subseteq \ker f$. Универсальное свойство фактора даёт единственный $\tilde{f}$ с $f = \tilde{f} \circ q$.

Универсальное ассоциативное отражение

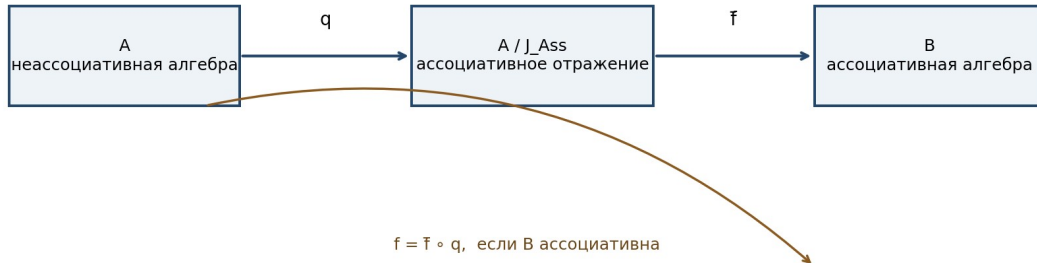


Рисунок 5. Универсальное ассоциативное отражение. Собственная схема Тома II.

Это отражение даёт строгую меру потери информации при принудительной ассоциативизации. Если $J_{\text{Ass}} = 0$, алгебра уже ассоциативна; если $J_{\text{Ass}} = \mathcal{A}$, ассоциативное отражение нулевое.

19.4. Запрет универсального диагонально-квадратичного кодирования

Теорема 5.8 (ТНМ). Степенной запрет. Не существует ненулевого однородного квадратичного отображения $Q: \mathcal{A} \rightarrow W$, которое для всех билинейных алгебр и всех x functorially совпадало бы с диагональным ассоциатором $\text{Ass}(x,x,x)$.

Доказательство. Для скаляра t имеем $Q(tx) = t^2 Q(x)$, тогда как $\text{Ass}(tx,tx,tx) = t^3 \text{Ass}(x,x,x)$. При поле с более чем двумя элементами равенство для всех t возможно только при $\text{Ass}(x,x,x) = 0$. Следовательно, общий кубический диагональный канал не является квадратичным.

Теорема 5.9 (ТНМ). Недостаточность даже кубической диагонали. Отображение $q_{\text{Ass}}(x) = \text{Ass}(x,x,x)$ в общем случае не определяет полный трёхлинейный ассоциатор.

Доказательство. В альтернативной алгебре ассоциатор чередующийся, поэтому $\text{Ass}(x,x,x) = 0$ для каждого x . Реальные октонионы неассоциативны и дают ненулевые значения на тройках различных единиц. Значит, $q_{\text{Ass}} = 0$ не влечёт $\text{Ass} = 0$.

ОГРАНИЧИТЕЛЬНЫЙ БЛОК

Символ $R \star R$ нельзя понимать как единственное число или одну диагональную квадратичную форму, способную восстановить произвольную неассоциативность. Для полного сертификата необходимы несколько поляризованных каналов и отдельная чередующаяся компонента.

19.5. Квадратично-чередующийся сертификат $R \star R$

Определение 5.10 (DEF-A). Три квадратичных карандаша. Для трёхлинейного $T = \text{Ass}_\circ$ зададим $Q_{12}(c;x) = T(x,x,c)$, $Q_{13}(b;x) = T(x,b,x)$, $Q_{23}(a;x) = T(a,x,x)$. При $\text{char } \mathbb{K} \neq 2$ их поляризации восстанавливают симметризации T по соответствующим парам слотов.

$$S_{12}T(x,y,c) = \frac{1}{2}[Q_{12}(c;x+y) - Q_{12}(c;x) - Q_{12}(c;y)] = \frac{1}{2}[T(x,y,c) + T(y,x,c)],$$

$$S_{13}T(x,b,y) = \frac{1}{2}[T(x,b,y) + T(y,b,x)],$$

$$S_{23}T(a,x,y) = \frac{1}{2}[T(a,x,y) + T(a,y,x)].$$

Определение 5.11 (DEF-A). Чередующаяся компонента. При $\text{char } \mathbb{K} \neq 2,3$ полагаем $\text{Alt}(T) = (1/6) \sum_{\sigma \in S_3} \text{sgn}(\sigma) \cdot T \circ \sigma$.

Теорема 5.12 (ТНМ). Полнота квадратично-чередующегося сертификата. При $\text{char } \mathbb{K} \neq 2, 3$ отображение $T \mapsto (S_{12}T, S_{13}T, S_{23}T, \text{Alt}(T))$ инъективно. Следовательно, три поляризованных квадратичных карандаша вместе с $\text{Alt}(T)$ однозначно определяют T .

Доказательство. Пусть все четыре компоненты образа равны нулю. Равенство $S_{ij}T=0$ означает, что T меняет знак при каждой транспозиции соответствующих слотов. Поэтому T является чередующимся. Для чередующегося T имеем $\text{Alt}(T)=T$, а по гипотезе $\text{Alt}(T)=0$. Значит, $T=0$.

Определение 5.13 (DEF-A). Строгая реализация авторского объекта $R \star R$. Для допустимого реперного слоя $\mathcal{R} \subseteq \mathcal{A}$ объект $R \star R$ определяется как сертификат $(\text{Dom_Ass}|\mathcal{R}^3, Q_{12}, Q_{13}, Q_{23}, \text{Alt}(\text{Ass}), J_{\text{Ass}}, \text{Prof_Ass})$. Это не новое умножение и не Hodge-оператор; знак $\star$ резервируется за ассоциаторным пакетным слоем.

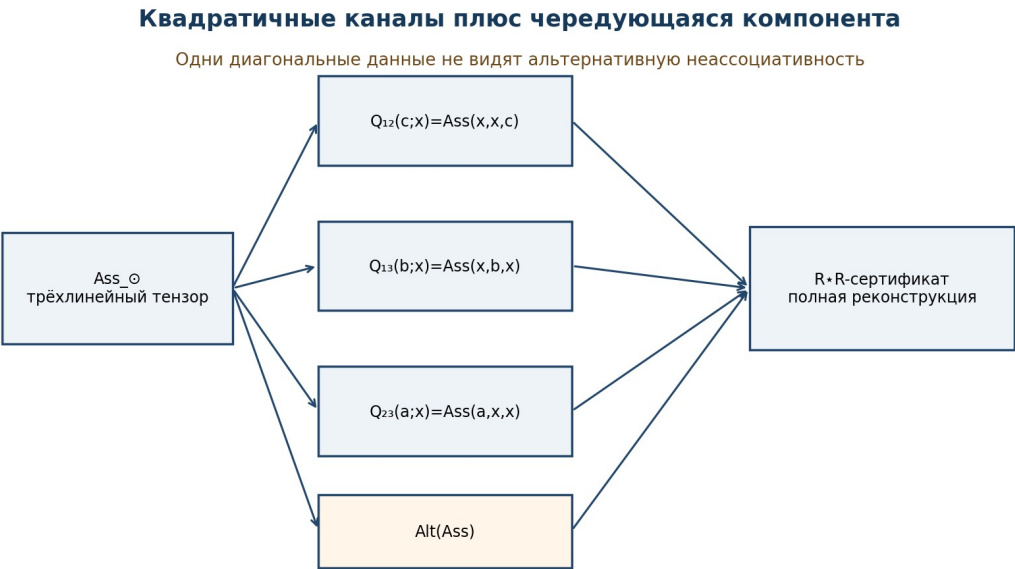


Рисунок 6. Полный R-R-сертификат: квадратичные каналы и чередующаяся компонента. Собственная схема Тома II.

19.6. Явные модели и контрпримеры

Модель A_2 . Пусть $\mathcal{A}_2 = \text{span}\{u, v\}$ и произведение задаётся таблицей $u \odot u = u, u \odot v = v, v \odot u = 0, v \odot v = u$.

$\odot$	u	v
u	u	v
v	0	u

$$\text{Ass}(v,u,v)=-u, \text{Ass}(v,v,u)=u, \text{Ass}(v,v,v)=v.$$

Предложение 5.14 (ТНМ). Профиль модели A_2 . Для $\mathcal{A}_2$ имеем $N_l=\mathbb{K}u, N_m=0, N_r=0, N=0, Z=0$ и $J_{\text{Ass}}=\mathcal{A}_2$.

Доказательство. Прямое вычисление на базисных тройках даёт указанные ассоциаторы. Условия для ядер сводятся к линейной системе; левое ядро порождается u , а среднее и правое тривиальны. Значения $\text{Ass}(v,v,u)=u$ и $\text{Ass}(v,v,v)=v$ порождают всю алгебру, поэтому $J_{\text{Ass}}=\mathcal{A}_2$.

Модель M_2 . Для матричной алгебры $M_2(\mathbb{K})$ ассоциатор тождественно равен нулю, все три ядра совпадают с $M_2(\mathbb{K})$, $J_{\text{Ass}}=0$, а центр состоит из скалярных матриц.

Модель $\mathbb{O}$. В реальных октонионах выберем ориентированные циклы (123), (145), (176), (246), (257), (347), (365). Тогда

$$\text{Ass}(e_1,e_2,e_4) = (e_1e_2)e_4 - e_1(e_2e_4) = e_7 - (-e_7) = 2e_7 \neq 0,$$

но альтернативность даёт $\text{Ass}(x,x,y)=\text{Ass}(y,x,x)=0$ и, в частности, $\text{Ass}(x,x,x)=0$. Этот пример является сертификатом против диагонального восстановления.

Модель	rank Ass	$N_l/N_m/N_r$	Z	J_{Ass}	Роль
$M_2(\mathbb{K})$	0	вся алгебра	$\mathbb{K} \cdot I$	0	ассоциативный нулевой контроль

Модель	rank Ass	N_l/N_m/N_r	Z	J_Ass	Роль
$\mathcal{A}_2$	>0	1 / 0 / 0	0	$\mathcal{A}_2$	явное полное разрушение ассоциативного отражения
$\mathbb{O}$	>0	$\mathbb{K} / \mathbb{K} / \mathbb{K}$	$\mathbb{K}$	не фиксируется здесь	контрпример к диагональному кодированию

19.7. Ассоциаторный инвариантный профиль

Определение 5.15 (DEF-A). Основной профиль. Для конечномерной алгебры определим $\text{Prof_Ass}(\mathcal{A}) = (n, r_{\text{Ass}}, n_l, n_m, n_r, n_N, n_Z)$, где $n = \dim \mathcal{A}$, $r_{\text{Ass}} = \text{rank}(\text{Ass}: \mathcal{A}^{\wedge 3} \rightarrow \mathcal{A})$, а остальные координаты являются размерностями трёх ядер, их пересечения и центра. Расширенный профиль добавляет $\dim J_{\text{Ass}}$ и ранги выбранных квадратичных каналов.

Теорема 5.16 (ТНМ). Изоморфная инвариантность профиля. Если $\Phi: \mathcal{A} \rightarrow \mathcal{B}$ — изоморфизм алгебр, то $\text{Prof_Ass}(\mathcal{A}) = \text{Prof_Ass}(\mathcal{B})$.

Доказательство. Из равенства $\Phi(\text{Ass}_{\mathcal{A}}(a, b, c)) = \text{Ass}_{\mathcal{B}}(\Phi a, \Phi b, \Phi c)$ следует сопряжённость соответствующих линейных карт. Ранги сохраняются, а Φ взаимно однозначно переносит N_l, N_m, N_r, N, Z .

Определение 5.17 (DEF-A). Псевдодистанция профилей. Для весов $w_j \geq 0$ полагаем $d_{\text{prof}}(\mathcal{A}, \mathcal{B}) = \sum_j w_j |r_j(\mathcal{A}) - r_j(\mathcal{B})|$. Это грубая изоморфно-инвариантная диагностика, но не полный классификатор: $d_{\text{prof}} = 0$ не влечёт изоморфизм.

19.8. Детерминантный горизонт структурных переходов

ОНТОЛОГИЧЕСКИЙ БЛОК

Структурное изменение не обязано быть видимым в значениях отдельных коэффициентов. Оно становится математически фиксируемым в тот момент, когда меняется ранг тензора, размер ядра или центра. Такие изменения не могут происходить произвольно: они локализованы нулями определителей.

Определение 5.18 (DEF-A). Полиномиальная семья алгебр. Пусть V — n -мерное пространство, T — неприводимое алгебраическое многообразие параметров и $\mu_t \in \text{Hom}(V \otimes V, V)$ имеет структурные константы, полиномиальные по t . Обозначим через A_t, L_t, M_t, R_t и C_t матрицы ассоциатора, трёх ядер и коммутаторного канала.

Определение 5.19 (DEF-A). Детерминантный горизонт. Δ_{NAPG} — объединение детерминантных локусов, на которых ранг хотя бы одной из матриц A_t, L_t, M_t, R_t , блочной матрицы nucleus $N_t = (L_t, M_t, R_t)$ или блочной матрицы центра $Z_t = (L_t, M_t, R_t, C_t)$ меньше её общего ранга на непустом открытом подмножестве T .

Теорема 5.20 (ТНМ). Локализация структурных переходов. На непустом Zariski-открытом множестве $T^\circ = T \setminus \Delta_{\text{NAPG}}$ основной профиль $\text{Prof_Ass}(\mathcal{A}_t)$ постоянен. В частности, вдоль непрерывного пути γ , лежащего в одной связной компоненте T° , профиль не меняется. Любое изменение профиля требует пересечения Δ_{NAPG} .

Доказательство. Элементы указанных матриц полиномиальны по t . Условие $\text{rank} \leq r$ задаётся обращением в нуль всех миноров порядка $r+1$. Общий ранг каждой матрицы достигается на непустом Zariski-открытом множестве. После удаления объединения соответствующих детерминантных локусов все ранги постоянны. Размерности трёх ядер, nucleus и центра равны n минус ранги соответствующих линейных или блочных карт. Следовательно, все координаты Prof_Ass постоянны.

Следствие 5.21 (ТНМ). Теорема отрицательного прогноза. Если $\gamma([t_0, t_1]) \cap \Delta_{\text{NAPG}} = \emptyset$, то в модели на всём интервале исключено изменение основного ассоциаторного профиля.

Доказательство. Это непосредственное следствие Теоремы 5.20. Утверждение является точным внутри заданной семьи μ_t и не переносится автоматически на физические системы.

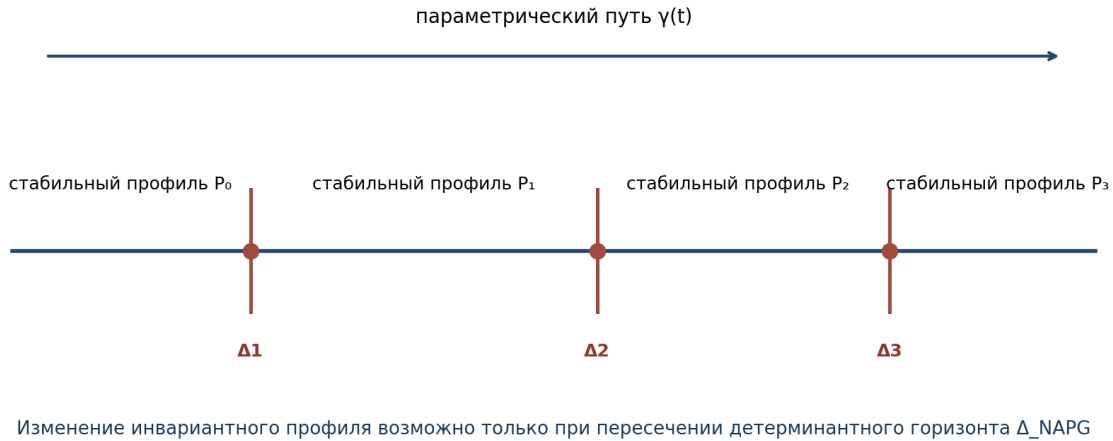


Рисунок 7. Детерминантный горизонт возможных структурных переходов. Собственная схема Тома II.

19.9. Проективно-гармоническая локализация кандидатов

Определение 5.22 (DEF-A). Прогнозный горизонт вдоль пути. Для наблюдаемого параметра t_0 и пути $\gamma: [t_0, t_1] \rightarrow T$ полагаем $\text{Hor_Ass}(\gamma) = \gamma^{-1}(\Delta_{\text{NAPG}})$. Это множество моментов параметрического времени, в которых структурный переход не исключён детерминантной теоремой.

Определение 5.23 (DEF-A). Гармонический кандидат перехода. Пусть параметрическая прямая компактифицирована до $P^1(\mathbb{K})$, а $\rho = (r, i, u; d)$ — Reper с $u \in \Delta_{\text{NAPG}}$. Кандидат называется гармоническим, если $\lambda(u, i; r, d) = -1$, $\text{Valid}(D) = 1$, $\rho \in \text{Dom}_\lambda$ и вычислительный сертификат миноров воспроизводим.

$$\text{Cand_H} = \{ \rho : u \in \Delta_{\text{NAPG}}, \lambda(\rho) = -1, \text{Valid}(D) = 1, \text{Cert_det}(u) = \text{PASS} \}.$$

Три уровня статуса различаются жёстко:

Уровень	Условие	Разрешённый вывод
Алгебраический locus	$u \in \Delta_{\text{NAPG}}$	структурный переход не исключён
Гармонический кандидат	$u \in \Delta_{\text{NAPG}}$ и $\lambda = -1$ с D/Dom	координатно-инвариантный кандидат для проверки
Сертифицированный переход	односторонние профили различаются и вычисления воспроизводимы	в данной модели профиль действительно изменяется
Физическое событие	независимые данные и операционализация	только после отдельного внешнего протокола

Теорема 5.24 (ТНМ). Проективная инвариантность гармонического кандидата. При проективной замене координаты параметрической прямой условие $\lambda = -1$ сохраняется, а детерминантный locus переносится изоморфизмом семейства. Поэтому Cand_H инвариантно при согласованной проективной репараметризации и переносе доказательного пакета D .

Доказательство. Кросс-соотношение проективно инвариантно. Матрицы структурных карт при изоморфном переносе сопряжены обратимыми матрицами, поэтому их ранги и детерминантные locus сохраняются. $\text{Valid}(D)$ переносится по отдельной гипотезе доказательной эквивалентности.

ОГРАНИЧИТЕЛЬНЫЙ БЛОК

Гармония $\lambda = -1$ не создаёт переход. Она маркирует проективно-инвариантное отношение между четырьмя уже определёнными точками. Положительный вывод возникает только при совместном выполнении детерминантного, доменного, доказательного и воспроизводимого вычислительного условий.

19.10. Вычислительный сертификат v0.3

Для базиса $e_1, \dots, e_n$ и структурных констант $\mu(e_i, e_j) = \sum_k c_{ij}^k e_k$ сертификат должен выполнять следующую последовательность:

Шаг	Операция	Проверка
C1	построить матрицу $\text{Ass}: V^{\otimes 3} \rightarrow V$	точные коэффициенты или контролируемая арифметика
C2	построить $L_{\text{Ass}}, M_{\text{Ass}}, R_{\text{Ass}}, C_{\text{comm}}$	соответствие выбранному порядку базиса
C3	вычислить ранги и ядра	точные значения и базисы ядер
C4	построить J_{Ass} итерацией $I_{k+1} = I_k + V I_k + I_k V$	стабилизация не позднее n шагов
C5	проверить Q_{12}, Q_{13}, Q_{23} и $\text{Alt}(\text{Ass})$	реконструкция Ass при $\text{char} \neq 2, 3$
C6	для семьи μ_t вычислить максимальные миноры	получить Δ_{NAPG} и контрольные полиномы
C7	проверить $\lambda, D/\text{Dom}$ и хеши источников	не смешивать алгебраический и физический статусы

Предложение 5.25 (ТНМ). Конечность построения J_{Ass} . В n -мерной алгебре возрастающая цепь $I_0 \subsetneq I_1 \subsetneq \dots$ с $I_0 = \text{span Im Ass}$ и $I_{k+1} = I_k + V I_k + I_k V$ стабилизируется не более чем после n строгих увеличений; предел равен J_{Ass} .

Доказательство. Каждое строгое включение увеличивает размерность как минимум на единицу, а размерность ограничена n . Стабильное подпространство содержит Im Ass и замкнуто относительно умножения слева и справа, следовательно, является требуемым наименьшим идеалом.

20. Теоремный пакет v0.3

ID	Результат	Статус	Гипотезы
T2-TNM-053	Универсальное ассоциативное отражение	TNM	всюду определённая билинейная алгебра
T2-TNM-054	Степенной запрет квадратичного кодирования	TNM	поле с достаточным числом скаляров
T2-TNM-055	Недостаточность кубической диагонали	TNM	существование альтернативной неассоциативной модели
T2-TNM-056	Полнота Q_{12}, Q_{13}, Q_{23} плюс Alt	TNM	$\text{char } \mathbb{K} \neq 2, 3$
T2-TNM-057	Изоморфная инвариантность Prof_Ass	TNM	конечномерная билинейная алгебра
T2-TNM-058	Детерминантная локализация переходов	TNM	полиномиальная семья на неприводимой базе
T2-TNM-059	Проективная инвариантность Cand_H	COND	согласованный перенос семьи и D

21. Обновление матрицы доказательных обязательств

PO	Содержание	Статус v0.3	Следующий шаг
T2-PO-009	Общий мост $\text{Ass}_\odot \leftrightarrow \text{curvature/Hol}_D$	OPEN	сначала задать геометрическую связность и типы обоих носителей
T2-PO-011	Типизированные ядра, центр и J_{Ass}	CLOSED	перенос в итоговую главу 5
T2-PO-012	Универсальность ассоциативного фактора	CLOSED	добавить категориальную формулировку как левый сопряжённый функтор
T2-PO-013	No-go для диагонального кодирования	CLOSED	вычислительные тесты на октонионах
T2-PO-014	Полный $R \bullet R$ -сертификат	CLOSED/COND	$\text{char} \neq 2,3$; исследовать характеристики 2 и 3
T2-PO-015	Детерминантный горизонт переходов	CLOSED	реализовать символичный сертификат
T2-PO-016	Banach/Hilbert-обобщение профиля	OPEN	заменить ранги на Fredholm/essential invariants
T2-PO-017	Независимая проверка переходных локусов	OPEN	подготовить внешний набор семей алгебр

22. Библиографическая синхронизация v0.3

- [1] Schafer, R. D. Structure and representation of nonassociative algebras. Bulletin of the American Mathematical Society 61 (1955), 469–484.
 - [2] Baez, J. C. The Octonions. Bulletin of the American Mathematical Society 39 (2002), 145–205; arXiv:math/0105155.
 - [3] Glassman, N. D. Cohomology of nonassociative algebras. Pacific Journal of Mathematics 33 (1970), 617–631.
 - [4] Salzmann, H. et al. The Role of Nonassociative Algebra in Projective Geometry. Graduate Studies in Mathematics 159, American Mathematical Society, 2014.
 - [5] Kaygorodov, I. Non-associative algebraic structures: classification and structure. arXiv:2306.00425, revised 2023.
 - [6] Курпишев И. Б. Том I v197 RU и T2-RP-v0.2: канонические внутренние источники настоящей редакции.
- Классические определения ассоциатора, ядер, центра, альтернативности и октонионов используются как prior art. Авторская новизна настоящего слоя заявляется в строгом R+R-сертификате, соединении с D/Dom и λ -селектором, ассоциаторном профиле KLT-RBD и детерминантном горизонте предсказательного исключения.

23. Контрольная точка T2-RP-v0.3

Контроль	Результат
Кумулятивность	v0.1 и v0.2 сохранены без удаления
Глава 5	создано строгое ассоциаторное ядро
R•R	реализован как полный квадратично-чередующийся сертификат
Предсказательный результат	структурные переходы локализованы детерминантным горизонтом
Отрицательный результат	вне горизонта изменение профиля исключено в модели
Физический статус	не повышен
Следующая точка	T2-RP-v0.4: пакетно-реперная алгебро-геометрическая двойственность
Статус-замок	truth_layer_promotion=0

ТОЧКА ОТКАТА

T2-RP-v0.3 сохраняет v0.2 как неизменяемый источник. При обнаружении дефекта в R•R-сертификате откат выполняется к T2-RP-v0.2, а не к Тому I. Том I v197 RU остаётся замороженной нулевой основой.

Машиночитаемая фиксация

checkpoint=T2-RP-v0.3; source=T2-RP-v0.2; truth_layer_promotion=0; next=T2-RP-v0.4.

ЧАСТЬ IV. АЛГЕБРО-ГЕОМЕТРИЧЕСКАЯ ДВОЙСТВЕННОСТЬ v0.4

Контрольная точка T2-RP-v0.4 · углубление главы 6 · источник: T2-RP-v0.3

Философский шлюз главы 6	
Онтология	Алгебра и геометрия не объявляются одним и тем же объектом. Двойственность означает контролируемое взаимное восстановление структур через явно заданные функторы.
Гносеология	Наблюдаемая геометрия есть семейство допустимых проб алгебры. Полнота познания требует доказать, что совокупность проб не теряет существенных данных.
Феноменология	Объект проявляется не как изолированная вещь, а как согласованный спектр его действий на тестовых объектах, реперных конфигурациях и локальных картах.
Ограничение	Даже точная двойственность переносит структуру, но не создаёт причинный закон, временную динамику или физическое предсказание. Для них требуются отдельные мосты и данные.

24. Паспорт углубления v0.4

Цель редакции v0.4 — заменить неопределённую формулу «алгебра двойственна геометрии» четырёхуровневой конструкцией. Первый уровень является безусловным и представимым; второй вводит условную пространственную реализацию; третий выделяет реконструируемые подкатегории; четвёртый переносит детерминантные и проективно-гармонические кандидаты только через доказанный реконструкционный шлюз.

Уровень	Конструкция	Статус	Допустимый вывод
D0	Yoneda/representable duality	THM	Алгебра полностью кодируется своим функтором точек в представимом слое.
D1	Spec_R - Gamma_R adjunction	COND	Существует естественное соответствие геометрических стрелок и алгебраических морфизмов при заданных гипотезах.
D2	Reconstruction anti-equivalence	COND/THM	На объектах с изоморфными unit/counit алгебра и геометрия взаимно восстанавливаются.
D3	Predictive dual transport	COND	Ранговый горизонт и harmonic gate переносятся между слоями только при нулевом реконструкционном дефекте.

25. Глава 6. Пакетно-реперная алгебро-геометрическая двойственность

25.1. Граница prior art и авторской конструкции

Классическая математика содержит несколько различных, несводимых друг к другу парадигм двойственности: антиэквивалентность коммутативных колец и аффинных схем; восстановление компактного пространства по коммутативной C^* -алгебре; соответствие векторных расслоений и конечнопорождённых проективных модулей; реконструкцию объекта по функтору Hom . Настоящая глава не переименовывает эти результаты и не заявляет их как авторские.

Авторская конструкция Тома II состоит в их дисциплинированном переносе в NAPG: вводятся представимый функтор пакетно-реперных точек, реконструкционный дефект, projective Reper-атлас, согласование алгебраического и геометрического детерминантных горизонтов и blocker-safe правило прогнозного переноса.

Классическая линия	Что импортируется	Что не переносится автоматически
Аффинные схемы	Контравариантность Spec и восстановление по глобальным сечениям на аффинном слое.	Некоммутативная или неассоциативная алгебра не получает канонический scheme-spectrum без дополнительной конструкции.
Гельфанд–Наймарк	Идея восстановления пространства из функциональной алгебры.	Топологическая C^* -структура, положительность и involution не присутствуют в общем NAPG-ядре.
Серр–Суон	Связь локальной геометрии расслоений с проективными модулями.	Любой NAPG-модуль не является автоматически векторным расслоением.
Йонедэ	Полная точность представимого Hom -функтора.	Представимый функтор ещё не является обычным топологическим пространством.

25.2. Две различные двойственности

Определение 6.1. Представимая двойственность [DEF-A]

Пусть $\mathcal{C} = \text{NAPG_q}^{\text{fin}}$ — малая категория конечномерных объектов NAPG_q с морфизмами, удовлетворяющими четырём совместимостям главы 3. Для $A \in \text{Ob}(\mathcal{C})$ определим ковариантный функтор точек

$$h_A : \mathcal{C} \rightarrow \text{Set}, \quad h_A(T) = \text{Hom}_{\mathcal{C}}(A, T).$$

Алгебраический морфизм $f: A \rightarrow B$ индуцирует естественное преобразование $h_f: h_B \rightarrow h_A$, заданное предварительной композицией $h_f(T)(g) = g \circ f$. Поэтому $A \mapsto h_A$ является контравариантным отображением алгебр в геометрические функторы.

Определение 6.2. Пространственная двойственность [DEF-A]

Пространственная двойственность требует иной категории Geo_R , объекты которой имеют носитель, локальные карты, структурный пучок, пакетно-реперные данные и правила склейки. Она задаётся парой контравариантных функторов Spec_R и Gamma_R и не выводится из одного лишь существования h_A .

$$\text{Spec_R} : \text{Alg_R} \rightarrow \text{Geo_R}^{\text{op}}, \quad \text{Gamma_R} : \text{Geo_R}^{\text{op}} \rightarrow \text{Alg_R}.$$

Ограничительный блок: слово «двойственность»	
Запрет 1	Полная точность функторного описания не означает существования обычного множества точек с топологией.
Запрет 2	Совпадение множеств характеров не означает изоморфизма алгебр.
Запрет 3	Существование сопряжённой пары не означает, что unit и counit изоморфны.
Запрет 4	Антиэквивалентность статических категорий не задаёт закон эволюции параметра.

26. Безопасная представимая двойственность Йонеды

26.1. Теорема полной точности

Теорема 6.3. Yoneda-safe anti-equivalence [ТНМ]

Функтор $\text{Spec}_Y: \mathcal{C}^{\text{op}} \rightarrow \text{Set}^{\mathcal{C}}$, определённый формулой $\text{Spec}_Y(A) = h_A$, является полным и точным. Его существенный образ $\text{Aff_NAPG}^{\text{rep}}$ образует категорию представимых NAPG-геометрий, и Spec_Y задаёт антиэквивалентность

$$\mathcal{C}^{\text{op}} \simeq \text{Aff_NAPG}^{\text{rep}}.$$

Доказательство. Для $A, B \in \mathcal{C}$ лемма Йонеды даёт естественную биекцию $\text{Nat}(h_B, h_A) \cong \text{Hom}_{\mathcal{C}}(A, B)$. Она совместима с тождествами и композициями. Следовательно, Spec_Y полон и точен; ограничение на существенный образ является эквивалентностью. $\square$

Этот результат является безусловным в рамках выбранной малой категории. Он не требует prime-spectrum, максимальных идеалов, нормы, топологии или ассоциативности. Человечество редко получает столь чистый результат, поэтому следует немедленно запретить ему приписывать результату больше, чем там написано.

Безопасная двойственность Йонеды



$$A \rightarrow B \text{ соответствует } h_B \rightarrow h_A$$

Полная и точная на представимом уровне; топологическая реализация не предполагается автоматически.

Рисунок 8. Безопасная представимая двойственность Йонеды для NAPG_q . Собственная схема Тома II.

26.2. Реперный функтор конфигураций

Определение 6.4. Reper_T(A) [DEF-A]

Для тестового объекта T положим

$$\text{Reper}_A(T) = \{ (r, i, u, d) \in h_A(T)^4 : \text{Adm}_T(r, i, u, d) = 1, \text{Valid}_T(D) = 1 \}.$$

Здесь r, i, u, d — четыре морфизма $A \rightarrow T$, Adm_T проверяет доменную допустимость, различимость и отсутствие полюса, а $\text{Valid}_T(D)$ проверяет пакет достаточного основания. Семейство Reper_A является подфунктором h_A^4 , если допустимость и достаточное основание сохраняются всеми тестовыми морфизмами.

Предложение 6.5. Функториальность Reper-конфигураций [ТНМ]

Пусть $s: T \rightarrow T'$ сохраняет Adm и $\text{Valid}(D)$. Тогда $(r, i, u, d) \mapsto (s \circ r, s \circ i, s \circ u, s \circ d)$ задаёт отображение $\text{Reper}_A(T) \rightarrow \text{Reper}_A(T')$; тождества и композиции выполняются покомпонентно. Следовательно, $\text{Reper}_A: \mathcal{C} \rightarrow \text{Set}$ является функтором. $\square$

Следствие 6.6. Изоморфная инвариантность [ТНМ]

Изоморфизм $A \cong B$ индуцирует естественный изоморфизм $\text{Reper}_B \cong \text{Reper}_A$. Поэтому реперная геометрия на представимом уровне не зависит от выбора изоморфного алгебраического представления.

27. Условная пара $\text{Spec}_R / \text{Gamma}_R$

27.1. Сопряжение и карты восстановления

Гипотеза 6.7. Пространственная реализация [COND]

Предполагается существование категории Geo_R и функторов Spec_R , Gamma_R , для которых имеется естественная биекция

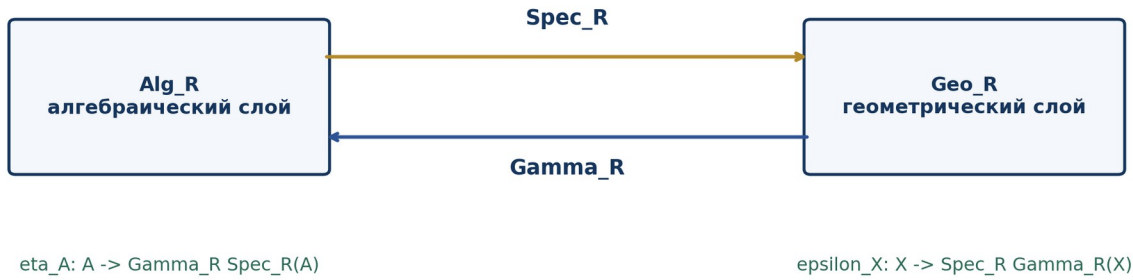
$$\text{Hom}_{\text{Geo}_R}(X, \text{Spec}_R A) \cong \text{Hom}_{\text{Alg}_R}(A, \text{Gamma}_R X).$$

Эта биекция означает сопряжение $\text{Spec}_R \dashv \text{Gamma}_R$ между Alg_R и Geo_R^{op} . Ей соответствуют unit и геометрически записанный counit

$$\begin{aligned} \eta_A &: A \rightarrow \text{Gamma}_R \text{Spec}_R(A), \\ \epsilon_X &: X \rightarrow \text{Spec}_R \text{Gamma}_R(X). \end{aligned}$$

Существование этих карт не утверждается для всей NAPG без дополнительной спецификации спектра, пучка и допустимых локализаций. В v0.4 фиксируется точная форма доказательного обязательства, а не его декоративное исчезновение.

Условная пространственная двойственность



Антиэквивалентность возникает только на подкатегориях, где η и ϵ являются изоморфизмами.

Рисунок 9. Условная пара $\text{Spec}_R/\text{Gamma}_R$ и карты реконструкции. Собственная схема Тома II.

27.2. Реконструкционные дефекты

Определение 6.8. Алгебраический дефект [DEF-A]

Для конечномерного A определим

$$\begin{aligned} K_{\text{rec}}(A) &= \ker(\eta_A), & Q_{\text{rec}}(A) &= \text{coker}(\eta_A), \\ \text{def}_{\text{alg}}(A) &= \dim K_{\text{rec}}(A) + \dim Q_{\text{rec}}(A). \end{aligned}$$

Если категория не аддитивна, используется булев дефект $\text{def}_{\text{alg}}(A)=0$ при изоморфности η_A и $\text{def}_{\text{alg}}(A)=1$ в противном случае.

Определение 6.9. Геометрический дефект [DEF-A]

Полагаем $\text{def}_{\text{geo}}(X)=0$, если ϵ_X является изоморфизмом в Geo_R , и $\text{def}_{\text{geo}}(X)=1$ иначе. В конечномерной координатной модели допускается ранговая детализация через матрицы отображения локальных координат и структурных пучков.

$$\text{def}_{\text{rec}}(A, X) = \text{def}_{\text{alg}}(A) + \text{def}_{\text{geo}}(X).$$

Нулевой реконструкционный дефект является обязательным условием переноса строгого предсказательного статуса. Ненулевой дефект не опровергает объект, но запрещает отождествлять его алгебраическую и геометрическую версии.

27.3. Теорема реконструкционной антиэквивалентности

Теорема 6.10. Restricted reconstruction theorem [ТНМ при гипотезе 6.7]

Пусть Alg_rec — полная подкатегория объектов A , для которых η_A является изоморфизмом, а Geo_rec — полная подкатегория объектов X , для которых $\epsilon_{\bar{X}}$ является изоморфизмом. Тогда Spec_R и Gamma_R ограничиваются до антиэквивалентности

$$\text{Alg_rec}^{\text{op}} \simeq \text{Geo_rec}.$$

Доказательство. На указанных подкатегориях unit и counit являются естественными изоморфизмами.

Треугольные тождества сопряжения показывают, что ограниченные функторы являются квазиобратными. $\square$

Следствие 6.11. Сохранение изоморфных инвариантов [ТНМ при гипотезе 6.7]

Любой инвариант, функториально определённый на Alg_rec , переносится на Geo_rec и обратно. Однако нефункториальные числовые признаки, выбранные после просмотра результата, не получают такого права.

28. Контртеоремы к ложной двойственности

28.1. Множество характеров не восстанавливает алгебру

Теорема 6.12. Character-spectrum no-go [ТНМ]

Пусть K — поле и V_m — m -мерное K -пространство. На $A_m = K \oplus V_m$ зададим коммутативное ассоциативное умножение

$$(a, u)(b, v) = (ab, av + bu), \quad V_m^2 = 0.$$

Тогда A_m — унитарная алгебра, и всякий унитарный K -алгебраический характер $\chi: A_m \rightarrow K$ совпадает с проекцией $\chi(a, u) = a$. Следовательно, множества K -значных характеров всех A_m одноточечны, хотя A_m и A_n не изоморфны при $m \neq n$.

Доказательство. Запишем $\chi(a, u) = a + l(u)$. Из мультипликативности получаем $l(u)l(v) = 0$ для всех u, v . Над полем это влечёт $l = 0$. Различие размерностей запрещает изоморфизм $A_m \cong A_n$ при $m \neq n$. $\square$

Следовательно, point-set spectrum без структурного пучка или полного функтора точек теряет нильпотентные направления. Эта контртеорема действует уже в ассоциативном случае, поэтому неассоциативность не может быть назначена виновной за все человеческие упрощения.

28.2. Нелинейная смена карты разрушает lambda

Контрпример 6.13. Non-projective chart failure [ТНМ]

На аффинной прямой возьмём $(r, i, u, d) = (0, 1, 2, 3)$. В принятом порядке

$$\lambda(u, i; r, d) = ((u-r)(i-d))/((u-d)(i-r)) = 4.$$

После нелинейной замены координаты $x \mapsto x^2$ получаем quadruple $(0, 1, 4, 9)$ и

$$\lambda' = 32/5 \neq 4.$$

Поэтому глобальная реперная λ -координата существует только при переходах карт из $PGL_2(K)$ либо при отдельном доказанном классе преобразований, сохраняющих cross-ratio.

28.3. Статическая двойственность не создаёт динамику

Предложение 6.14. No-dynamics principle [ТНМ]

Антиэквивалентность категорий переносит объекты, морфизмы и функториальные инварианты. Она не выделяет параметр времени, генератор потока, вероятностный закон или причинное направление. Следовательно, из $Alg_res^{op} \simeq Geo_res$ нельзя вывести прогноз события без дополнительной динамической структуры.

Доказательство. Одна и та же статическая категория допускает различные семейства эндифункторов и различные параметризации путей объектов. Эквивалентность не выбирает одну из них. $\square$

29. Проективно-реперные атласы и глобальная harmonic coordinate

29.1. Определение атласа

Определение 6.15. Projective Reper atlas [DEF-A]

Пусть $X \in \text{Geo_R}$. Projective Reper atlas состоит из покрытия $\{U_\alpha\}$ и карт $\kappa_\alpha: U_\alpha \rightarrow P^1(K)$, причём на каждом непустом пересечении $U_\alpha \cap U_\beta$ переход $\kappa_\beta \circ \kappa_\alpha^{-1}$ является ограничением элемента $PGL_2(K)$. Допустимая Reper-четвёрка должна лежать в общей карте или иметь согласованное продолжение через цепочку пересечений.

Теорема 6.16. Глобализация lambda [THM]

На projective Reper atlas величина $\lambda(u, i; r, d)$ не зависит от выбора карты и тем самым задаёт глобальную функцию на пространстве допустимых реперных четвёрок.

Доказательство. На пересечениях карты связаны проективным преобразованием, а cross-ratio инвариантно относительно $PGL_2(K)$. Транзитивность переходов обеспечивает согласованность на тройных пересечениях. $\square$

Следствие 6.17. Глобальность harmonic locus [THM]

$$\text{Harm}(X) = \{\rho \in \text{Rep}(X) : \lambda(\rho) = -1\}$$

является корректно определённым подмножеством конфигурационного пространства. Если $\text{char } K = 2$, гармоническая маркировка требует отдельной нормировки и в настоящий пакет не включается.

29.2. Естественность относительно морфизмов

Определение 6.18. Projective Reper morphism [DEF-A]

Морфизм $F: X \rightarrow Y$ называется projective-Reper, если локально выражается элементами $PGL_2(K)$, переносит Adm , $\text{Valid}(D)$ и обструкционные метки и согласован со структурными пучками.

Теорема 6.19. Инвариантность harmonic locus [THM]

$$F(\text{Harm}(X)) \subseteq \text{Harm}(Y).$$

Если F является изоморфизмом projective-Reper объектов, то $F(\text{Harm}(X)) = \text{Harm}(Y)$. Доказательство следует из локальной PGL_2 -инвариантности и сохранения D/Dom .

30. Двойной детерминантный горизонт

30.1. Алгебраический и геометрический каналы

Пусть $t \mapsto A_t$ — алгебраическая семья главы 5 и $X_t = \text{Spec}_R(A_t)$ — её геометрическая реализация на реконструируемом слое. Алгебраический горизонт Δ_{alg} определяется падением рангов матриц ассоциатора, ядер, центра и идеала J_{Ass} . Геометрический горизонт Δ_{geo} определяется падением рангов функториально соответствующих карт касательного, пучкового или инцидентного слоя.

Гипотеза 6.20. Conjugacy bridge [COND]

Для каждой структурной карты $M_{\text{alg}}(t)$ существует геометрическая карта $M_{\text{geo}}(t)$ и обратимые матрицы $U(t), V(t)$, такие что

$$M_{\text{geo}}(t) = U(t) M_{\text{alg}}(t) V(t)^{-1}.$$

Теорема 6.21. Совпадение ранговых горизонтов [ТНМ при гипотезе 6.20]

$$\Delta_{\text{alg}} = \Delta_{\text{geo}}.$$

Доказательство. Умножение слева и справа на обратимые матрицы сохраняет ранг. Поэтому наборы параметров, на которых соответствующая карта теряет общий ранг, совпадают. После объединения по конечному семейству структурных карт получаем равенство горизонтов. $\square$

Следствие 6.22. Двойная теорема отрицательного прогноза [ТНМ при гипотезах 6.7 и 6.20]

Если путь $\gamma([t_0, t_1])$ не пересекает общий горизонт и реконструкционный дефект равен нулю, то на всём интервале постоянны как алгебраический профиль $\text{Prof}_{\text{Ass}}(A_t)$, так и его геометрический двойственный профиль.

Это утверждение исключает структурный переход внутри конкретной модели. Оно не утверждает неизменность физической системы, если не доказано, что система реализует данную модель и путь параметров.

30.2. Несовпадение горизонтов как blocker

Определение 6.23. Dual mismatch set [DEF-A]

$$\text{Mis}_{\text{dual}} = \Delta_{\text{alg}} \triangle \Delta_{\text{geo}}.$$

Непустое симметрическое различие означает, что либо реконструкция не точна, либо выбранные структурные карты не являются функториальными соответствиями, либо вычислительный сертификат содержит дефект. В этом случае переходный кандидат не публикуется.

Ситуация	Вывод	Статус
t вне обоих горизонтов	Структурный профиль постоянен в обоих слоях.	NO-CHANGE
t в обоих горизонтах	Разрешён кандидат перехода; требуются λ , D/Dom и obstruction gate.	CANDIDATE
t только в одном горизонте	Реконструкционный конфликт.	ABSTAIN
η или ϵ не изоморфны	Алгебро-геометрический перенос запрещён.	ABSTAIN

31. Двойной предсказательный шлюз KLT-RBD

31.1. Система блокиров

Определение 6.24. Block_dual [DEF-A]

$$\text{Block_dual} = \text{B_rec} \cup \text{B_var} \cup \text{B_chart} \cup \text{B_D} \cup \text{B_Dom} \cup \text{B_ob} \cup \text{B_ind}.$$

- B_rec: unit или counit не являются изоморфизмами;
- B_var: алгебраический и геометрический горизонты не совпадают;
- B_chart: переходы реперного атласа не доказаны как проективные;
- B_D и B_Dom: отсутствует достаточное основание или область применения;
- B_ob: внутреннее или внешнее препятствие не обнулено;
- B_ind: отсутствует независимый вычислительный или эмпирический сертификат, когда он требуется.

Определение 6.25. Dual harmonic candidate [DEF-A]

$\text{Cand_dual}(t)=1$ iff $t \in \text{Delta_alg} \cap \text{Delta_geo}$, $\lambda_t=-1$, $\text{Valid}(D_t)=1$, $\text{Pi}_t=0$, $\text{Block_dual}=\text{empty}$.

В численно релаксированном режиме равенство $\lambda=-1$ заменяется интервалом $\text{delta_truth} \leq \tau$, но статус остаётся CANDIDATE. Порог τ выбирается до раскрытия результата и входит в D.

Двойной предсказательный шлюз NAPG



η , ϵ изоморфны; препятствия равны нулю; переходы атласа лежат в $\text{PGL}(2)$.

Нарушение любого условия переводит вывод в ABSTAIN, а не в торжественную метафизику.

Рисунок 10. Двойной предсказательный шлюз NAPG/KLT-RBD. Собственная схема Тома II.

31.2. Основная условная теорема переноса кандидата

Теорема 6.26. Functorial predictive transport [COND]

Пусть выполнены условия:

- H1. $t \mapsto A_t$ является конечномерной алгебраической или аналитической семьёй с вычислимым Delta_alg;
- H2. существует сопряжённая пара $\text{Spec}_R \dashv \Gamma_R$;
- H3. η_{A_t} и ϵ_{X_t} изоморфны в исследуемой окрестности;
- H4. структурные карты связаны Conjugacy bridge 6.20;
- H5. на X_t задан projective Reper atlas;
- H6. D/Dom валидны и зафиксированы до проверки;
- H7. внутренние препятствия и заявленные внешние препятствия равны нулю;
- H8. вычислительные сертификаты алгебраического и геометрического каналов воспроизводимы.

Тогда множество Cand_dual инвариантно относительно изоморфизмов семейства A_t , projective-Reper изоморфизмов X_t и проективных замен координаты параметрической прямой. Если путь не пересекает общий горизонт, алгоритм обязан вернуть NO-STRUCTURAL-CHANGE-IN-MODEL; если Block_dual непуст, он обязан вернуть ABSTAIN.

Доказательство. Изоморфная инвариантность алгебраического горизонта установлена в главе 5. Теорема 6.21 переносит его в геометрический слой. Теоремы 6.16 и 6.19 обеспечивают инвариантность λ . H6-H8 сохраняют доказательные ворота. Следовательно, булев селектор Cand_dual не зависит от допустимого

представления. Отрицательная ветвь следует из постоянства рангов вне горизонта; ветвь ABSTAIN является определением blocker-safe протокола. □

Феноменологический смысл двойного шлюза	
Наблюдаемое	Геометрический канал показывает, как структурная возможность проявляется в пространстве конфигураций.
Основание	Алгебраический канал фиксирует, какая операция, ассоциатор и идеал действительно изменяют ранг.
Согласование	Проективно-гармоническая lambda локализует симметричный Rereg-кандидат, но только внутри общего детерминантного горизонта.
Воздержание	При несовпадении каналов система не угадывает скрытый смысл, а выдаёт ABSTAIN и реестр недостающих мостов.

32. Геометрический смысл R-star-R

32.1. Представимый образ ассоциатора

Для $T \in \mathcal{C}$ каждый T-пункт $x:A \rightarrow T$ переносит ассоциатор по формуле

$$x(\text{Ass}_A(a,b,c)) = \text{Ass}_T(xa,xb,xc).$$

Поэтому $R \star R$ -сертификат главы 5 определяет естественное семейство функций на функторе точек. Его нулевой локус на тестовом объекте T задаётся

$$Z_{\text{Ass}}(T) = \{x \in h_A(T) : x(J_{\text{Ass}}(A)) = 0\}.$$

Предложение 6.27. Представимость ассоциативного отражения [ТНМ]

$$Z_{\text{Ass}}(T) \cong \text{Hom}_{\mathcal{C}}(A/J_{\text{Ass}}(A), T)$$

для тех тестовых объектов и морфизмов, для которых фактор A/J_{Ass} существует в $\mathcal{C}$.

Доказательство. Морфизм $x:A \rightarrow T$ обращает J_{Ass} в нуль тогда и только тогда, когда он единственным образом факторизуется через универсальное ассоциативное отражение $A \rightarrow A/J_{\text{Ass}}$. $\square$

Следовательно, ассоциативный геометрический слой является представимым подфунктором полной NAPG-геометрии. Это даёт строгий смысл фразе «геометрия видит ассоциатор»: она видит не метафору, а факторизационный локус.

32.2. Геометрия ядер и центра

Для каждого тестового T можно определить подфункторы N_l, N_m, N_r, N, Z через условия исчезновения соответствующих естественных ассоциаторных и коммутаторных функций. При конечной представимости они задаются системами полиномиальных уравнений в структурных координатах.

Предложение 6.28. Функториальность ядровых локусов [ТНМ]

Изоморфизмы NAPG переносят локусы N_l, N_m, N_r, N, Z друг в друга. Их размерностные профили являются инвариантами на реконструируемом геометрическом слое.

Доказательство. Условия определены через естественные тождества $\text{Ass}=0$ и $[a,b]=0$, сохраняемые морфизмами.

$\square$

33. Вычислительный сертификат v0.4

33.1. Обязательные объекты данных

ID	Объект	Поля сертификата
DUAL-OBJ	Алгебра/геометрия	object_id, version, basis/atlas, source hash, status
DUAL-FUN	Спец/Gamma	domain, codomain, object map, morphism map, identity/composition tests
DUAL-UNIT	eta/epsilon	matrix or symbolic map, rank, inverse witness, defect
DUAL-REP	Reper atlas	charts, PGL2 transition matrices, overlap tests, pole set
DUAL-HOR	Horizons	minor polynomials, generic rank, Delta_alg, Delta_geo, symmetric difference
DUAL-GATE	Predictive gate	lambda, delta_truth, D/Dom, Pi, blockers, output

33.2. Автоматические тесты

- TEST-YONEDA-01: проверка биекции $\text{Hom}(A,B) \leftrightarrow \text{Nat}(h_B, h_A)$ на конечном тестовом подкорпусе;
- TEST-FUN-02: сохранение тождеств и композиции $\text{Spec}_R/\text{Gamma}_R$;
- TEST-ADJ-03: проверка естественной Hom -биекции и треугольных тождеств;
- TEST-REC-04: точная проверка обратимости η и ϵ ;
- TEST-PGL-05: проверка, что каждая переходная карта представлена обратимой матрицей 2×2 с точностью до скаляра;
- TEST-CR-06: равенство cross-ratio во всех перекрывающихся картах;
- TEST-NONPGL-07: обязательный отрицательный тест на нелинейной карте;
- TEST-HOR-08: совпадение Δ_{alg} и Δ_{geo} ;
- TEST-GATE-09: ABSTAIN при любом ненулевом blocker;
- TEST-HASH-10: контрольные хеши кода, данных, матриц и отчёта.

33.3. Псевдокод blocker-safe алгоритма

INPUT: family A_t , realization X_t , Reper ρ_t , evidence D_t

1. compute Δ_{alg} ; 2. compute Δ_{geo} ; 3. test η , ϵ ;
4. verify PGL2 atlas and λ ; 5. evaluate Π and D/Dom ;
6. if $\text{Block}_{\text{dual}} \neq \text{empty}$: return ABSTAIN;
7. if $\text{path} \cap \Delta_{\text{alg}} = \text{empty}$: return NO-STRUCTURAL-CHANGE-IN-MODEL;
8. if $t \in \Delta_{\text{alg}} = \Delta_{\text{geo}}$ and $\lambda = -1$: return CANDIDATE;
9. otherwise: return UNRESOLVED-HORIZON.

34. Теоремный пакет и доказательные обязательства v0.4

34.1. Реестр формальных результатов

ID	Результат	Статус	Зависимости
T2-THM-603	Yoneda-safe anti-equivalence	THM	Категория $\text{NAPG}_{q^{\text{fin}}}$
T2-THM-605	Функториальность Reper_A	THM	Натуральность Adm и $\text{Valid}(D)$
T2-THM-610	Restricted reconstruction	COND/THM	Сопряжение $\text{Spec}_R \dashv \Gamma_R$
T2-THM-612	Character-spectrum no-go	THM	Square-zero extensions
T2-THM-616	Глобализация λ	THM	Projective Reper atlas
T2-THM-621	Совпадение горизонтов	COND/THM	Conjugacy bridge
T2-THM-626	Functorial predictive transport	COND	H1-H8
T2-THM-627	Локус A/J_{Ass}	THM	Универсальность фактора

34.2. Обновление матрицы доказательных обязательств

PO	Содержание	Статус	Следующее действие
T2-PO-016	Полная точность представимого NAPG-функтора	CLOSED	Поддерживать типовую дисциплину при расширении категории.
T2-PO-017	Натуральность Adm и $\text{Valid}(D)$	COND	Формализовать классы допустимых тестовых морфизмов.
T2-PO-018	Глобальное существование Spec_R/Γ_R	OPEN	Выбрать конкретный спектр и структурный пучок для целевой подкатегории.
T2-PO-019	Реконструкция $\text{unit}/\text{counit}$	COND	Построить η , ϵ на явных моделях A_2 , M_2 и octonion layer.
T2-PO-020	Faithfulness point-set spectrum	CLOSED-NEG	Сохранять no-go как обязательный контрпример.
T2-PO-021	Projective Reper atlas	CLOSED-FORMAL	Построить нетривиальный атлас с несколькими картами.
T2-PO-022	Non-PGL chart counterexample	CLOSED	Включить в автоматический тест TEST-NONPGL-07.
T2-PO-023	Conjugacy bridge algebra-geometry	OPEN	Определить геометрические структурные карты главы 7-9.
T2-PO-024	Dual horizon equality	COND	Закрыть после T2-PO-023 на явной семье.
T2-PO-025	Banach/Hilbert completion	OPEN	Перенести в аналитический слой после главы 11.
T2-PO-026	Independent predictive certificate	OPEN	Предрегистрация вычислительного теста без физических утверждений.

34.3. Библиографическая синхронизация v0.4

[V0.4-1] Eilenberg, S.; Mac Lane, S. General Theory of Natural Equivalences. Transactions of the AMS 58 (1945), 231-294. DOI 10.1090/S0002-9947-1945-0013131-6.

[V0.4-2] Yoneda, N. On the Homology Theory of Modules. Journal of the Faculty of Science, University of Tokyo, Section I 7 (1954), 193-227.

[V0.4-3] The Stacks Project, Tag 01HX, Lemma 26.6.5: the category of affine schemes is equivalent to the opposite category of rings.

[V0.4-4] Gelfand, I.; Naimark, M. On the imbedding of normed rings into the ring of operators in Hilbert space. Matematicheskii Sbornik 12(54):2 (1943), 197-217.

[V0.4-5] Swan, R. G. Vector Bundles and Projective Modules. Transactions of the AMS 105 (1962), 264-277. DOI 10.1090/S0002-9947-1962-0143225-6.

[V0.4-6] Kurpishev, I. В. Базовый проект KLT-RBD. Том I. v197 RU; Том II, T2-RP-v0.1-v0.3. Канонические внутренние источники проекта.

Граница новизны. Классические формы duality, Yoneda embedding, affine Spec, Gelfand-Naimark и Serre-Swan относятся к prior art. Авторская новизна v0.4 заявляется в четырёхуровневой NAPG-duality, Reper-конфигурационном подфункторе, реконструкционном дефекте, projective Reper atlas, dual mismatch set и blocker-safe predictive gate.

34.4. Контрольная точка T2-RP-v0.4

Фиксация выпуска	
Нулевая основа	Том I v197 RU остаётся замороженным и не редактируется.
Наследование	T2-RP-v0.1, v0.2 и v0.3 сохранены в полном кумулятивном документе.
Статус	Ни условные теоремы, ни ПН.2, ни F-1-F-14, ни физические мосты не повышены.
Следующая точка	T2-RP-v0.5: глава 7 — атласы, расслоения, пакетные многообразия и cocycle-obstruction.

```
checkpoint=T2-RP-v0.4; source=T2-RP-v0.3; truth_layer_promotion=0; next=T2-RP-v0.5.
```

ЧАСТЬ V. АТЛАСЫ, РАССЛОЕНИЯ И ПРЕПЯТСТВИЯ ГЛОБАЛИЗАЦИИ v0.5

Контрольная точка T2-RP-v0.5 · углубление главы 7 · источник: T2-RP-v0.4

35. Паспорт углубления v0.5

Цель редакции v0.5 - построить строгий переход от локальной NAPG-структуры к глобальному объекту. В предыдущих выпусках были определены категория, ассоциаторный слой и алгебро-геометрическая двойственность. Однако локальные определения ещё не образуют многообразие, расслоение или глобальный предсказательный объект. Для этого нужны переходные изоморфизмы, сосycle-условия, effective descent и отдельный контроль препятствий глобализации.

Онтологический блок главы 7

Локальная структура отвечает на вопрос «что существует в одной карте?». Глобальная структура отвечает на другой вопрос: «можно ли считать локальные проявления частями одного и того же объекта?». Склейка не является косметической операцией. Она определяет саму онтологическую идентичность объекта через совместимость перекрытий.

Гносеологический блок главы 7

Наблюдатель обычно получает локальные данные: отдельные источники, измерительные окна, реперные карты и частичные модели. Знание становится глобальным только после проверки переходов, происхождения данных, сосycle-условия и независимости результата от выбранного атласа. Совпадение локальных чисел без такой проверки не создаёт глобального знания.

Феноменологический блок главы 7

Один и тот же объект может выглядеть различно в разных локальных описаниях. Феноменологическая устойчивость означает не тождество записей, а наличие допустимых переходов, сохраняющих существенную структуру. Для KLT-RBD это превращается в проверяемый вопрос: существует ли путь согласования локальных Reper-описаний без потери D/Dom и без возникновения обструкции.

Ограничительный блок главы 7

Том II не утверждает, что любой набор локальных реперов глобализуется, что всякий локальный гармонический кандидат соответствует событию или что топологическое препятствие имеет физическое значение. Всякий такой вывод допускается только после отдельной теоремы спуска, существования глобального сечения и независимой предметной интерпретации.

Слой	Локальные данные	Глобальное требование	Статус v0.5
Атлас	карты U_i и локальные модели	переходы в groupoid изоморфизмов	DEF-A/THM
Расслоение	$U_i \times F$	cocycle и effective descent	THM/COND
Операция	локальные $\odot_i$	переходы являются изоморфизмами алгебр	THM
Reper	локальные $(R,I,U;D)$	PGL2-совместимость и перенос Evidence-D	THM/COND
Hodge	локальные метрики и ориентации	SO-совместимость переходов	THM
Прогноз	локальные кандидаты	глобальное допустимое сечение и пустой Block	COND

36. NAPG-атласы и группоид переходов

36.1. Локальная модель и структурный группоид

Определение 7.1. Локальная NAPG-модель. [DEF-A] Локальной моделью называется объект F категории NAPG_q , снабжённый выбранной топологией или гладкой структурой на носителях, так что группа $\text{Aut}_{\text{NAPG}}(F)$ допустимых непрерывных или гладких автоморфизмов определена как топологическая группа. Если топология на $\text{Aut}_{\text{NAPG}}(F)$ не задана, далее допускается только категориальная, но не топологическая формулировка.

Определение 7.2. NAPG-атлас. [DEF-A] На пространстве X NAPG-атлас типа F есть открытое покрытие $U = \{U_i\}$ и локальные объекты $E_i = U_i \times F$ вместе с изоморфизмами $\varphi_{ij}: E_i|_{U_{ij}} \rightarrow E_j|_{U_{ij}}$, где $U_{ij} = U_i \cap U_j$. Изоморфизмы обязаны сохранять градуировку, операцию $\odot$, структурные данные G , допустимые области, R-star-R-слой и маркированные доказательные поля, которые заявлены глобальными.

$$\varphi_{ii} = \text{id}, \quad \varphi_{ji} = \varphi_{ij}^{-1}, \quad \varphi_{jk} \circ \varphi_{ij} = \varphi_{ik} \text{ on } U_{ijk}.$$

Определение 7.3. Структурный группоид. [DEF-A] Объекты группоида - локальные NAPG-модели над картами; стрелки - допустимые изоморфизмы на перекрытиях; композиция - обычная композиция отображений. Эта композиция ассоциативна независимо от неассоциативности операции внутри волокна.

Ключевое различие

Неассоциативность волокна и ассоциативность переходов принадлежат разным уровням. Внутри F может выполняться $(a \odot b) \odot c \neq a \odot (b \odot c)$. Но переходы φ_{ij} являются отображениями, и их композиция обязана быть ассоциативной. Иначе отношение склейки перестаёт быть однозначным.

Теорема 7.4. Необходимость ассоциативного группоида переходов. [THM] Для стандартной склейки локальных NAPG-объектов переходные данные должны образовывать категорию или группоид с ассоциативной композицией. Использование самой неассоциативной операции $\odot$ как закона композиции переходов не задаёт обычного расслоения без дополнительных 2-морфизмов и когерентностей.

Доказательство. Эквивалентность точек в дизъюнктном объединении локальных тривиализаций должна быть транзитивной. На четырёхкратном перекрытии переход из первой карты в четвёртую вычисляется как $(\varphi_{34} \circ \varphi_{23}) \circ \varphi_{12}$ и как $\varphi_{34} \circ (\varphi_{23} \circ \varphi_{12})$. Для отображений эти выражения совпадают. Если вместо композиции используется закон с ненулевым ассоциатором, результаты могут различаться; тогда класс эквивалентности зависит от скобок и фактор-пространство не определено. Для исправления требуется bicategory/2-groupoid и явный associator coherence, что в v0.5 оставлено отдельным OPEN-слоем. $\square$

36.2. Projective-Reper атлас

Определение 7.5. Проективно-реперная карта. [DEF-A] Проективно-реперная карта на U_i состоит из локального отображения $\kappa_i: U_i \rightarrow P^1(K)$, локального Evidence-D пакета $E_{\{D,i\}}$ и класса допустимых реперных четвёрок. На перекрытии требуется $\kappa_j \circ \kappa_i^{-1} \in \text{PGL}_2(K)$ и совместимый перенос $E_{\{D,i\}} \rightarrow E_{\{D,j\}}$.

Теорема 7.6. Глобальность λ . [THM] Если все переходы проективно-реперного атласа принадлежат $\text{PGL}_2(K)$, то cross-ratio $\lambda(u,i;r,d)$ и гармонический локус $\lambda = -1$ не зависят от выбора карты. Если хотя бы одна переходная карта не сохраняет cross-ratio, λ является только локальной координатой.

Доказательство. Инвариантность cross-ratio относительно PGL_2 была доказана в v0.2. На каждом перекрытии значения совпадают, поэтому они склеиваются в глобальную функцию на пространстве допустимых четвёрок. Обратное утверждение в полной общности не заявляется; возможны частные преобразования, сохраняющие выбранный конечный набор значений, но не весь cross-ratio. $\square$

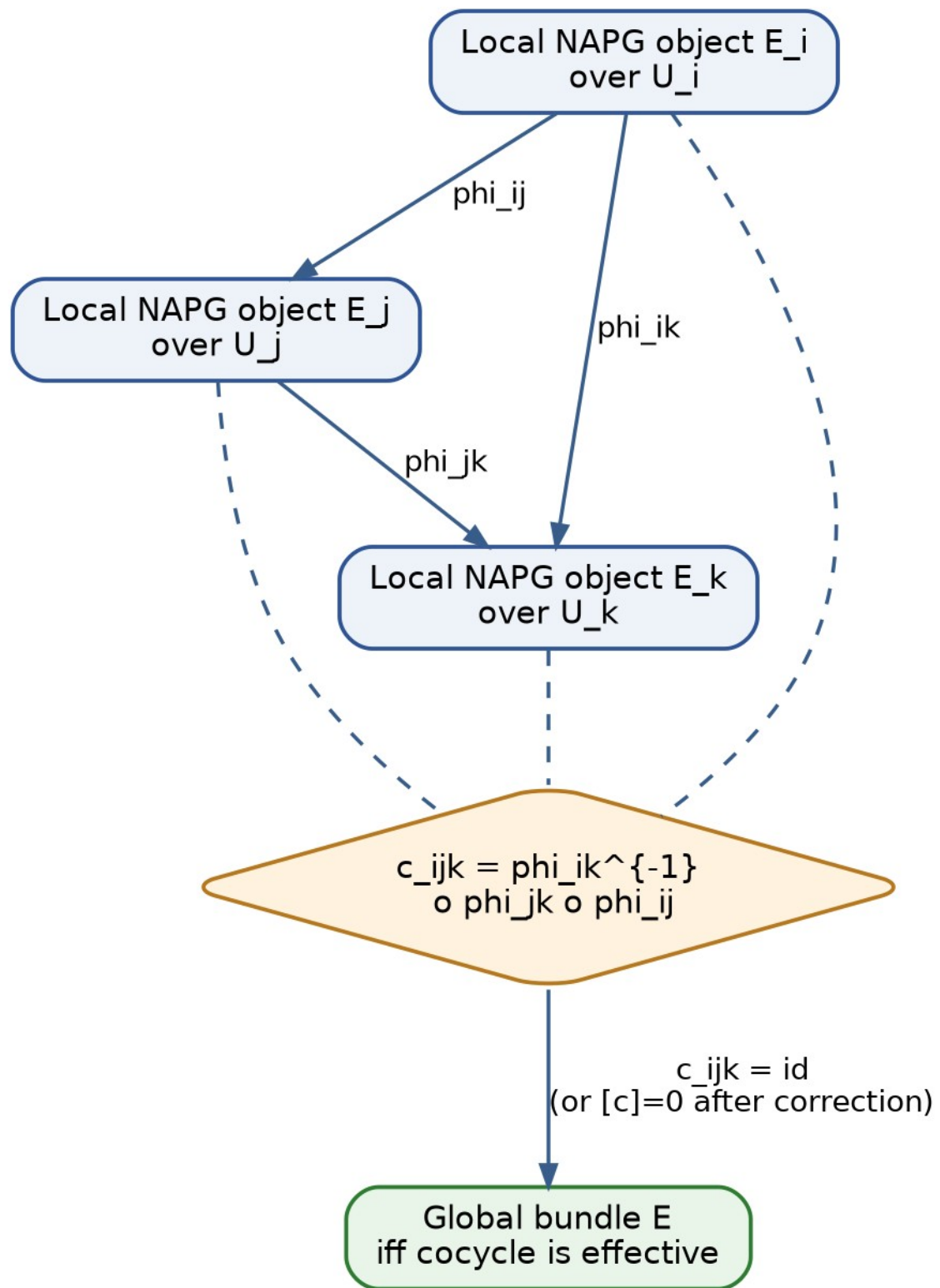


Рисунок 11. Cocycle-условие и дефект склейки локальных NAPG-объектов. Собственная схема Тома II.

37. Descent-данные и теорема склейки

37.1. Категориальная формулировка

Определение 7.7. Descent datum. [CL/DEF-A] Пусть $p:S \rightarrow C$ - расслоенная категория, $U_i \rightarrow U$ - покрытие. Descent datum есть семейство объектов X_i над U_i и изоморфизмов $\varphi_{ij}:pr_0^*X_i \rightarrow pr_1^*X_j$ над $U_i \times_U U_j$, удовлетворяющих коммутативности треугольника на тройных fibre product. Для NAPG объектами X_i служат локальные пакетно-реперные структуры.

$$pr_{12}^*\varphi_{jk} \circ pr_{01}^*\varphi_{ij} = pr_{02}^*\varphi_{ik} \text{ on } U_i \times_U U_j \times_U U_k.$$

Определение 7.8. Effective descent. [CL/COND] Descent datum называется эффективным, если существует глобальный объект X над U , ограничения которого изоморфны X_i и индуцируют заданные φ_{ij} . Само сосycle-условие является необходимым, но в произвольной расслоенной категории не всегда достаточным; достаточность является свойством stack/effective-descent выбранного класса объектов.

Теорема 7.9. Склейка NAPG-расслоения. [THM] Пусть X - паракомпактное хаусдорфово пространство, F - топологический NAPG-объект, $G=Aut_{NAPG}(F)$ - топологическая группа. Пусть $g_{ij}:U_{ij} \rightarrow G$ непрерывны и удовлетворяют $g_{ii}=e$, $g_{ji}=g_{ij}^{-1}$, $g_{ij}g_{jk}=g_{ik}$. Тогда фактор $E=(\bigsqcup_i U_i \times F)/\sim$ является локально тривиальным NAPG-расслоением над X с волокном F . Изоморфный класс зависит только от gauge-класса сосycle.

Доказательство. Положим $(x,v,i) \sim (x,g_{ji}(x)v,j)$. Рефлексивность и симметрия следуют из первых двух условий, транзитивность - из сосycle. Локальные включения $U_i \times F$ дают тривиализации фактора. Так как g_{ij} являются NAPG-автоморфизмами, градуировка, $\odot$, структурные данные и указанные инварианты согласуются на перекрытиях и задают волоконные глобальные объекты. Замена g_{ij} на $h_{ij}g_{ij}h_i^{-1}$ строит явный изоморфизм расслоений. $\square$

37.2. Pairwise compatibility is not enough

Контрпример 7.10. Тройной дефект. [THM] Пусть три карты имеют непустое тройное перекрытие, а переходы g_{12}, g_{23}, g_{13} выбраны так, что $g_{23}g_{12} \neq g_{13}$. Каждая пара карт отдельно склеивается, но переход из первой карты в третью зависит от маршрута. Факторизация не задаёт однозначного глобального объекта.

Этот контрпример имеет прямой смысл для KLT-RBD: попарная согласованность источников или моделей не обеспечивает согласованность полного формульного цикла. Тройной и более высокий аудит обязателен там, где существуют альтернативные маршруты вывода.

38. Пакетные, реперные и Hodge-расслоения

38.1. Спуск операции и ассоциатора

Определение 7.11. Bundle of NAPG algebras. [DEF-A] NAPG-алгебраическое расслоение - локально тривиальное векторное или модульное расслоение $E \rightarrow X$ с локальными операциями $\odot_i$, для которых переходы g_{ij} удовлетворяют $g_{ij}(a \odot_j b) = g_{ij}(a) \odot_i g_{ij}(b)$ на каждом перекрытии и сохраняют $\text{Dom}_\odot$.

Теорема 7.12. Спуск операции. [THM] При условиях определения 7.11 локальные операции склеиваются в единственную волоконную операцию $\odot: \text{Dom}_\odot \subseteq E \times_X E \rightarrow E$. Ассоциатор, левые/средние/правые nucleus-слои и идеал J_{Ass} являются глобальными подрасслоениями там, где их ранги локально постоянны.

Доказательство. Если представители a_i, b_i в карте i и a_j, b_j в карте j описывают одни и те же элементы волокна, то $a_i = g_{ij} a_j$ и $b_i = g_{ij} b_j$. Совместимость операции даёт $a_i \odot_i b_i = g_{ij}(a_j \odot_j b_j)$, поэтому результат независим от карты. Ассоциатор естественен относительно алгебраических изоморфизмов; ядра его линейных операторов образуют подрасслоения на областях постоянного ранга. $\square$

Определение 7.13. Дефект спуска операции. [DEF-A] Если переходы являются лишь линейными изоморфизмами, вводится $q_{ij}(a, b) = g_{ij}(a \odot_j b) - g_{ij}(a) \odot_i g_{ij}(b)$. Ненулевой q_{ij} блокирует глобальную операцию даже при идеальном cocycle переходов.

$q_{ij} = 0$ for all i, j is necessary and sufficient for operation descent.

38.2. Реперное подрасслоение и Evidence-D

Определение 7.14. Reper bundle. [DEF-A] Пусть $E \rightarrow X$ - NAPG-расслоение. Реперное подрасслоение $\text{Rep}(E) \rightarrow X$ имеет в волокне допустимые четвёрки $(R, I, U; d)$ вместе с Evidence-D пакетом. Переходы действуют одновременно на геометрический якорь d и на provenance-структуру E_D , причём перенос E_D должен быть трассируемым и обратимым.

Трудное место: D не является обычной координатой

Проективная точка d может переноситься PGL_2 -преобразованием. Evidence-D включает источники, версии, контрольные хеши, области применения и доказательные статусы. Его нельзя «склеить» одной формулой координатного перехода. Требуется отдельный функтор provenance и проверка его cocycle.

Теорема 7.15. Двойной спуск Reper. [COND] Глобальный Reper-объект существует, если одновременно эффективны геометрический descent четвёрки и доказательный descent Evidence-D. Нарушение любого канала переводит результат в ABSTAIN, даже когда $\lambda = -1$ во всех локальных картах.

38.3. Hodge-слой

Определение 7.16. Hodge-compatible atlas. [DEF-A] Пусть волокна имеют фиксированный ранг, метрику и ориентацию. Атлас Hodge-совместим, если переходы являются ориентированными изометриями, то есть принимают значения в $\text{SO}(V, g)$, и сохраняют выбранный класс дифференциальных форм.

Теорема 7.17. Спуск Hodge star. [THM] В Hodge-совместимом атласе локальные операторы star_{Hdg} склеиваются в глобальный волоконный Hodge-оператор. При ориентационно обращающем переходе возникает знак, поэтому $O(n)$ -совместимость без дополнительного orientation local system недостаточна для заявленного глобального оператора.

Доказательство. Hodge star характеризуется равенством $\alpha \wedge \text{star } \beta = \langle \alpha, \beta \rangle \text{vol}$. Ориентированная изометрия сохраняет скалярное произведение и форму объёма, следовательно, коммутирует со star . Ориентационно обращающая изометрия меняет знак vol , что требует отдельного знакового локального коэффициентного слоя. $\square$

39. Когомологические препятствия глобализации

39.1. Центральный lifting obstruction

Постановка 7.18. [CL] Пусть $1 \rightarrow Z \rightarrow G_{\text{tilde}} \rightarrow G \rightarrow 1$ - центральное расширение топологических групп, $P \rightarrow X$ - principal G -bundle с transition cocycle g_{ij} . На достаточно мелком покрытии выберем локальные подъёмы g_{tilde}_{ij} .

$$z_{ijk} = g_{\text{tilde}}_{ij} g_{\text{tilde}}_{jk} g_{\text{tilde}}_{ki} \in Z.$$

Теорема 7.19. Центральный класс препятствия. [THM/COND] Семейство z_{ijk} является Čech 2-cocycle с коэффициентами в пучке Z . Его класс $[z] \in \check{C}ech H^2(X, Z)$ не зависит от выбора локальных подъёмов. Principal G -bundle допускает G_{tilde} -подъём тогда и только тогда, когда $[z]=0$, при стандартных гипотезах эффективности Čech-описания.

Доказательство. Центральность Z позволяет переставлять возникающие дефектные множители и получить $\delta z=1$ на четырёхкратных перекрытиях. Другая система подъёмов имеет вид $a_{ij} g_{\text{tilde}}_{ij}$, $a_{ij} \in Z$, поэтому z изменяется на Čech coboundary δa . Если $[z]=0$, выбирается a с $z=\delta a$ и скорректированные подёмы удовлетворяют точному cocycle; обратное очевидно. $\square$

Классический пример - расширение $Spin(n) \rightarrow SO(n)$: препятствие подъёма ориентированного frame bundle к $Spin$ -структуре выражается вторым классом Stiefel-Whitney. В Том II этот пример используется только как prior art и модель дисциплины препятствий; он не отождествляется с внутренним $\mathcal{O}_B$.

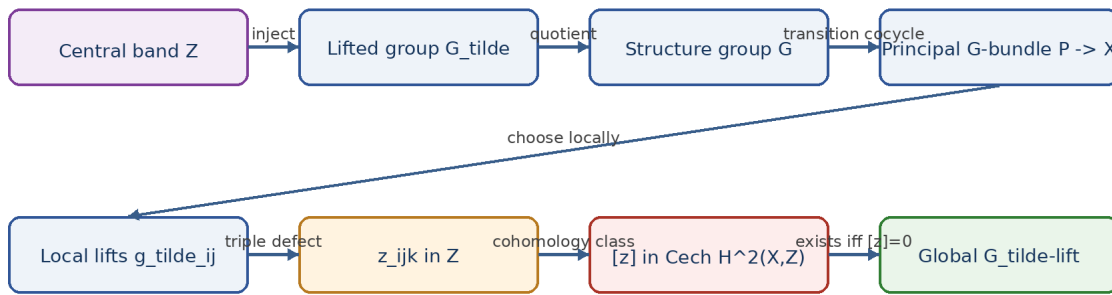


Рисунок 12. Центральное расширение и Čech H^2 -препятствие подъёма структурной группы. Собственная схема Тома II.

39.2. Внутреннее NAPG-препятствие и внешний Čech-слой

Определение 7.20. Globalization defect vector. [DEF-A] Для атласа A вводится вектор дефектов $Def_glue(A)=(c,q,a,p,h,d,s)$, где c - cocycle defect переходов, q - defect спуска операции, a - дефект когерентности ассоциаторного слоя, p - непроективность Reper-карт, h - Hodge-несовместимость, d - дефект Evidence-D/Dom, s - препятствие существования требуемого глобального сечения.

$$Def_glue(A)=0 \text{ is a gate condition, not a consequence of local } \lambda\text{-harmonicity.}$$

Внутреннее препятствие $\Pi(x) \in \mathcal{O}_B$ и внешний Čech-препятствие $[c]$ живут в разных носителях. Карта между ними может быть построена только после задания конкретного функторного моста. До этого запрещены записи $\mathcal{O}_B=H^2(X, Z)$ или $\Pi=[c]$.

39.3. Препятствия к глобальному сечению

Теорема 7.21. Клеточная башня препятствий. [CL/COND] Пусть $p:E \rightarrow X$ - фибрация над CW-комплексом, F - связное простое волокно с заданным действием $\pi_1(X)$ на $\pi_k(F)$. Продление частичного сечения с k -скелета на $(k+1)$ -скелет контролируется классом $o_{\{k+1\}} \in H^{\wedge\{k+1\}}(X; \pi_k(F)_p)$. При исчезновении последовательных классов и выполнении стандартных полнотных гипотез существует глобальное сечение. Поэтому локально допустимые сценарии не гарантируют единого глобального сценария; коэффициентный модуль и монодромия строятся для каждой модели отдельно.

40. Глобализационные горизонты и отрицательные теоремы прогноза

40.1. Семейство атласов

Определение 7.22. Параметрическое NAPG-расслоение. [DEF-A] Пусть I - интервал параметров. Параметрическое расслоение есть NAPG-объект $E \rightarrow X \times I$, ограничение $E_t \rightarrow X$ которого задаёт состояние при t . Семейство переходов $g_{ij}(x, t)$ непрерывно и остаётся в $\text{Aut}_{\text{NAPG}}(F)$ на admissible domain.

Теорема 7.23. Homotopy constancy. [THM] Если $E \rightarrow X \times I$ является numerable NAPG-расслоением с фиксированным структурным groupoid и effective descent на всём $X \times I$, то ограничения $E_{\{t_0\}}$ и $E_{\{t_1\}}$ изоморфны для любых $t_0, t_1 \in I$. Следовательно, дискретный изоморфный класс расслоения не меняется внутри одной допустимой непрерывной семьи.

Доказательство. Вложения $i_{\{t_0\}}, i_{\{t_1\}}: X \rightarrow X \times I$ гомотопны. Pullback numerable bundles вдоль гомотопных отображений эквивалентны. Но $E_t = i_t^* E$, поэтому концевые ограничения изоморфны. $\square$

Следствие 7.24. Отрицательный глобальный прогноз. [THM] Топологическая смена NAPG-расслоения невозможна, пока семейство остаётся определённым и эффективным на $X \times I$, структурный groupoid не меняется и не пересекается глобализационный горизонт. Наблюдаемая смена дискретного класса требует выхода хотя бы из одной гипотезы.

Что именно запрещает теорема

Она не запрещает непрерывное изменение коэффициентов, метрик, связностей или λ -значений внутри одного bundle class. Она запрещает объявлять топологический переход без обнаруженного разрыва admissibility, изменения структурной группы, потери cocycle/effective descent или иного явно указанного механизма.

40.2. Глобализационный горизонт

Определение 7.25. Globalization horizon. [DEF-A] Для параметрической семьи определяется объединение $\Delta_{\text{glue}} = \Delta_{\text{coc}} \cup \Delta_{\text{eff}} \cup \Delta_{\text{op}} \cup \Delta_{\text{ass}} \cup \Delta_{\text{chart}} \cup \Delta_{\text{Hdg}} \cup \Delta_{\text{Dom}} \cup \Delta_{\text{D}} \cup \Delta_{\text{sec}}$, где каждый компонент есть множество параметров, на котором соответствующее условие склейки, спуска или существования сечения теряет доказанность.

$$\Delta_{\text{total}} = \Delta_{\text{alg}} \cup \Delta_{\text{geo}} \cup \Delta_{\text{glue}}.$$

Теорема 7.26. Локализация возможного глобального перехода. [COND] При гипотезах теоремы 7.23 изменение дискретного алгебро-геометрического bundle profile может происходить только на Δ_{total} . Вне Δ_{total} профиль локально постоянен. Попадание в Δ_{total} является необходимым, но не достаточным условием перехода.

41. Предсказательное реперное расслоение

41.1. Пространство сценариев как волокно

Определение 7.27. Predictive Reper bundle. [DEF-A] Пусть X кодирует домены, источники или пространственно-временные окна, а F_x - множество допустимых будущих Reper-состояний в точке x . Предсказательное реперное расслоение $p: \mathcal{P} \rightarrow X$ имеет волокна F_x , переходы между локальными системами координат и подпространство $\text{Adm}(\mathcal{P})$, заданное ограничениями D/Dom , препятствиями и предметными пределами.

Определение 7.28. Глобально допустимый сценарий. [DEF-A] Сценарий есть сечение $s: X \rightarrow \mathcal{P}$. Он глобально допустим, если $s(x) \in \text{Adm}(\mathcal{P})_x$, локальные представления согласованы переходами, Evidence-D образует эффективный descent, а все обязательные blockers пусты.

$$\text{Block_glue} = B_{\text{coc}} \cup B_{\text{eff}} \cup B_{\text{op}} \cup B_{\text{ass}} \cup B_{\text{chart}} \cup B_{\text{Hdg}} \cup B_{\text{Dom}} \cup B_D \cup B_{\text{sec}}.$$

Определение 7.29. Global structural candidate. [DEF-A] Сечение s получает статус GLOBAL-CANDIDATE, если $\text{Block_glue} = \emptyset$, внутреннее препятствие $\Pi(s) = 0$, заявленные внешние классы препятствий обнулены, $\lambda(s)$ удовлетворяет заранее фиксированному точному или интервальному критерию и пройдены независимые вычислительные проверки.

Теорема 7.30. Запрет локально-глобальной подмены. [THM] Пусть на каждой карте U_i существует локальный кандидат s_i с $\lambda_i = -1$ и $\Pi_i = 0$. Если семейство $\{s_i\}$ не удовлетворяет transition compatibility или имеет ненулевой класс препятствия к глобальному сечению, глобального кандидата не существует. Любой алгоритм, возвращающий EVENT в такой ситуации, некорректен относительно спецификации v0.5.

Доказательство. Глобальный кандидат по определению является сечением. Несовместимые локальные кандидаты не задают отображение $X \rightarrow \mathcal{P}$, а ненулевое препятствие исключает его существование. Локальные значения λ и Π не устраняют дефект склейки. $\square$

Основная условная теорема 7.31. Globalization-safe predictive transport. [COND] Пусть выполнены: H1 - effective NAPG descent; H2 - operation/associator descent; H3 - projective-Reper atlas; H4 - Hodge compatibility, если Hodge-слой используется; H5 - доказанный перенос Evidence-D; H6 - исчезновение внутренних и заявленных внешних препятствий; H7 - существование глобального admissible section; H8 - воспроизводимый двойной сертификат v0.4 и глобализационный сертификат v0.5. Тогда статус GLOBAL-CANDIDATE инвариантен относительно refinement покрытия, gauge-эквивалентности cocycle, NAPG-изоморфизмов и проективной смены Reper-карт.

Граница вывода. [OPEN] Теорема утверждает инвариантность структурного кандидата внутри формальной модели. Она не доказывает наступление физического, химического, биологического или экономического события; такой вывод требует доменного адаптера, данных и независимой проверки.

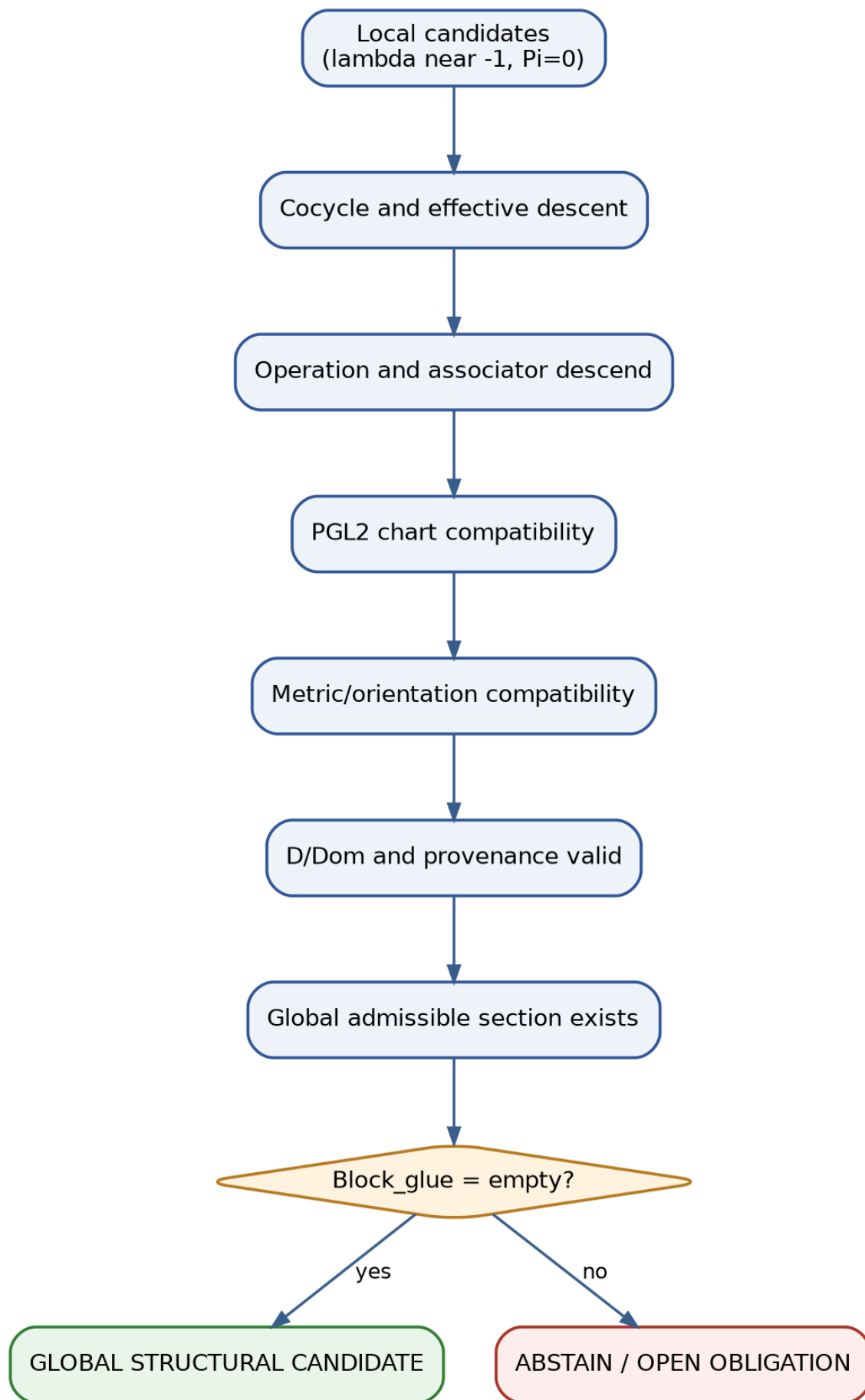


Рисунок 13. Глобальный предсказательный шлюз: локальный кандидат допускается только после *effective descent* и существования сечения. Собственная схема Тома II.

42. Модели и контрмодели глобализации

Модель	Локально	Глобально	Урок для KLT-RBD
Тривиальное line bundle над S^1	$U_i \times \mathbb{R}$	$S^1 \times \mathbb{R}$	нулевой cocycle class
Лента Мёбиуса	каждая карта $U_i \times \mathbb{R}$	нет глобальной ненулевой секции выбранного знака; bundle нетривиален	одинаковые локальные волокна не фиксируют глобальный класс
Тройной cocycle defect	каждая пара карт согласована	маршрут-зависимая склейка	pairwise audit недостаточен
Non-PGL Reper chart	λ вычислима в каждой карте	значения λ не совпадают	гармоничность не глобальна
$q_{ij} \neq 0$	в каждой карте есть $\odot_i$	глобальной операции нет	алгебраический слой требует отдельного descent
Ненулевой $[z] \in H^2$	локальные G_{tilde} -подъёмы существуют	глобальный подъём отсутствует	локальная разрешимость не устраняет глобальное препятствие

Пример 7.32. Möbius no-go. [CL] Лента Мёбиуса и цилиндр локально являются произведениями интервала и прямой. Различие заключено в transition function на перекрытии: +1 для цилиндра и -1 для Мёбиуса. Поэтому восстановление глобального объекта по одной локальной модели F невозможно без cocycle.

Пример 7.33. Ассоциаторный rank horizon. [COND] Пусть локальные алгебры A_t имеют матрицу ассоциатора $M_{\text{Ass}}(t)$, а переходы сохраняют операцию. На области, где ранг $M_{\text{Ass}}(t)$ постоянен и bundle descent эффективен, ядровые подрасслоения имеют постоянный ранг. Изменение ранга возможно только на детерминантном локусе главы 5 или при потере operation descent.

43. Вычислительный сертификат глобализации v0.5

43.1. Объекты данных

ID	Объект	Минимальные поля сертификата
ATLAS-01	карта U_i	domain_id, coordinate_map, model_id, version, hash
TRANS-02	переход φ_{ij}	source, target, overlap, inverse, regularity, matrix/algorithm
COC-03	тройная проверка	i,j,k , residual $\varphi_{jk} \circ \varphi_{ij} - \varphi_{ik}$, tolerance, exact flag
OP-04	спуск $\mathcal{O}$	q_{ij} , Dom_ $\mathcal{O}$, test vectors, symbolic certificate
REP-05	Reper descent	PGL2 witness, λ equality, Evidence-D transport
HDG-06	Hodge descent	metric, orientation, SO witness, star commutator
OBS-07	обструкции	Π , Čech class, coefficient sheaf, proof object
SEC-08	сечение	local sections, compatibility, global witness or blocker
HOR-09	горизонт	Δ components, parameter interval, crossing certificate
RUN-10	воспроизводимость	code hash, data hash, environment, timestamp, independent run

43.2. Автоматические тесты

- TEST-ATLAS-01: покрытие X локальными картами и отсутствие непомеченных областей;
- TEST-INV-02: $\varphi_{ji} \circ \varphi_{ij} = \text{id}$ на каждом двойном перекрытии;
- TEST-COC-03: $\varphi_{jk} \circ \varphi_{ij} = \varphi_{ik}$ на каждом тройном перекрытии;
- TEST-REF-04: инвариантность результата при refinement покрытия;
- TEST-OP-05: $q_{ij} = 0$ и сохранение Dom_ $\mathcal{O}$;
- TEST-ASS-06: естественность Ass и согласование J_Ass;
- TEST-PGL-07: переходные карты Reper представлены PGL₂ и сохраняют λ ;
- TEST-D-08: Evidence-D transport обратим и имеет provenance hash;
- TEST-HDG-09: переходы сохраняют метрику и ориентацию либо активирован orientation local system;
- TEST-OBS-10: внутренний и внешний obstruction channels не смешаны;
- TEST-SEC-11: локальные секции согласованы и образуют глобальный witness;
- TEST-GATE-12: любой ненулевой blocker принудительно возвращает ABSTAIN;
- TEST-HOMO-13: endpoints непрерывной admissible family имеют одинаковый discrete bundle profile;
- TEST-HASH-14: контрольные хеши кода, данных, сосycle и отчёта совпадают.

43.3. Blocker-safe псевдокод

```
INPUT: cover U, local objects E_i, transitions phi_ij, candidates s_i
1. verify cover, inverses, triple cocycles and effective descent; else ABSTAIN
2. test operation/associator, PGL2-lambda, Hodge, Evidence-D and obstructions
3. glue local sections; if no global witness, return ABSTAIN(B_sec)
4. Delta_total := Delta_alg union Delta_geo union Delta_glue
5. if path avoids Delta_total: return NO-DISCRETE-STRUCTURAL-CHANGE-IN-MODEL
6. if every gate and criterion(lambda, Pi, D, Dom) pass: GLOBAL-CANDIDATE; else UNRESOLVED.
```

44. Теоремный пакет и доказательные обязательства v0.5

44.1. Реестр формальных результатов

ID	Результат	Статус	Зависимости
T7.4	необходимость ассоциативного groupoid переходов	THM	определение склейки
T7.6	глобальность λ в PGL_2 -атласе	THM	v0.2
T7.9	склейка NAPG-расслоения	THM	topological Aut_NAPG(F)
T7.12	спуск операции и ассоциатора	THM	operation-preserving transitions
T7.15	двойной спуск Reper/Evidence-D	COND	provenance functor
T7.17	спуск Hodge star	THM	metric + orientation
T7.19	центральный H^2 obstruction	THM/COND	Čech effectiveness
T7.21	клеточная башня section obstructions	CL/COND	CW + local coefficients
T7.23	homotopy constancy bundle class	THM	numerable bundle
T7.26	локализация перехода на Δ_{total}	COND	v0.3-v0.5
T7.30	запрет локально-глобальной подмены	THM	definition of section
T7.31	globalization-safe predictive transport	COND	H1-H8

44.2. Обновление матрицы доказательных обязательств

PO	Содержание	Статус	Следующее действие
T2-PO-027	Топология/гладкость $\text{Aut_NAPG}(F)$ для модельных волокон	OPEN	построить для A_2 , M_2 и octonion layer
T2-PO-028	Effective descent категории NAPG_q	OPEN	задать stack/pseudofunctor и доказать effectiveness
T2-PO-029	Cocycle gluing theorem	CLOSED	теорема 7.9
T2-PO-030	No-go для неассоциативной композиции переходов	CLOSED	теорема 7.4
T2-PO-031	Спуск операции и J_Ass	CLOSED	теорема 7.12
T2-PO-032	Глобальность λ	CLOSED	теорема 7.6
T2-PO-033	Спуск Evidence-D	OPEN	формализовать provenance category
T2-PO-034	Спуск Hodge star	CLOSED	теорема 7.17
T2-PO-035	Центральный lifting obstruction	CLOSED/LOCAL	теорема 7.19; выбрать конкретный Z
T2-PO-036	Связь $\mathcal{O}_B$ с Čech obstruction	OPEN	не отождествлять; построить natural transformation
T2-PO-037	Section obstruction tower для predictive bundle	OPEN	задать волокно F и $\pi_k(F)$
T2-PO-038	Homotopy constancy	CLOSED	теорема 7.23
T2-PO-039	Вычислительный atlas/cocycle certificate	OPEN	реализовать TEST-ATLAS-01 - TEST-HASH-14
T2-PO-040	Independent global prediction run	OPEN	после доменного адаптера; статус не повышать

45. Библиографическая синхронизация и контрольная точка v0.5

45.1. Первичные и канонические источники

[V0.5-1] Steenrod, N. E. The Topology of Fibre Bundles. Princeton Mathematical Series 14. Princeton University Press, 1951.

[V0.5-2] Husemoller, D. Fibre Bundles. 3rd ed. Graduate Texts in Mathematics 20. Springer, 1994.

[V0.5-3] Hatcher, A. Vector Bundles and K-Theory, Version 2.2, 2017. [\[источник\]](#)

[V0.5-4] May, J. P. Classical Groups and Bundle Theory, Chapter I. [\[источник\]](#)

[V0.5-5] The Stacks Project, Tag 02ZC: Descent data in fibred categories. [\[источник\]](#)

[V0.5-6] The Stacks Project, Tag 0CJZ: Second cohomology and gerbes. [\[источник\]](#)

[V0.5-7] Hermann, R. Obstruction theory for fibre spaces. Illinois Journal of Mathematics 4 (1960). DOI 10.1215/ijm/1255455733. [\[источник\]](#)

[V0.5-8] Kurpishev, I. В. Базовый проект KLT-RBD. Том I v197 RU; Том II T2-RP-v0.1-v0.4. Канонические внутренние источники проекта.

Граница prior art и авторского вклада

Классические определения fibre bundle, principal bundle, transition cocycle, effective descent, characteristic/obstruction classes и homotopy invariance относятся к prior art. Авторская линия v0.5 состоит в их типизированном соединении с NAPG_q, R-star-R, Reper(R,I,U;D), Evidence-D, проективно-гармоническим λ -слоем, blocker-safe глобализационным горизонтом и предсказательным шлюзом KLT-RBD. Эта архитектура остаётся предметом дальнейшего доказательного и вычислительного развития.

45.2. Контрольная точка T2-RP-v0.5

Фиксация выпуска	Значение
Канонический источник	tom2_v0_4.docx + tom2_v0_4.pdf
Новый математический слой	глава 7: atlases, bundles, descent, globalization obstructions
Закрытые обязательства	T2-PO-029, 030, 031, 032, 034, 038; локально 035
Открытые обязательства	T2-PO-027, 028, 033, 036, 037, 039, 040
Доказательная граница	truth_layer_promotion=0
Следующая точка	T2-RP-v0.6: касательные и кокасательные объекты, деривации и область гладкости

```
checkpoint=T2-RP-v0.5; source=T2-RP-v0.4; truth_layer_promotion=0; next=T2-RP-v0.6.
```

ЧАСТЬ VI. КАСАТЕЛЬНЫЕ И КОКАСАТЕЛЬНЫЕ ОБЪЕКТЫ NARG v0.6

Контрольная точка T2-RP-v0.6 · углубление главы 8 · источник: T2-RP-v0.5

46. Паспорт углубления v0.6

Цель редакции v0.6 - определить, какие локальные изменения NAPG-объекта являются лишь формальными первопорядковыми направлениями, какие принадлежат касательному конусу, какие проходят второпорядковое препятствие и какие действительно реализуются допустимой дугой. Одновременно строится кокасательный язык ограничений, позволяющий вычислять ранг, сингулярный локус и предел применимости линейного прогноза.

Онтологический блок главы 8

Касательный объект не является уменьшенной копией пространства. Он фиксирует выбранный режим становления объекта: кривые, дуальные числа, деривации, идеалы или формальные деформации. На гладком слое эти режимы могут совпасть; на сингулярном они расходятся, показывая, что «ближайшее возможное» зависит от уровня структуры.

Гносеологический блок главы 8

Первая производная сообщает только то, что не запрещено линейной частью уравнений. Она не гарантирует существования траектории. Поэтому знание о направлении обязано иметь паспорт: линейный witness, tangent-cone witness, obstruction witness и, наконец, arc witness. Пропуск одного слоя создаёт ложную уверенность, которой в человеческих прогнозах и без математики хватает с избытком.

Феноменологический блок главы 8

Касательная структура описывает ближайшие способы продолжения состояния. Кокасательная структура описывает ближайшие способы его различения ограничениями и измеримыми функциями. Их сопряжение превращает переживаемую возможность изменения в вычислимую пару «направление - чувствительный функционал».

Ограничительный блок главы 8

Том II не отождествляет Zariski tangent space с множеством реальных траекторий, tangent и cotangent без дополнительной метрики, а формальную деформацию - с физическим событием. Любая интегрируемость, гладкость и предсказательная интерпретация действует только в указанном Dom и при закрытых obstruction channels.

Уровень	Объект	Что он проверяет	Типичный дефект
T0	dual-number / derivation tangent	первый порядок	может содержать неинтегрируемые направления
T1	Zariski tangent space	линейную часть уравнений	раздувается в сингулярной точке
T2	tangent cone	старшие начальные члены	может быть нелинейным и не приведённым
T3	second-order admissibility	квадратичное препятствие	требует решения уравнения для второго коэффициента
T4	actual admissible arc	реализуемую локальную эволюцию	может отсутствовать при наличии формального вектора
T*	cotangent/conormal object	ограничения и чувствительность	не тождествен tangent без дополнительной структуры

47. Четыре конструкции касательного объекта

47.1. Дуальные числа и функтор точек

Определение 8.1. Dual-number tangent. [CL/DEF-A] Пусть K - поле, $K[\epsilon]=K[\epsilon]/(\epsilon^2)$, X - функтор точек и $x \in X(K)$. Касательный функтор в x определяется как множество поднятий $T_x X = \ker(X(K[\epsilon]) \rightarrow X(K))$ над x . Векторная структура допускается только после проверки условий деформационного функтора.

Лемма 8.2. Derivation representation. [THM] Для аффинного локального объекта A и K -рациональной точки $x: A \rightarrow K$ отображение $A \rightarrow K[\epsilon]$, $a \mapsto x(a) + \epsilon D(a)$, является гомоморфизмом тогда и только тогда, когда D является K -дериацией относительно x . Следовательно, $T_x X \cong \text{Der}_K(A, K_x)$.

Доказательство. Сравнение коэффициентов при ϵ в равенстве $f(ab)=f(a)f(b)$ даёт $D(ab)=x(a)D(b)+D(a)x(b)$. Обратное утверждение проверяется подстановкой; условие $\epsilon^2=0$ удаляет квадратичный член. $\square$

47.2. Кривые и первый контакт

Определение 8.3. Curve tangent. [CL/COND] В гладком секторе две допустимые кривые $\gamma_1, \gamma_2: (-\eta, \eta) \rightarrow X$ с $\gamma_i(0)=x$ эквивалентны, если их координатные производные в нуле совпадают в одной, а значит при гладких переходах - во всякой карте. Класс обозначается $[\gamma]_1$.

Ограничение. [OPEN] Для общего сингулярного, алгебраического или частично определённого NAPG-объекта определение через реальные кривые может зависеть от выбранного класса дуг и поля. Поэтому оно не принимается как универсальное без теоремы сравнения.

47.3. Кокасательный модуль и универсальная дериация

Определение 8.4. Kähler cotangent module. [CL/COND] Для коммутативного координатного кольца A над K модуль $\Omega_{A/K}$ вместе с $d: A \rightarrow \Omega_{A/K}$ универсален по отношению к K -дериациям: $\text{Der}_K(A, M) \cong \text{Hom}_A(\Omega_{A/K}, M)$. В NAPG этот объект используется для координатного commutative envelope; некоммутативный и неассоциативный дифференциальные модули задаются отдельно.

Определение 8.5. Cotangent space at a rational point. [CL] Если x имеет максимальный идеал m_x и $k(x)=K$, то $T_x X = m_x/m_x^2$, а $T_x X = \text{Hom}_K(m_x/m_x^2, K)$. Для нерациональной точки основание заменяется на $k(x)$, с учётом относительных дифференциалов.

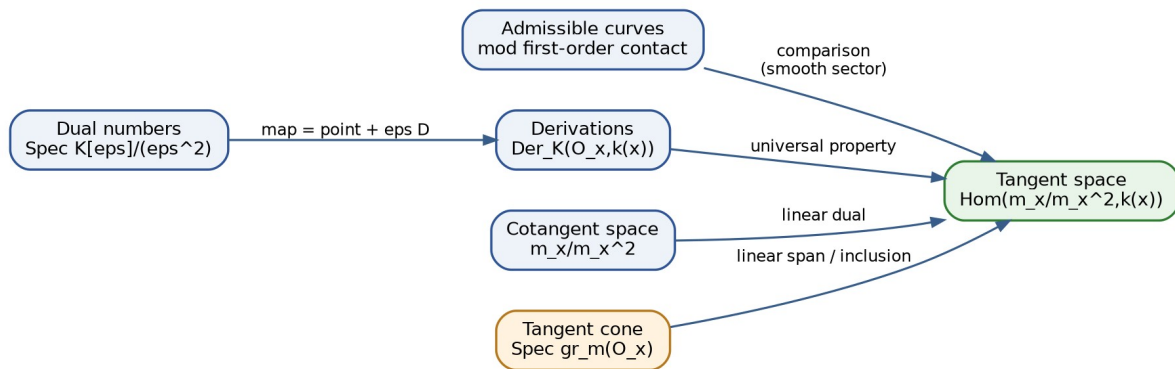


Рисунок 14. Сравнение конструкций tangent/cotangent. Совпадение стрелок требует гипотез гладкости и конечности. Собственная схема Тома II.

48. Касательный конус и сингулярный сектор

48.1. Фильтрация максимального идеала

Определение 8.6. Algebraic tangent cone. [CL] Для локального кольца $(O_{\{X,x\}}, m_x)$ касательный конус определяется градуированным кольцом $gr_{\{m_x\}} O_{\{X,x\}} = \bigoplus_{n \geq 0} m_x^n / m_x^{n+1}$. Его спектр $C_x X = \text{Spec}(gr_{\{m_x\}} O_{\{X,x\}})$ удерживает начальные однородные члены локальных уравнений.

Предложение 8.7. Cone-to-tangent inclusion. [CL] Приведённый носитель $C_x X$ вкладывается в Zariski tangent space $T_x X$; линейная оболочка конуса может совпадать со всем $T_x X$. В гладкой точке конус является векторным пространством и совпадает с tangent space.

48.2. Контрпример: узел $xy=0$

Пример 8.8. Node no-go. [THM/EX] Пусть $X \subset A^2$ задано $xy=0$ и $x_0=(0,0)$. Якобиан (y,x) в нуле равен нулю, поэтому Zariski tangent space есть вся A^2 . Однако tangent cone совпадает с X : это объединение двух координатных осей. Для дуги $(x(t), y(t))$ с $x(t)y(t)=0$ первый ненулевой коэффициент обязан лежать на одной из осей. Следовательно, векторы $(1,1)$ проходят линейный тест, но не являются скоростями допустимых аналитических дуг.

Отрицательная теорема первого порядка

В сингулярной точке условие $v \in \ker J(x)$ является только необходимым линейным тестом. Оно не является достаточным условием существования дуги и потому не может самостоятельно выдавать прогноз перехода.

48.3. Неприведённость и скрытая толщина

Пример 8.9. Dual-number point. [CL] Спекс $K[\epsilon]/(\epsilon^2)$ имеет единственную топологическую точку, но одномерное касательное пространство. Топологический носитель не видит инфинитезимальную толщину. Поэтому восстановление NAPG-деформаций только по множеству точек или графу инцидентности неполно.

49. Линеаризация пространства операций NAPG

49.1. Коэффициентное пространство

Определение 8.10. Ambient operation space. [DEF-A] Пусть $A = \bigoplus A^{\wedge \gamma}$ конечномерно над K . Пространство допустимых билинейных вариаций обозначим $C^2_{\text{adm}}(A, A) \subset \text{Hom}_K(A \otimes A, A)$; оно учитывает градуировку, $\text{Dom}_\odot$ и замороженные структурные данные $\mathfrak{G}$. Множество NAPG-структур задаётся системой полиномиальных или гладких уравнений $F(\mu)=0$ внутри открыто-замкнутого admissible sector U_{adm} .

$$M_{\text{NAPG}} = \{ \mu \in U_{\text{adm}} \subset C^2_{\text{adm}}(A, A) : F(\mu)=0 \}.$$

Определение 8.11. Linearized structure space. [DEF-A] Для $\mu \in M_{\text{NAPG}}$ положим $Z^2_{\text{NAPG}}(\mu) = \ker D F_\mu$. Это пространство формальных первопорядковых вариаций, сохраняющих выбранные уравнения до порядка t .

49.2. Линеаризация ассоциатора

Теорема 8.12. Differential of the associator map. [THM] Для билинейных операций μ, ν и тройки (a, b, c) производная отображения Ass в μ по направлению ν равна

$$D \text{Ass}_\mu(\nu)(a, b, c) = \nu(\mu(a, b), c) + \mu(\nu(a, b), c) - \nu(a, \mu(b, c)) - \mu(a, \nu(b, c)).$$

Доказательство. Раскрываем $\text{Ass}_{\{\mu+tv\}}$ и собираем коэффициент при t . Коэффициент при t^2 есть Ass_ν . Поэтому точная квадратичная формула имеет вид $\text{Ass}_{\{\mu+tv\}} = \text{Ass}_\mu + t D \text{Ass}_\mu(\nu) + t^2 \text{Ass}_\nu$. $\square$

Следствие 8.13. Associative tangent equation. [CL/THM] Если μ ассоциативна, то первопорядковая ассоциативная деформация обязана удовлетворять $D \text{Ass}_\mu(\nu)=0$. Для ассоциативной алгебры это совпадает с уравнением Hochschild 2-cocycle после фиксации принятой знаковой конвенции.

49.3. Инфинитезимальные замены базиса

Определение 8.14. Gauge differential. [DEF-A] Пусть $\text{End}_\mathfrak{G}(A)$ - эндоморфизмы, сохраняющие градуировку и структурные данные. Производная действия $g \cdot \mu = g(\mu(g^{\wedge\{-1\}} \cdot, g^{\wedge\{-1\}} \cdot))$ в единице задаёт

$$d^1_\mu(\xi)(a, b) = \xi(\mu(a, b)) - \mu(\xi a, b) - \mu(a, \xi b).$$

Теорема 8.15. Stabilizer-derivation identity. [THM] $\ker d^1_\mu$ совпадает с пространством структурных дериваций $\text{Der}_\mathfrak{G}(A, \mu)$. $\text{im } d^1_\mu$ является касательным пространством к орбите замены допустимого базиса.

Определение 8.16. Reduced tangent space. [DEF-A] При $\text{im } d^1_\mu \subset Z^2_{\text{NAPG}}(\mu)$ определим $H^2_{\text{red}}(\mu) = Z^2_{\text{NAPG}}(\mu) / \text{im } d^1_\mu$. Это пространство классов первопорядковых деформаций modulo infinitesimal gauge; оно не гарантирует интегрируемость.

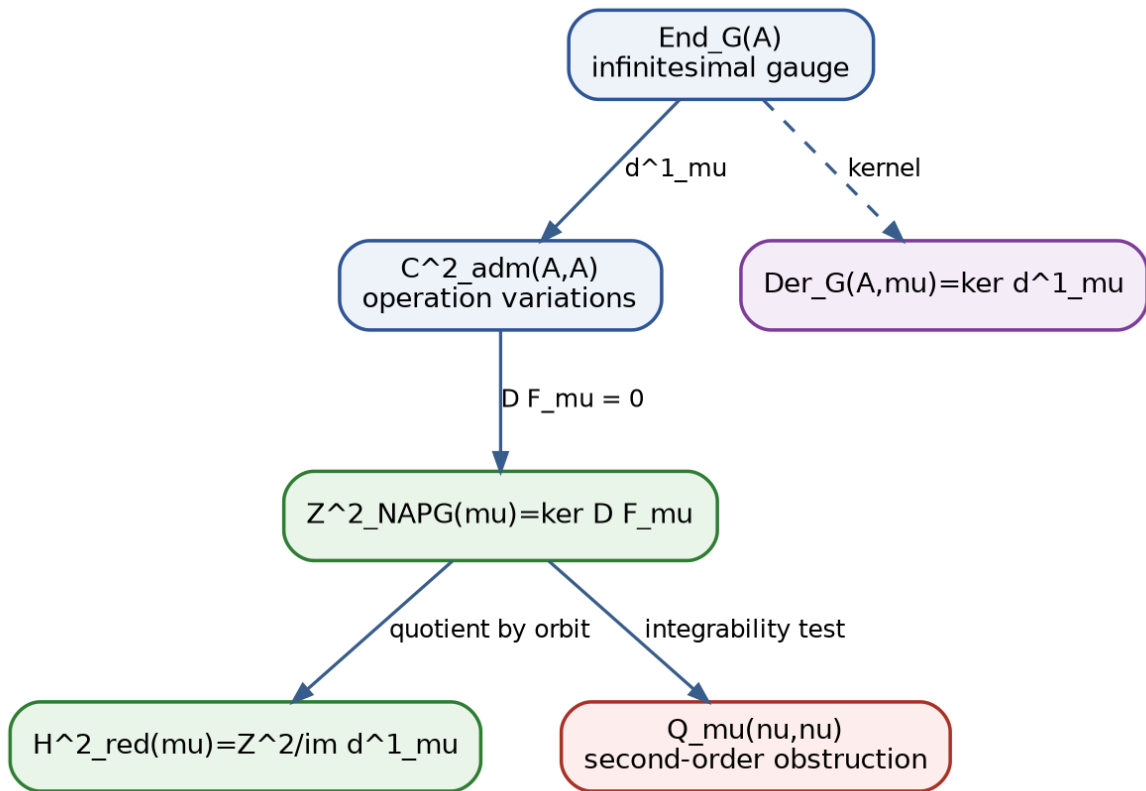


Рисунок 15. Двухчленный NAPG tangent complex: стабилизаторы, первопорядковые деформации и второпорядковое препятствие. Собственная схема Тома II.

50. Касательный комплекс и кокасательная двойственность

50.1. Двухчленный комплекс модульной задачи

Определение 8.17. Tangent complex. [DEF-A] Для quotient-представления NAPG-модульной задачи вводится двухчленный комплекс $T_{\mu^{\bullet}} = [\text{End}_{\mathfrak{G}}(A) \xrightarrow{d^1_{\mu}} Z^2_{\text{NAPG}}(\mu)]$ в степенях -1 и 0. Тогда $H^{-1}(T_{\mu^{\bullet}}) = \text{Der}_{\mathfrak{G}}(A, \mu)$, а $H^0(T_{\mu^{\bullet}}) = H^2_{\text{red}}(\mu)$.

Смысл. [DEF-A] Отрицательная когомология хранит инфинитезимальные автоморфизмы, а нулевая - классы деформаций. Простое фактор-пространство теряет информацию о скачках стабилизатора; комплекс сохраняет её и потому предпочтителен на сингулярном quotient-слое.

50.2. No-go для канонического $T \cong T^*$

Теорема 8.18. Absence of canonical self-duality. [CL/THM] Для общего конечномерного векторного пространства V не существует естественного изоморфизма $V \cong V^*$ без дополнительной невырожденной билинейной формы. Канонической является только оценочная карта $V \rightarrow V^{**}$; она изоморфна в конечномерном или конечнопроективном режиме.

Следствие 8.19. NAPG duality boundary. [THM/COND] Кокасательный комплекс нельзя автоматически называть тем же объектом, что tangent complex. Дуализация $T_{\mu^{\bullet}}$ допустима при конечной проективности компонентов; идентификация требует выбранной метрики или pairing, проверенного на gauge и descent-слоях.

Граница Hodge-слоя

Оператор Hodge действует на внешние степени после выбора метрики и ориентации. Он не создаёт сам по себе канонического изоморфизма между касательным модулем деформаций операций и его линейным дуалом. Этот мост относится к главе 11 и остаётся условным.

51. Второй порядок и интегрируемость

51.1. Квадратичное уравнение продолжения

Определение 8.20. Second-order admissibility. [DEF-A] Пусть $F(\mu)=0$ и путь имеет вид $\mu_t=\mu+tv+t^2\omega+O(t^3)$. Коэффициент первого порядка требует $DF_\mu(v)=0$. Второй порядок требует существования ω , для которого

$$D F_\mu(\omega) + Q_\mu(v,v) = 0,$$

где Q_μ - квадратичная часть разложения F . Класс $Q_\mu(v,v)$ modulo $\text{im } DF_\mu$ является второпорядковым препятствием. Его нельзя обнулять выбором обозначения; приходится, к сожалению, решать уравнение.

Теорема 8.21. First-order is not integrability. [THM] Включения множеств направлений имеют вид $T_{\text{arg},x} \subset C_x M \subset T_x M$. Оба включения могут быть строгими. Поэтому класс $[v] \in H^2_{\text{red}}(\mu)$ является формальным деформационным направлением, но не обязательно касательной к реальному семейству NAPG-объектов.

51.2. Масштабная семья нулевой операции

Пример 8.22. Quadratic onset of nonassociativity. [THM/EX] Пусть $\mu_0=0$ и v - операция двумерной алгебры A_2 из Тома I. Рассмотрим $\mu_t=tv$. Тогда $\text{Ass}_{\mu_t} = t^2 \text{Ass}_v$. Следовательно, $D\text{Ass}_0(v)=0$: вся операция v проходит первопорядковый тест ассоциативности в нулевой алгебре. Но при $t \neq 0$ и $\text{Ass}_v \neq 0$ семейство немедленно становится неассоциативным на втором порядке.

Вывод. [THM/INTERFACE] Нулевая операция является сингулярной точкой пространства ассоциативных структур: её Zariski tangent space слишком велик. Квадратичный слой $R \star R$ и $\Theta_{\min}$ необходимы именно для отсечения таких ложных первопорядковых направлений.

52. Область гладкости NAPG

52.1. Формальная и дифференциальная гладкость

Определение 8.23. Formally smooth point. [DEF-A] Точка μ модульной задачи называется формально гладкой, если всякое допустимое поднятие через квадрат-нуль расширение существует локально и совместимо с замороженными структурами $\mathfrak{G}$, D/Dom и descent .

Определение 8.24. Finite-dimensional regular sector. [DEF-A] В коэффициентной модели $M_{\text{NAPG}} = F^{\{-1\}}(0)$ точка регулярна, если DF имеет локально постоянный ранг, stabilizer dimension постоянна, действие gauge локально хорошо ведёт себя, а admissible domain открыт в выбранной топологии.

Условная теорема 8.25. Constant-rank local model. [COND] Если F является C^r , DF_μ имеет постоянный ранг в окрестности, gauge-action свободно и собственно на выбранном секторе, а descent effective, то M_{NAPG}/G локально является C^r -многообразием с касательным пространством $H^2_{\text{red}}(\mu)$.

Граница. [OPEN] При ненулевом стабилизаторе, непостоянном ранге или неэффективном quotient корректным объектом является tangent complex либо stacky/derived local model, а не обычное касательное расслоение.

52.2. Линеаризационный горизонт

Определение 8.26. Linearization horizon. [DEF-A] Обозначим Δ_{lin} объединение параметров, где: rank DF скачет; tangent module не локально свободен; stabilizer dimension меняется; projective chart попадает в полюс λ ; pairing tangent/cotangent вырождается; tangent cone не является линейным пространством; второй порядок неразрешим; либо $D/\text{Dom}/\text{descent}$ теряют валидность.

$$\Delta_{\text{safe}} = \Delta_{\text{total}} \cup \Delta_{\text{lin}}.$$

Теорема 8.27. Local constancy outside the horizon. [COND] В конечномерной C^r -модели при гипотезах теоремы 8.25 размеры Z^2_{NAPG} , $\text{im } d^1$, $\text{Der } \mathfrak{G}$ и H^2_{red} локально постоянны на каждой связной компоненте дополнения Δ_{safe} . Изменение этих дискретных профилей требует пересечения Δ_{safe} .

Предупреждение. [OPEN] Попадание в Δ_{safe} является необходимым локатором возможной перестройки, но не доказывает сам переход. Это фильтр кандидатов, а не пророческий оракул, как бы заманчиво ни было поручить матрице Якоби карьеру Пифии.

53. Дифференциал проективно-гармонической координаты

53.1. Логарифмическая производная λ

Теорема 8.28. Differential of cross-ratio. [THM] В аффинной карте вне диагоналей и полюсов для $\lambda = ((u-r)(i-d))/((u-d)(i-r))$ справедливо

$$d\lambda/\lambda = (du-dr)/(u-r) + (di-dd)/(i-d) - (du-dd)/(u-d) - (di-dr)/(i-r).$$

Следствие 8.29. Tangent to the harmonic locus. [THM/COND] В гладкой точке $\lambda = -1$ касательное пространство гармонического локуса задаётся $\ker d\lambda$, если $d\lambda \neq 0$. Если $d\lambda = 0$, гармонический локус сингулярен или имеет более высокий порядок контакта, и требуется Hessian/jet-анализ.

53.2. Вырождение квадратичного дефекта

Определение 8.30. Smooth harmonic risk. [DEF-A] Для $K = \mathbb{R}$ или $\mathbb{C}$ положим $q = |\lambda + 1|^2$ на области, где λ определена. Тогда $Dq(v) = 2 \operatorname{Re}(\operatorname{conj}(\lambda + 1) \cdot D\lambda(v))$.

Теорема 8.31. First-order blindness at exact harmony. [THM] На точном гармоническом локусе $\lambda = -1$ имеем $Dq = 0$ для всех направлений. Следовательно, градиент q не различает сохранение и разрушение гармонии в первом порядке. Второй дифференциал на направлении v содержит $2|D\lambda(v)|^2$ и становится первым невырожденным тестом, если $D\lambda(v) \neq 0$.

Значение для KLT-RBD

Алгоритм, который ранжирует направления только по первой производной δ_{truth}^2 в уже гармонической точке, неизбежно возвращает ничью. В v0.6 это не ошибка данных, а доказанное вырождение критерия. Требуется $d\lambda$, Hessian или более высокий jet.

54. Локальный предсказательный конус

54.1. Составная карта ограничений

Определение 8.32. Structural constraint map. [DEF-A] Пусть $G=(F_NAPG, \Pi, h, B_D, B_Dom, B_glue)$, где $h=\lambda+1$, а последние компоненты кодируют доказательные и глобализационные блоки в выбранной гладкой модели. В точке x с $G(x)=0$ линейно допустимые направления образуют $\ker DG_x$.

Определение 8.33. Integrable predictive direction. [DEF-A] Направление v получает статус INT-DIR, если: $v \in C_x(G^{-1}\{0\})$; существует second-order witness w ; имеется допустимая дуга $x(t)$ с $x(0)=x$, $x'(0)=v$; Evidence-D и Dom продолжаются вдоль дуги; harmonic criterion проверен на нужном jet-порядке; $Block_tan = \emptyset$.

$$Block_tan = B_rank \cup B_cone \cup B_ob2 \cup B_arc \cup B_dual \cup B_lambda \cup B_D \cup B_Dom \cup B_glue.$$

Теорема 8.34. Tangent-safe predictive transport. [COND] При изоморфизме NAPG-объектов, сохраняющем F , gauge-action, projective-Reper atlas, Evidence-D и descent, образ интегрируемого направления снова интегрируем, а статус INT-DIR инвариантен.

Теорема 8.35. No-event from tangent data alone. [THM] Из существования ненулевого $H^2_red(\mu)$, большого Zariski tangent space или направления $Dq < 0$ не следует существование будущего события. Без cone/obstruction/arc witnesses допустим только статус FORMAL-DIRECTION либо ABSTAIN.

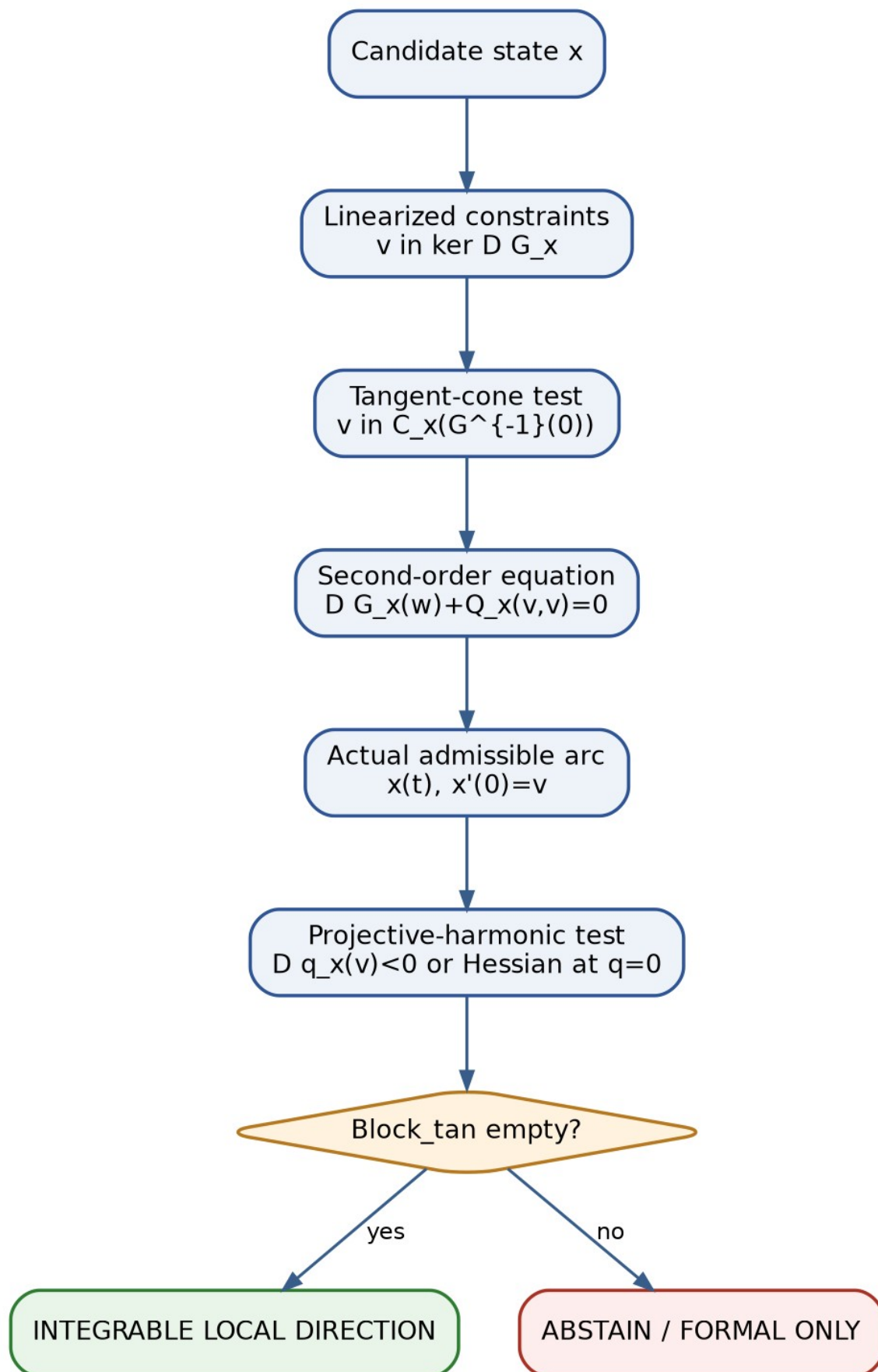


Рисунок 16. Локальный предсказательный шлюз v0.6: от линейного направления к интегрируемой допустимой дуге.
Собственная схема Тома II.

55. Вычислительный сертификат tangent/cotangent v0.6

55.1. Объекты сертификата

ID	Объект	Обязательные поля
TAN-01	ambient coefficient model	basis, grading, structure equations, Dom, exact field
JAC-02	Jacobian DF	symbolic matrix, rank, minors, parameter domain
GAU-03	gauge differential d^1	End_6 basis, orbit rank, stabilizer basis
H2R-04	reduced tangent	Z^2 basis, $\text{im } d^1$ basis, quotient representatives
COT-05	cotangent/conormal	m/m^2 or Jacobian row module, duality assumptions
CON-06	tangent cone	initial ideal, Gröbner order, reduced/nonreduced flag
OB2-07	second-order obstruction	$Q(v,v)$, target quotient, solver witness
ARC-08	integrable arc	series coefficients, residual order, convergence/formal flag
LAM-09	λ -jet	domain, $d\lambda$, Hessian, pole distance, chart witness
RUN-10	reproducibility	code/data hash, CAS version, exact/interval mode, independent run

55.2. Автоматические тесты

- TEST-TAN-01: проверить типы и размеры C^2_{adm} , F и DF;
- TEST-DER-02: $\ker d^1$ совпадает с прямым решением уравнений деривации;
- TEST-ORB-03: $\text{rank im } d^1$ равен размерности инфинитезимальной орбиты;
- TEST-H2-04: представители quotient независимы modulo $\text{im } d^1$;
- TEST-COT-05: pairing tangent/cotangent невырожден только при заявленных гипотезах;
- TEST-CONE-06: initial ideal и tangent cone вычислены в точной арифметике;
- TEST-NODE-07: пример $xy=0$ отклоняет направление (1,1) на cone/arc gate;
- TEST-ASS-08: $\text{Ass}_{\{\mu+tv\}} = \text{Ass}_{\mu} + t \text{ DAss}_{\mu v} + t^2 \text{Ass}_v$ проверено символически;
- TEST-OB2-09: second-order equation решено либо возвращён obstruction class;
- TEST-LAM-10: $d\lambda$ совпадает при допустимой PGL_2 -смене карты;
- TEST-HARM-11: $D|\lambda+1|^2=0$ на $\lambda=-1$ и Hessian вычислен;
- TEST-HOR-12: rank/stabilizer/pole/projectivity jumps включены в Δ_{lin} ;
- TEST-GATE-13: отсутствие arc witness принудительно даёт FORMAL-DIRECTION/ABSTAIN;
- TEST-HASH-14: все входы и proof objects имеют совпадающие контрольные хеши.

55.3. Blocker-safe псевдокод

```
INPUT: local model x=(mu,reper,D,Dom), constraints G, candidate direction v
1. compute J = D G_x and test v in ker J; otherwise REJECT
2. compute tangent cone; if v not in cone, return ABSTAIN(B_cone)
3. solve D G_x(w)+Q_x(v,v)=0; if impossible, return OBSTRUCTED
4. construct formal/analytic arc and verify residual order; else FORMAL-DIRECTION
5. evaluate lambda jet, Evidence-D, Dom, descent and duality blockers
6. if Block_tan is empty: INT-DIR; never promote to EVENT without domain validation.
```

56. Теоремный пакет и доказательные обязательства v0.6

56.1. Реестр формальных результатов

ID	Результат	Статус	Зависимости
T8.2	dual-number tangent = derivations	THM	affine local model
T8.7	tangent cone embeds in tangent space	CL	local algebra
T8.12	formula for DAss_μ	THM	bilinearity
T8.15	stabilizer = structural derivations	THM	gauge action
T8.18	no canonical $T \cong T^*$	THM	linear algebra
T8.21	first order does not imply integrability	THM	cone/arc comparison
T8.22	quadratic onset at zero multiplication	THM	A_2 model
T8.25	constant-rank smooth quotient	COND	free proper gauge
T8.27	profile constancy outside Δ_{safe}	COND	regular finite model
T8.28	differential of λ	THM	away from poles
T8.31	first-order blindness of $ \lambda+1 ^2$	THM	R/C smooth chart
T8.35	no event from tangent data alone	THM	definition of event gate

56.2. Обновление матрицы доказательных обязательств

PO	Содержание	Статус	Следующее действие
T2-PO-041	Сравнение curve/dual-number/derivation tangent	CLOSED/LOCAL	теорема 8.2; глобализовать по атласу
T2-PO-042	Кокасательный модуль NAPG вне commutative envelope	OPEN	задать универсальный bimodule differential
T2-PO-043	Формула линеаризации Ass	CLOSED	теорема 8.12
T2-PO-044	Gauge complex и Der-stabilizer	CLOSED	теорема 8.15
T2-PO-045	Finite-projective tangent/cotangent duality	CLOSED/COND	проверять на моделях
T2-PO-046	Tangent cone для пространства NAPG-операций	OPEN	вычислить initial ideals A_2/M_2 /octonions
T2-PO-047	Second-order obstruction map	OPEN	связать Q с $\Theta_{\min}$ и O_B
T2-PO-048	Интегрируемость H^2_{red} классов	OPEN	построить formal arcs и versal model
T2-PO-049	Smooth locus quotient NAPG	OPEN	проверить free/proper или stacky replacement
T2-PO-050	Differential/Hessian λ	CLOSED/LOCAL	теоремы 8.28 и 8.31
T2-PO-051	Linearization horizon Δ_{lin}	DEFINED/OPEN	вычислить на параметрических моделях
T2-PO-052	Tangent-safe predictive certificate	OPEN	реализовать TEST-TAN-01 - TEST-HASH-14
T2-PO-053	Independent domain run	OPEN	только после адаптера и preregistration

57. Библиографическая синхронизация и контрольная точка v0.6

57.1. Первичные и канонические источники

[V0.6-1] The Stacks Project, Tag 0B28: Tangent spaces. [\[источник\]](#)

[V0.6-2] The Stacks Project, Tag 00RM: Kähler differentials and universal derivations. [\[источник\]](#)

[V0.6-3] The Stacks Project, Chapter 92, Tag 08P5: The Cotangent Complex. [\[источник\]](#)

[V0.6-4] The Stacks Project, Tag 06I2: Tangent spaces of functors. [\[источник\]](#)

[V0.6-5] The Stacks Project, Tag 02GZ: Formally smooth morphisms. [\[источник\]](#)

[V0.6-6] Schlessinger, M. Functors of Artin Rings. Transactions AMS 130 (1968), 208-222. [\[источник\]](#)

[V0.6-7] Nijenhuis, A.; Richardson, R. W. Cohomology and Deformations of Algebraic Structures. Bull. AMS 70 (1964), 406-411. [\[источник\]](#)

[V0.6-8] Nijenhuis, A.; Richardson, R. W. Cohomology and Deformations in Graded Lie Algebras. Bull. AMS 72 (1966), 1-29. [\[источник\]](#)

[V0.6-9] Gerstenhaber, M. On the Deformation of Rings and Algebras II. Annals of Mathematics 84 (1966), 1-19. [\[источник\]](#)

[V0.6-10] Kurpishev, I. B. Том I v197 RU; Том II T2-RP-v0.1-v0.5. Канонические внутренние источники проекта.

Граница prior art и авторского вклада

Классические tangent spaces, Kähler differentials, tangent cones, formal smoothness, cotangent complexes и deformation functors относятся к prior art. Авторская линия v0.6 состоит в типизированном соединении этих конструкций с NAPG_q, $R \star R$, $\Theta_{\min}$, $\text{Reper}(R, I, U; D)$, projective-harmonic λ -jet, blocker-safe linearization horizon и сертификатом интегрируемого направления KLT-RBD. Статус этой архитектуры остаётся математическим и программно-методологическим до независимой предметной проверки.

57.2. Контрольная точка T2-RP-v0.6

Фиксация выпуска	Значение
Канонический источник	tom2_v0_5.docx + tom2_v0_5.pdf
Новый математический слой	глава 8: tangent/cotangent, tangent cone, deformation complex, smoothness
Закрытые обязательства	T2-PO-041, 043, 044, 050; условно 045
Открытые обязательства	T2-PO-042, 046-049, 051-053
Доказательная граница	truth_layer_promotion=0
Следующая точка	T2-RP-v0.7: связности, кривизна, голономия и ассоциаторная кривизна

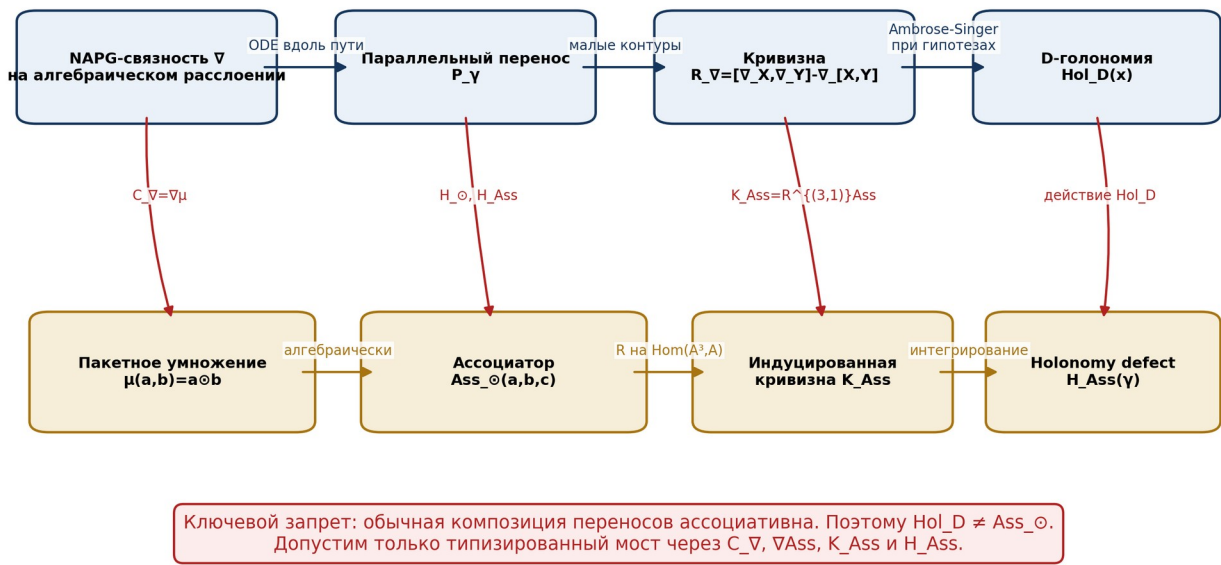
checkpoint=T2-RP-v0.6; source=T2-RP-v0.5; truth_layer_promotion=0; next=T2-RP-v0.7.

58. Глава 9: связности, кривизна, голономия и ассоциаторная кривизна

ОНТОЛОГИЯ	Связность не является ещё одной операцией в волокне. Она задаёт правило сравнения элементов разных волокон. Кривизна измеряет дефект коммутативности инфинитезимальных переносов, а голономия хранит глобальную память замкнутых путей.
ГНОСЕОЛОГИЯ	Ассоциатор и кривизна принадлежат разным типам данных. Первый является тернарным алгебраическим тензором волокна, вторая - двумерной формой со значениями в эндоморфизмах. Их связь требует явно заданного функтора, совместимой связности и доказанной естественности.
ФЕНОМЕНОЛОГИЯ	В наблюдаемом обходе порядок локальных действий может оставлять глобальный след. Но этот след нельзя объявлять ассоциатором: сначала необходимо показать, какой объект переносится, какая операция сохраняется и какой дефект измеряется.
ГРАНИЦА	Формулы $Hol_D = Ass_{\odot}$, $R_{\nabla} = Ass_{\odot}$ и «ненулевая неассоциативность порождает кривизну» запрещены как нетипизированные. В v0.7 допускаются только C_{∇} , ∇Ass , K_{Ass} и H_{Ass} с явными Dom/Cod и статусами.

Статус раздела: theorem/conditional package v0.7. Классический слой связностей и голономии отделён от авторского NAPG-моста. Физический экспорт отсутствует; результат относится к математической геометрии расслоений и к внутреннему предсказательному аудиту.

Связность, кривизна, голономия и строгий ассоциаторный мост



59. Типизированная NAPG-связность и D-допустимые пути

59.1. Алгебраическое расслоение

Определение 9.1. Алгебраическое NAPG-расслоение.[DEF-A] Пусть X - гладкий сектор пакетного многообразия, $\pi:A \rightarrow X$ - конечномерное векторное расслоение над полем K , $\mu \in \Gamma(\text{Hom}(A \otimes A, A))$ - гладкое поле билинейных операций. В каждой точке x операция μ_x задаёт волоконную алгебру $(A_x, \odot_x)$. Структурные данные $\mathfrak{G}$, градуировка и Dom-ограничения рассматриваются как дополнительные подрасслоения или допустимые подмножества.

$$\mu_x : A_x \otimes A_x \rightarrow A_x, \quad a \odot_x b := \mu_x(a, b).$$

Область определения операции может быть полной или частичной. В частичном случае все дальнейшие тензоры определяются только на подрасслоении $\text{Dom}_{\odot} \subset A \times_X A$, устойчивом относительно используемого транспорта.

Определение 9.2. D-допустимая категория путей.[DEF-A] Обозначим $P_D(X)$ категорию, объектами которой являются точки X , а морфизмами - кусочно C^1 -пути γ , удовлетворяющие Dom-ограничениям и снабжённые пакетом Evidence-D. Требуется замкнутость относительно постоянных путей, допустимой репараметризации и композиции. Для определения группы голономии дополнительно требуется допустимость обращения пути.

Условие	Смысл	Если нарушено
P1	Путь остаётся внутри Dom выбранного сектора	transport undefined
P2	Evidence-D привязан к пути и версии данных	foundation blocker
P3	Композиция допустимых путей допустима	нет категории путей
P4	Обратный путь допустим для петель	Hol_D может быть лишь моноидом
P5	Локальные решения transport ODE существуют и единственны	нет P_{γ}

59.2. Связность и параллельный перенос

Определение 9.3. NAPG-связность.[DEF-A] Связностью на A называется K -линейный оператор $\nabla: \Gamma(A) \rightarrow \Omega^1(X; A)$, удовлетворяющий правилу Лейбница по скалярам: $\nabla(fs) = df \otimes s + f \nabla s$. Связность называется структурно допустимой, если сохраняет градуировку, подрасслоения $\mathfrak{G}$ и Dom-ограничения в явно указанном смысле.

$$\nabla : \Gamma(A) \rightarrow \Omega^1(X; A), \quad \nabla(f s) = df \otimes s + f \nabla s.$$

Определение 9.4. Параллельный перенос.[CL/DEF-A] Для $\gamma: [0, 1] \rightarrow X$ оператор $P_{\gamma}: A_{\gamma(0)} \rightarrow A_{\gamma(1)}$ определяется решением $\nabla_{\gamma} \{s\} = 0$. В конечномерном гладком расслоении существование и единственность следуют из стандартной теории линейных ODE вдоль пути.

Теорема 9.5. Ассоциативность композиции переносов.[THM] Если $\gamma_1: x \rightarrow y$ и $\gamma_2: y \rightarrow z$ допустимы, то $P_{\gamma_2 \circ \gamma_1} = P_{\gamma_2} \circ P_{\gamma_1}$. Для трёх путей обе расстановки скобок дают один и тот же линейный оператор. Поэтому ассоциатор обычной композиции параллельных переносов тождественно равен нулю.

$$(P_{\gamma_3} \circ P_{\gamma_2}) \circ P_{\gamma_1} = P_{\gamma_3} \circ (P_{\gamma_2} \circ P_{\gamma_1}).$$

Доказательство. Оба оператора переводят начальное значение в единственное параллельное решение вдоль одной и той же составной кривой. Равенство скобок является ассоциативностью композиции отображений, а не свойством операции $\odot$ в волокне.

Следствие 9.6. Первый no-go.[THM] Hol_D не может быть буквально отождествлена с $\text{Ass}_\odot$: Hol_D состоит из линейных автоморфизмов волокна, тогда как $\text{Ass}_\odot$ является тернарным отображением $A_x^3 \rightarrow A_x$.

60. Кривизна, малые контуры и D-голономия

60.1. Кривизна связности

Определение 9.7. Кривизна.[CL] Для векторных полей X, Y положим $R_\nabla(X, Y) = [\nabla_X, \nabla_Y] - \nabla_{[X, Y]}$. Это 2-форма со значениями в $\text{End}(A)$.

$$R_\nabla \in \Omega^2(X; \text{End}(A)), \quad R_\nabla(X, Y) = [\nabla_X, \nabla_Y] - \nabla_{[X, Y]}.$$

Определение 9.8. Малооконтурный сертификат.[DEF-A] Пусть $\square_\varepsilon(X, Y)$ - ориентированный малый прямоугольный контур, целиком лежащий в D-допустимом секторе. Знак кривизны фиксируется соглашением

$$R_\nabla(X, Y) = - \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \varepsilon^{-2} (P_{\square_\varepsilon(X, Y)} - \text{Id}),$$

если предел существует в выбранной тривиализации. Иная ориентация меняет знак, но не тип объекта и не инвариантный вывод о ненулевой кривизне.

Теорема 9.9. Малый контур локализует кривизну.[CL/THM] Для C^2 -связности $P_{\square_\varepsilon} = \text{Id} - \varepsilon^2 R_\nabla(X, Y) + O(\varepsilon^3)$ в фиксированном соглашении. Следовательно, кривизна является первым нетривиальным коэффициентом голономии малых петель, но не ассоциатором композиции переносов.

60.2. D-голономия

Определение 9.10. D-голономия.[DEF-A] Для $x \in X$ положим $\text{Hol}_D(x) = \{P_\gamma \mid \gamma - D\text{-допустимая петля в } x\}$. Если $P_D(X)$ замкнута относительно обращения, $\text{Hol}_D(x)$ является подгруппой $\text{GL}(A_x)$. Компонента, порождённая стягиваемыми допустимыми петлями, обозначается $\text{Hol}_D^0(x)$.

$$\text{Hol}_D(x) \subset \text{GL}(A_x).$$

Предложение 9.11. Смена базовой точки.[THM] Для допустимого пути $\eta: x \rightarrow y$ выполняется $\text{Hol}_D(y) = P_\eta \text{Hol}_D(x) P_\eta^{-1}$, если конъюгирование сохраняет класс D-допустимых петель. Поэтому матрицы голономии зависят от калибровки, а размерность, сопряжённый класс и инвариантные полиномы являются корректными кандидатами для базы RBD.

Теорема 9.12. Ambrose-Singer, классический слой.[CL] Для обычной гладкой связности алгебра ограниченной голономии порождается параллельно перенесёнными значениями кривизны. В v0.7 эта теорема используется только для полной категории гладких путей либо для D-подкатегории после отдельной проверки доступности необходимых контуров.

Гипотеза 9.13. D-Ambrose-Singer bridge.[COND/OPEN] Если D-допустимые пути образуют регулярную управляемую систему, локально содержат необходимые малые прямоугольники и устойчивы относительно транспортировки кривизны, то $\text{Lie}(\text{Hol}_D^0(x))$ порождается D-доступными переносами R_∇ . Без этих условий утверждение не импортируется автоматически.

61. Совместимость связности с пакетным умножением

61.1. Дефект Лейбница для $\odot$

Определение 9.14. Дефект произведения.[DEF-A] Для $X \in \text{TX}$ и локальных сечений a, b определим

$$C_\nabla(X; a, b) = \nabla_X(a \odot b) - (\nabla_X a) \odot b - a \odot (\nabla_X b).$$

Это тензор типа $T^*X \otimes \text{Hom}(A \otimes A, A)$, если операция и связность гладкие и всюду определены на рассматриваемом секторе.

Определение 9.15. Product-compatible connection.[DEF-A] Связность совместима с $\odot$, если $C_\nabla = 0$. Тогда μ является параллельным тензором.

Теорема 9.16. Перенос сохраняет произведение.[THM] На связном D-секторе $C_\nabla = 0$ тогда и только тогда, когда каждый допустимый параллельный перенос является гомоморфизмом волоконных алгебр:

$$P_{\gamma}(a \odot_x b) = P_{\gamma}(a) \odot_y P_{\gamma}(b).$$

Доказательство. В прямом направлении разность двух сторон удовлетворяет однородному линейному ODE с нулевым начальным значением. В обратном направлении дифференцирование равенства по короткому пути даёт $C_{\nabla} = 0$.

Следствие 9.17. Голономное сохранение структуры.[THM] Если $C_{\nabla} = 0$, то $\text{Hol}_D(x) \subset \text{Aut}(A_x, \odot_x)$. Следовательно, голономия сохраняет $\text{Ass}_{\odot}$, nucleus, центр, идеал J_{Ass} и полный $R \star R$ -сертификат, когда эти конструкции функториальны относительно алгебраических автоморфизмов.

61.2. Дефекты конечного переноса

Определение 9.18. Multiplication holonomy defect.[DEF-A] Для пути $\gamma: x \rightarrow y$ положим

$$H_{\odot}(\gamma; a, b) = P_{\gamma}(a \odot_x b) - P_{\gamma}(a) \odot_y P_{\gamma}(b).$$

Определение 9.19. Associator holonomy defect.[DEF-A] Для тройки $a, b, c \in A_x$ положим

$$H_{\text{Ass}}(\gamma; a, b, c) = P_{\gamma} \text{Ass}_x(a, b, c) - \text{Ass}_y(P_{\gamma}a, P_{\gamma}b, P_{\gamma}c).$$

H_{Ass} измеряет не голономию саму по себе, а несохранение тернарного тензора Ass при выбранном переносе. Это типизированный объект и потому пригоден для вычислительного сертификата.

62. Ковариантная производная и ассоциаторная кривизна

62.1. Точная формула для ∇Ass

Теорема 9.20. Производная ассоциатора через C_{∇} .[THM] Для индуцированной связности на $\text{Hom}(A \otimes^3, A)$ справедливо

$$(\nabla_X \text{Ass})(a, b, c) = C_X(a, b) \odot c + C_X(a \odot b, c) - a \odot C_X(b, c) - C_X(a, b \odot c).$$

Доказательство получается прямым дифференцированием $(a \odot b) \odot c - a \odot (b \odot c)$ и сокращением членов, содержащих $\nabla a, \nabla b, \nabla c$. Формула показывает, что мост не является метафорой: он вычисляется из дефекта совместимости связности с бинарной операцией.

Следствие 9.21.[THM] $C_{\nabla} = 0 \Rightarrow \nabla \text{Ass} = 0 \Rightarrow H_{\text{Ass}}(\gamma) = 0$ для всех допустимых путей. Обратные импликации в общем случае неверны: в ассоциативной алгебре $\text{Ass} = 0$ сохраняется любой связностью, даже если $C_{\nabla} \neq 0$.

62.2. Индуцированная кривизна на тернарных тензорах

Определение 9.22. Ассоциаторная кривизна Курпишева в строгом внутреннем смысле.[DEF-A] В v0.7 термином K_{Ass} обозначается не обычная кривизна и не сам ассоциатор, а действие кривизны индуцированной связности на поле Ass :

$$K_{\text{Ass}}(X, Y) := R_{\nabla}^{\wedge \{ (3,1) \}}(X, Y) \text{Ass} \in \text{Hom}(A \otimes^3, A).$$

Поточечная формула имеет вид

$$K_{\text{Ass}}(X, Y)(a, b, c) = R_{\nabla}(X, Y)\text{Ass}(a, b, c) - \text{Ass}(R_{\nabla}a, b, c) - \text{Ass}(a, R_{\nabla}b, c) - \text{Ass}(a, b, R_{\nabla}c).$$

Теорема 9.23. Необходимое условие параллельности.[THM] Если $\nabla \text{Ass} = 0$, то $K_{\text{Ass}} = 0$. Поэтому ненулевой K_{Ass} является локальным препятствием к параллельности ассоциатора.

Предупреждение 9.24.[OPEN] $K_{\text{Ass}} = 0$ не влечёт $\nabla \text{Ass} = 0$ без дополнительных условий. Даже плоская индуцированная связность может иметь непараллельное выбранное поле тензоров. Глобальное восстановление требует голономного принципа и начального инвариантного значения.

Определение 9.25. Полный bridge package.[DEF-A] Ассоциаторно-голономный мост хранится как четвёрка

$$B_{\text{Ass}}(\nabla, \odot) = (C_{\nabla}, \nabla \text{Ass}, K_{\text{Ass}}, H_{\text{Ass}}).$$

Удаление любой компоненты снижает разрешающую способность аудита: C_{∇} контролирует бинарную структуру, ∇Ass - первый порядок, K_{Ass} - кривизну индуцированной связи, H_{Ass} - конечный перенос.

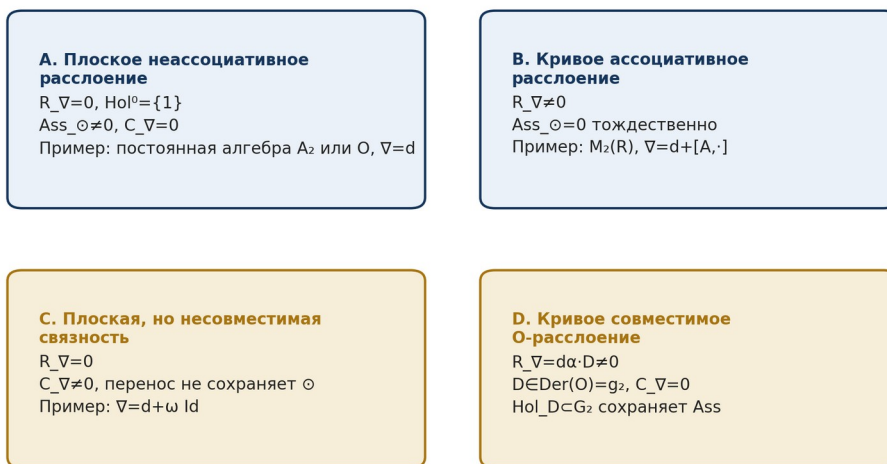
62.3. Голономный принцип для ассоциатора

Теорема 9.26. Holonomy principle.[CL/THM] На связном секторе параллельные тензорные поля типа $(3,1)$ находятся во взаимно однозначном соответствии с тензорами в одной точке, инвариантными относительно полной голономии. Поэтому глобальный параллельный ассоциатор существует из начального Ass_x тогда и только тогда, когда Ass_x фиксирован $Hol_D(x)$, при условии что D -пути соединяют сектор и transport path-independence обеспечена голономной инвариантностью.

Граница 9.27.[OPEN] Параллельное поле, восстановленное из Ass_x , не обязано совпадать с ассоциатором фактического поля операций μ_y . Для совпадения требуется $C_\nabla=0$ либо отдельная проверка $\mu_y=P_y \mu_x$.

63. Контрмодели и нетривиальная совместимая модель

Четыре модели, запрещающие универсальное тождество «кривизна = ассоциатор»



Следствие: ни $Ass_\odot$ не определяет R_∇/Hol_D , ни R_∇/Hol_D не определяют $Ass_\odot$ без дополнительных мостовых данных.

Рисунок 18. Четыре модели, разделяющие кривизну, голономию, совместимость и ассоциатор. Собственная схема Тома II.

63.1. Плоская неассоциативная модель

Пример 9.28.[THM/EX] Пусть $X=R^2$, $A=X \times A_2$, операция μ постоянна и неассоциативна, а $\nabla=d$. Тогда $R_\nabla=0$, $Hol^0=\{Id\}$, $C_\nabla=0$, но $Ass_\odot \neq 0$. Следовательно, ненулевой ассоциатор не порождает кривизну автоматически.

63.2. Кривая ассоциативная модель

Пример 9.29.[THM/EX] Пусть $A=X \times M_2(R)$, $\nabla=d+[B, \cdot]$, где $B=x \, dy \cdot H$ и $H \in M_2(R)$. Тогда $R_\nabla=dx \wedge dy \cdot ad_H$ может быть ненулевой, но $Ass_\odot=0$, поскольку матричное умножение ассоциативно. Значит, кривизна не порождает неассоциативность автоматически.

63.3. Плоская, но несовместимая связность

Пример 9.30.[THM/EX] На постоянном алгебраическом расслоении положим $\nabla=d+\omega \text{ Id}$, где $d\omega=0$. Тогда $R_\nabla=0$, но $C_\nabla(X;a,b)=-\omega(X)(a \odot b)$. Открытый перенос масштабирует элементы и обычно не является алгебраическим гомоморфизмом. Плоскостность не означает сохранение пакетного произведения.

63.4. Кривая совместимая октонионная модель

Пример 9.31.[MODEL/THM] Пусть $A=R^2 \times O$, $D \in \text{Der}(O)$, $D \neq 0$, и $\nabla=d+x \, dy \cdot D$. Поскольку D является деривацией, $C_\nabla=0$. Кривизна равна $R_\nabla=dx \wedge dy \cdot D \neq 0$, а Hol_D действует алгебраическими

автоморфизмами O , то есть лежит в G_2 . Ассоциатор ненулевой, но параллелен и сохраняется голономией.

Эта модель показывает допустимую форму моста: не «кривизна равна ассоциатору», а «кривизна принимает значения в алгебре дериваций, поэтому голономия сохраняет умножение и порождённый им ассоциатор».

Теорема 9.32. Universal-equality no-go.[THM] На классе всех алгебраических расслоений не существует универсального тождества, определяющего R_∇ или Hol_D только по $Ass_\odot$, и не существует обратного универсального определения $Ass_\odot$ только по R_∇ или Hol_D . Доказательство дают пары примеров 9.28-9.31.

64. Akivis/Sabinin-мост и его доказательные обязательства

64.1. Классический локально-петлевой слой

Определение 9.33. Akivis-алгебра.[CL] Векторное пространство V с антисимметричной бинарной операцией $[x,y]$ и тернарной операцией (x,y,z) называется Akivis-алгеброй, если якобиатор бинарной операции равен знакопеременной сумме тернарной операции:

$$[[x,y],z]+[[y,z],x]+[[z,x],y] = \Sigma_{\text{cyc}} ((x,y,z)-(y,x,z)).$$

В геометрии локальных луп бинарная и тернарная операции возникают из низших членов разложения локального умножения и связаны с кручением, кривизной и ассоциативным дефектом. Этот классический факт даёт возможный интерфейс, но не готовое отождествление с NAPG-ассоциатором.

Определение 9.34. Bridge datum β .[DEF-A] Мостом от волоконной NAPG-алгебры к локальной Akivis-структуре называется семейство линейных карт $J_x:A_x \rightarrow T_xX$ или в более общем случае функтор β_x между тернарными носителями, для которого определены диаграммы

$$\beta_x \circ Ass_\odot = A_{\text{geo}} \circ (J_x \otimes J_x \otimes J_x).$$

Код	Обязательство моста	Статус v0.7
B-AK1	Dom/Cod J_x и β_x заданы типизированно	OPEN
B-AK2	J_x совместим с градуировкой и D/Dom	OPEN
B-AK3	Существует локальная лупа/экспоненциальная модель	COND
B-AK4	Akivis identity выполнена для образа	OPEN
B-AK5	β естественна относительно NAPG-морфизмов	OPEN
B-AK6	β intertwines выбранные связности	OPEN
B-AK7	Результат независим от карты/калибровки	OPEN
B-AK8	Вычислительный сертификат воспроизводим	OPEN

Условная теорема 9.35. Curvature-associator transport.[COND] Если B-AK1-B-AK8 выполнены и β является параллельным intertwiner, то β переносит ∇Ass в ковариантную производную геометрического тернарного тензора и удовлетворяет

$$\beta(K_{Ass})=R_{\text{geo}}^{\{(3,1)\}}(\beta(Ass)).$$

Теорема утверждает естественность уже построенного моста. Она не доказывает существование β . До закрытия B-AK1-B-AK8 общий геометрический мост остаётся доказательным обязательством T2-PO-060.

65. Голономные инварианты предсказательного метода

65.1. Инвариантная сигнатура

Определение 9.36. D-holonomy signature.[DEF-A] Для параметра t определим сигнатуру

$$\Sigma_{\text{Hol}}(t) = (\dim \mathfrak{h}_D, \text{rank } G_N, \text{Inv}(R_\nabla), \dim \text{Stab}(\text{Ass}), \|C_\nabla\|, \|\nabla \text{Ass}\|, \|K_{\text{Ass}}\|, \delta_{\text{truth}}, \text{CGI}).$$

Здесь $\mathfrak{h}_D$ - Lie-алгебра доступной голономии, G_N - матрица конечного сертификата генераторов до порядка N , $\text{Inv}(R_\nabla)$ - только калибровочно-инвариантные полиномы или спектральные данные. Сырые коэффициенты матрицы без фиксированной калибровки в RBD как инварианты не записываются.

Определение 9.37. Конечный голономный сертификат.[DEF-A] Выбирается конечное семейство D -допустимых путей η_j и ковариантных производных кривизны до порядка N . После переноса в базовую точку их координаты образуют матрицу $G_N(t)$. Её ранг $r_N(t)$ является воспроизводимым конечным приближением к размерности порождённого подпространства голономии.

Теорема 9.38. Локальная постоянность конечного ранга.[THM] Если элементы $G_N(t)$ аналитичны и некоторый максимальный $r \times r$ minor не обращается в нуль на интервале I , то $\text{rank } G_N(t) = r$ на I . Изменение ранга возможно только на нулевом множестве соответствующих minors либо при выходе из Dom.

Граница 9.39.[COND] Ранг G_N равен размерности полной алгебры голономии только после доказательства стабилизации и полноты сертификата. Без этого r_N является нижней оценкой и диагностическим признаком.

65.2. Голономный горизонт

Определение 9.40. Голономный горизонт.[DEF-A] Обозначим $\Delta_{\text{Hol},N}$ объединение параметров, где: меняется категория P_D ; исчезает transport existence; все выбранные максимальные minors G_N обращаются в нуль; меняется размерность стабилизатора Ass; возникает полюс λ ; нарушается $C_\nabla = 0$; либо теряется глобализация Evidence-D.

$$\Delta_{\text{conn}} = \Delta_{\text{safe}} \cup \Delta_{\text{Hol},N} \cup \Delta_{\text{bridge}}.$$

Теорема 9.41. Negative holonomy prediction.[COND] Если семейство аналитично, сертификат G_N полон и стабилизирован, путь параметров не пересекает Δ_{conn} , а D/Dom и калибровочная категория неизменны, то размерность голономной алгебры, тип её действия на Ass и статус совместимости остаются постоянными. Внутри этой модели структурный переход соответствующего типа исключён. Это отрицательный прогноз: он говорит, где переход невозможен при данных гипотезах. Пересечение горизонта означает только появление кандидата, а не фактическое событие.

66. Проективный перенос Reper и невозможность изменения λ общим PGL_2 -движением

Теорема 9.42. Common-projective transport invariance.[THM] Пусть четыре точки Reper $p=(r,i,u,d)$ переносятся одним и тем же PGL_2 -преобразованием g_t . Тогда

$$\lambda(g_{tu}, g_{ti}; g_{tr}, g_{td}) = \lambda(u, i; r, d).$$

Следовательно, чистый общий проективный перенос не приближает и не удаляет Reper от гармонического значения. Для изменения λ необходимо относительное движение компонент, непроективный транспорт, смена D/Dom или прохождение через вырожденную конфигурацию.

Следствие 9.43. Relative-transport necessity.[THM] Если наблюдается $d\lambda/dt \neq 0$ вне полюсов, то скорости r, i, u, d не могут быть одновременно порождены одним инфинитезимальным полем sl_2 на P^1 . Ненулевой $d\lambda$ является детектором относительной, а не общей проективной динамики.

Определение 9.44. Relative Reper connection.[DEF-A] На четырёх копиях проективного расслоения допускаются связности $\nabla^r, \nabla^i, \nabla^u, \nabla^d$. Их разности относительно общей проектной части образуют относительную связность ∇^{rel} . Именно ∇^{rel} входит в формулу $d\lambda$ из главы 8.

Предсказательный вывод 9.45.[THM/INTERFACE] Гармонический дефект δ_truth не должен интерпретироваться как временная координата при общем переносе. Он становится динамической диагностикой только после задания относительной кинематики $Reper$ и проверки D/Dom .

67. Главная условная теорема v0.7

Теорема 9.46. Holonomy-associator-safe predictive theorem.[COND] Рассмотрим параметрическое семейство $(A_t, \odot_t, \nabla_t, \rho_t, D_t)$ на интервале I . Предположим:

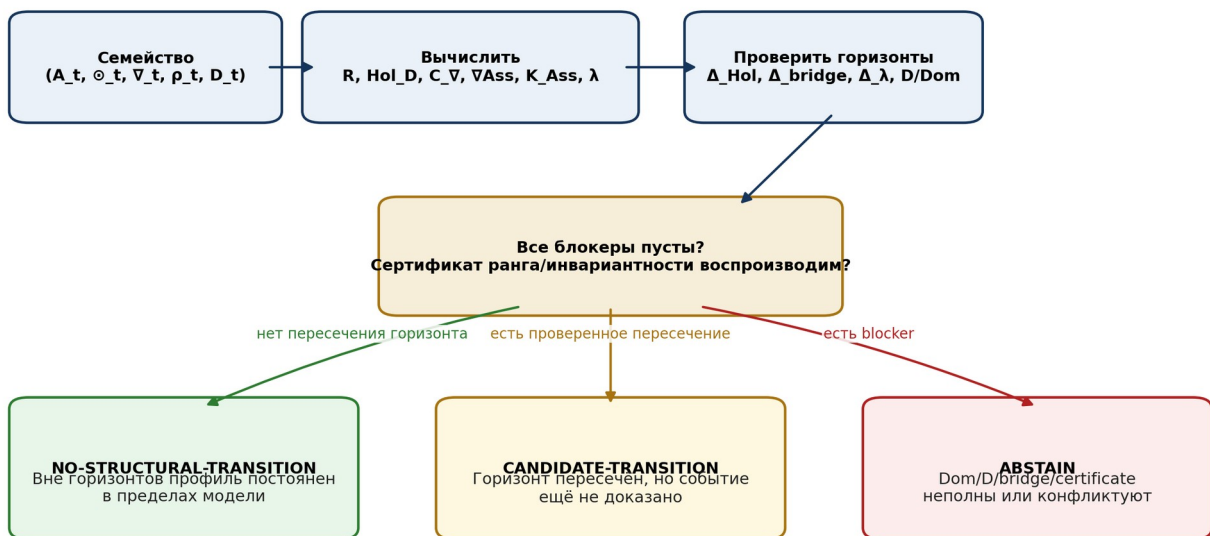
- H1. Волоконные операции и связности имеют фиксированные типы и C^2 -зависимость от t .
- H2. P_D образует устойчивую группоидную категорию путей, а $transport$ ODE разрешимо.
- H3. Все D/Dom и $provenance$ -пакеты версионированы и не конфликтуют.
- H4. Конечный голономный сертификат G_N полон и стабилизирован.
- H5. Ассоциаторный bridge package B_Ass вычислен; выбранные нормы и калибровочные инварианты фиксированы.
- H6. При использовании Akivis/Sabinin-моста закрыты $B-AK1$ - $B-AK8$.
- H7. $Reper$ -атлас имеет PGL_2 -переходы, а λ вычисляется вне полюсов.
- H8. Общая и относительная части транспорта $Reper$ разделены.
- H9. Глобализационные и $tangent$ -obstruction сертификаты v0.5-v0.6 действительны.
- H10. Путь параметров не пересекает Δ_conn .

Тогда на каждой связной компоненте I/Δ_conn сохраняются: ранг подтверждённой голономной алгебры, тип её представления на A , размерность стабилизатора Ass , нулевой/ненулевой статус C_V , ∇Ass и K_Ass , а также λ при чистом общем PGL_2 -переносе. Поэтому переход, требующий изменения хотя бы одного из этих инвариантов, невозможен внутри данной компоненты.

Короллярий 9.47. Необходимое условие структурного события.[COND] Кандидат перехода может возникнуть только при пересечении Δ_conn , активации относительной $Reper$ -динамики, ненулевом bridge defect либо смене D/Dom . Ни одно из этих условий отдельно не является достаточным для наступления события.

Короллярий 9.48. Blocker-safe verdict.[THM/PROTOCOL] Если сертификат неполон или bridge conditions конфликтуют, вывод равен **ABSTAIN**. Если горизонты не пересечены и H1-H10 проверены, вывод равен **NO-STRUCTURAL-TRANSITION-IN-MODEL**. При проверенном пересечении выдаётся только **CANDIDATE-TRANSITION**.

Blocker-safe шлюз голономно-ассоциаторного прогноза



Положительный выход всегда означает «кандидат для проверки», а не наступившее или неизбежное событие.

Рисунок 19. Blocker-safe шлюз голономно-ассоциаторного прогноза. Собственная схема Тома II.

68. Вычислительный сертификат HOL-ASS v0.7

68.1. Машинно проверяемые объекты

ID	Операция	Выход
HOL-01	Проверка типов $A, \mu, \nabla, \text{Dom}$	typed manifest
HOL-02	Решение transport ODE на тестовых путях	P_γ matrices
HOL-03	Проверка $P_{\{Y_2 * Y_1\}} = P_{\{Y_2\}} P_{\{Y_1\}}$	composition certificate
HOL-04	Вычисление R_∇ и Bianchi residual	curvature object
HOL-05	Малоконтурный предел	small-loop certificate
HOL-06	Построение G_N и rank minors	holonomy lower bound
HOL-07	Вычисление C_∇	product compatibility
HOL-08	Вычисление ∇Ass и identity 9.20	first-order bridge
HOL-09	Вычисление K_{Ass}	curvature bridge
HOL-10	Вычисление $H_\odot$ и H_{Ass}	finite transport defects
HOL-11	Проверка PGL_2 -инвариантности λ	Reper transport
HOL-12	Финальный blocker-safe verdict	NO/CANDIDATE/ABSTAIN

68.2. Автоматические тесты

- TEST-CONN-01: связность удовлетворяет scalar Leibniz rule;
- TEST-PATH-02: P_D замкнута относительно композиции и обращения там, где заявлена группа;
- TEST-PT-03: transport composition associative с точностью solver tolerance;
- TEST-CURV-04: координатная и операторная формулы R_∇ совпадают;
- TEST-LOOP-05: $\varepsilon^{-2}(P_\square - \text{Id})$ сходится к выбранному знаку R_∇ ;
- TEST-HOL-06: rank G_N подтверждён точной арифметикой или интервальными bounds;
- TEST-PROD-07: $C_\nabla = 0$ эквивалентно сохранению μ на тестовых путях;
- TEST-DASS-08: формула 9.20 проверена символически;
- TEST-KASS-09: K_{Ass} совпадает с induced curvature formula;
- TEST-NOGO-10: модели 9.28-9.31 опровергают универсальное тождество;
- TEST-PGL2-11: общая projective transport оставляет λ неизменной;
- TEST-REL-12: $d\lambda \neq 0$ детектирует относительную компоненту вне полюсов;
- TEST-GATE-13: неполный мост принудительно возвращает ABSTAIN;
- TEST-HASH-14: исходные данные, пути, калибровки и proof objects имеют хеши.

68.3. Псевдокод

```
INPUT family F_t=(A_t, mu_t, nabla_t, reper_t, D_t), path system P_D, order N
CHECK types, Dom, provenance, path closure
COMPUTE transports P_gamma and composition residuals
COMPUTE curvature R, small-loop certificates, generator matrix G_N
COMPUTE C_nabla, nabla_Ass, K_Ass, H_mu, H_Ass
COMPUTE lambda and split common PGL2 motion from relative motion
BUILD Delta_conn and blocker set B
IF B != empty: RETURN ABSTAIN
IF path(t) avoids Delta_conn and full-certificate hypotheses hold:
  RETURN NO_STRUCTURAL_TRANSITION_IN_MODEL
IF verified horizon crossing:
  RETURN CANDIDATE_TRANSITION
ELSE:
  RETURN ABSTAIN
```

69. Доказательные обязательства, библиография и контрольная точка v0.7

69.1. Новые доказательные обязательства

PO	Содержание	Статус	Вердикт v0.7
T2-PO-054	Строгая категория D-допустимых путей и существование transport	COND	частично закрыто
T2-PO-055	Ассоциативность transport composition и no-go Hol=Ass	THM	закрыто
T2-PO-056	D-Ambrose-Singer для ограниченной системы путей	COND	OPEN
T2-PO-057	Эквивалентность $C_{\nabla}=0$ и сохранения μ транспортом	THM	закрыто
T2-PO-058	Формула ∇Ass через C_{∇}	THM	закрыто
T2-PO-059	Определение и естественность K_{Ass}	THM/DEF-A	закрыто в typed sector
T2-PO-060	Существование Akivis/Sabinin-моста β	OPEN	не закрыто
T2-PO-061	Независимость β от карт и калибровок	OPEN	не закрыто
T2-PO-062	Октонионная совместимая модель	MODEL/THM	закрыто
T2-PO-063	Universal-equality no-go	THM	закрыто
T2-PO-064	Полнота конечного сертификата G_N	COND	OPEN
T2-PO-065	Локальная постоянность rank G_N	THM	закрыто
T2-PO-066	Common-PGL ₂ invariance of λ	THM	закрыто
T2-PO-067	Relative Reper connection	DEF-A/OPEN	определено, реализация открыта
T2-PO-068	Holonomy-associator-safe theorem	COND	сформулировано
T2-PO-069	Независимый доменный запуск HOL-ASS	OPEN	не исполнен

69.2. Библиографическая синхронизация

[V0.7-1] Ehresmann, C. Les connexions infinitésimales dans un espace fibré différentiable. Séminaire Bourbaki, exposé 24, 1952, 153-168. Numdam.

[V0.7-2] Cartan, E. Les groupes d’holonomie des espaces généralisés. Acta Mathematica 48 (1926), 1-42. DOI 10.1007/BF02629755.

[V0.7-3] Ambrose, W.; Singer, I. M. A Theorem on Holonomy. Transactions of the AMS 75 (1953), 428-443. DOI 10.1090/S0002-9947-1953-0063739-1.

[V0.7-4] Kobayashi, S.; Nomizu, K. Foundations of Differential Geometry, Vol. I. Wiley Classics Library.

[V0.7-5] Akivis, M. A. Local algebras of a multidimensional three-web. Siberian Mathematical Journal 17 (1976), 3-8. DOI 10.1007/BF00969285.

[V0.7-6] Sabinin, L. V. Smooth Quasigroups and Loops. Kluwer, 1999. DOI 10.1007/978-94-011-4491-9.

[V0.7-7] Grigorian, S. G_2 -structures and octonion bundles. Advances in Mathematics 308 (2017), 142-207; arXiv:1510.04226.

[V0.7-8] Kurpishev, I. B. Том I v197 RU; Том II T2-RP-v0.1-v0.6; PILOT-01. Канонические внутренние источники проекта.

69.3. Контрольная точка T2-RP-v0.7

ДОКАЗАНО	Типизированы связность, транспорт, кривизна, Hol_D , C_∇ , $H_\odot$, H_{Ass} и K_{Ass} ; доказаны по-go $Hol=Ass$, формула ∇Ass , PGL_2 -инвариантность λ и четыре разделяющие модели.
УСЛОВНО	D-Ambrose-Singer, полнота конечного holonomy certificate, Akivis/Sabinin-мост и главная predictive theorem действуют только при перечисленных гипотезах.
ОТКРЫТО	Построение канонического β -моста для общего NAPG-объекта, Banach/Hilbert-версия, независимый доменный запуск и связь с внешним E-слоем.
ГРАНИЦА	Ни Hol_D , ни R_∇ не объявляются ассоциатором; пересечение горизонта не объявляется событием; физический статус ПН.2 и F-1-F-14 не изменён.

truth_layer_promotion = 0, checkpoint = T2-RP-v0.7, next = T2-RP-v0.8.

Следующая сборка tom2_v0_8 развивает главу 10: комплексы дифференциальных форм NAPG, типизированные d/δ , правила знаков, Leibniz identities, локальность и контрпримеры к автоматическому $\delta^2=0$.

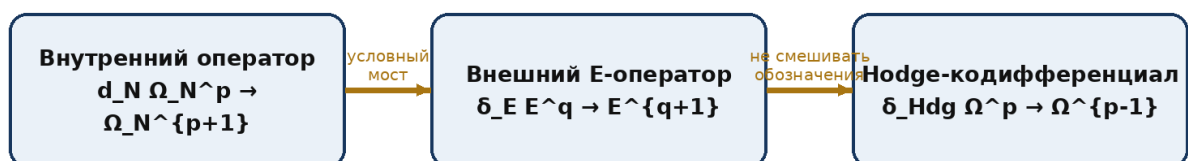
checkpoint=T2-RP-v0.7; source=T2-RP-v0.6; truth_layer_promotion=0; next=T2-RP-v0.8.

70. Глава 10: дифференциальные формы NAPG и типизированные дифференциалы

ОНТОЛОГИЯ	Дифференциал в NAPG не является безымянной стрелкой между соседними степенями. Он существует только вместе с носителем форм, областью определения, правилом знаков, локальностью и доказанным законом повторного применения.
ГНОСЕОЛОГИЯ	Равенство $d^2=0$ не следует из слова «дифференциал». Оно является отдельной аксиомой или теоремой. Ковариантные, внешние, кограничные и Hodge-операторы должны различаться до любой когомологической интерпретации.
ФЕНОМЕНОЛОГИЯ	Первое применение оператора фиксирует локальное изменение формы. Второе проверяет, замыкается ли изменение в комплекс или оставляет кривизну, смешанный дефект либо след несовместимости.
ГРАНИЦА	В v0.8 запрещено писать N^p до проверки $d^{p+1}d^p=0$; запрещено смешивать d_N , δ_E и δ_{Hdg} ; близость λ к -1 не исправляет ненулевой differential defect.

Статус раздела: theorem/conditional package v0.8. Классические de Rham, graded-derivation, connection-curvature и Hodge-конструкции используются как prior art. Авторский вклад состоит в их типизированной сборке внутри NAPG, в differential defect ledger, mixed bridge package и предсказательном горизонте, связанном с D/Dom и Reper-аудитом.

Три дифференциальных слоя NAPG и разложение полного дефекта



$$D_{tot}^2 = \Omega_{int} + \Omega_E + (-1)^p M_{mix} \Omega_{int} = d_N^2, \Omega_E = \delta_E^2, M_{mix} = d_N \delta_E - \delta_E d_N$$

Когомология разрешена только после проверки $D_{tot}^2=0$. Иначе объект является precomplex/curved candidate, а вывод обязан хранить defect certificate.

71. Замороженная нотация и четыре типа операторов

Определение 10.1. Внутренние пакетные формы.[DEF-A] Пусть X - допустимый гладкий или стратифицированный сектор. Через $\Omega_N^p(U)$ обозначается модуль NAPG-форм степени p над открытым $U \subset X$. Семейство $U \mapsto \Omega_N^p(U)$ снабжается ограничениями и рассматривается как пучок или предпучок в зависимости от закрытых axioms descent.

$$\Omega_N^{\bullet} = \bigoplus_{p \geq 0} \Omega_N^p, \quad |\alpha| = p \text{ для } \alpha \in \Omega_N^p. \quad (10.1)$$

Определение 10.2. Внутренний differential candidate.[DEF-A] Оператор d_N степени $+1$ задаётся как семейство частичных линейных отображений

$$d_N^p : \text{Dom}(d_N^p) \subset \Omega_N^p \rightarrow \Omega_N^{p+1}. \quad (10.2)$$

Слово candidate сохраняется до проверки локальности, совместимости с ограничениями, graded Leibniz identity и nilpotency. Если выполнены только типы, объект называется graded operator. Если также выполнено $d_N^2=0$, он становится differential.

Определение 10.3. Внешний E-оператор.[DEF-A/COND] Внешний слой записывается отдельно: $\delta_E^q : E^q \rightarrow E^{q+1}$. Равенство $\delta_E^2=0$ не импортируется из внутреннего слоя и должно быть доказано в выбранном E-комплексе.

$$\delta_E : E^q \rightarrow E^{q+1}, \quad \delta_E^2=0 \text{ only after certificate.} \quad (10.3)$$

Определение 10.4. Hodge-операторы.[CL/DEF-A] На ориентированном метрическом n -мерном секторе Hodge star обозначается $\star_{\text{Hdg}}$. Кодифференциал обозначается δ_{Hdg} , а Hodge-лапласиан - Δ_{Hdg} . Символ $\star$ в $R \star R$ не является Hodge star.

Символ	Степень	Назначение	Статус по умолчанию
d_N	$+1$	внутренний differential candidate NAPG	DEF-A
δ_E	$+1$	кограничный оператор внешнего E-слоя	COND до $\delta_E^2=0$
δ_{Hdg}	-1	формальный сопряжённый к d_N при Hodge-гипотезах	COND
Δ_{Hdg}	0	$d_N \delta_{\text{Hdg}} + \delta_{\text{Hdg}} d_N$	COND
$R \star R$	не степень формы	ассоциаторный объект	Definition Core

Принцип 10.5. Notation firewall.[THM/PROTOCOL] Любая формула, где δ , δ_{Hdg} и d_N взаимозаменяются без явной карты, получает blocker NOTATION-COLLISION и не допускается к proof-status.

72. Graded Leibniz calculus и дефект дифференцирования

72.1. Градуированное пакетное произведение

Определение 10.6. Degree-compatible product.[DEF-A] Пусть $\odot : \Omega_N^p \times \Omega_N^q \rightarrow \Omega_N^{p+q}$ является билинейной операцией на admissible domain. Ассоциативность не предполагается. Для однородных α, β определим Leibniz defect

$$L_d(\alpha, \beta) = d_N(\alpha \odot \beta) - d_N \alpha \odot \beta - (-1)^{|\alpha|} \alpha \odot d_N \beta. \quad (10.4)$$

Определение 10.7. Graded derivation.[CL/DEF-A] Оператор d_N является градуированной деривацией степени $+1$, если $L_d=0$ на всей заявленной области.

Лемма 10.8. Значение на единице.[THM] В унитарном секторе характеристики, отличной от 2, graded Leibniz identity влечёт $d_N(1)=0$. Действительно, $d(1)=d(1 \odot 1)=d(1)+d(1)$.

72.2. Коммутатор дериваций и квадрат

Теорема 10.9. Замкнутость дериваций.[THM] Пусть D и E - однородные graded derivations степеней $|D|$ и $|E|$ на возможно неассоциативной градуированной алгебре. Тогда graded commutator

$$[D, E] = D \circ E - (-1)^{|D||E|} E \circ D \quad (10.5)$$

снова является graded derivation степени $|D| + |E|$. Доказательство использует только Leibniz identities и не требует ассоциативности $\odot$.

Следствие 10.10. Квадрат нечётной деривации.[THM] При $\text{char}(K) \neq 2$ для $|d_N| = 1$ имеем $[d_N, d_N] = 2d_N^2$. Поэтому d_N^2 является деривацией степени $+2$, но не обязано быть нулём.

$$d_N^2(\alpha \odot \beta) = d_N^2 \alpha \odot \beta + \alpha \odot d_N^2 \beta. \quad (10.6)$$

72.3. Дифференцирование ассоциатора

Теорема 10.11. Associator Leibniz identity.[THM] Если d_N является graded derivation степени $+1$, то для однородных α, β, γ

$$d_N \text{Ass}(\alpha, \beta, \gamma) = \text{Ass}(d_N \alpha, \beta, \gamma) + (-1)^{|\alpha|} \text{Ass}(\alpha, d_N \beta, \gamma) + (-1)^{|\alpha| + |\beta|} \text{Ass}(\alpha, \beta, d_N \gamma). \quad (10.7)$$

Доказательство получается раскрытием $d_N((\alpha \odot \beta) \odot \gamma - \alpha \odot (\beta \odot \gamma))$ и группировкой четырёх пар скобок. Формула является внутренним differential bridge к главам 5 и 9.

Следствие 10.12.[THM] Если d_N является derivation и $\text{Ass} = 0$, ассоциативный сектор устойчив относительно d_N . Если $\text{Ass} \neq 0$, d_N переносит ассоциатор как тернарный graded tensor, но не уничтожает его.

73. Почему $d^2=0$ не является автоматическим

Почему правило Лейбница не гарантирует $d^2=0$

de Rham-комплекс

$d^2=0$ истинный комплекс

Ковариантный дифференциал

$d_{\nabla}^2 = R_{\nabla}$ кривизна может быть ненулевой

Свободная градуированная алгебра

$d(a)=b, d(b)=c \Rightarrow d^2(a)=c \neq 0$

Суперсвязность / twisted operator

$A=d+\omega, A^2=d\omega+\omega^2$

Вывод: nilpotency является отдельной аксиомой или теоремой. Её нельзя выводить из степени оператора, локальности или Leibniz identity.

Рисунок 21. Четыре режима, показывающие независимость Leibniz identity и nilpotency. Собственная схема Тома II.

73.1. Differential curvature

Определение 10.13. Кривизна differential candidate.[DEF-A] Для graded derivation d_N степени $+1$ определим

$$\Omega_d := d_N^2 : \Omega_N^p \rightarrow \Omega_N^{p+2}. \quad (10.8)$$

Ω_d называется differential curvature только как внутренний термин v0.8. Он не отождествляется с R_∇ из главы 9, хотя в covariant model совпадает с действием кривизны связности.

Лемма 10.14. Bianchi identity в операторной форме.[THM] Для $\Omega_d = d \circ N^2$ выполнено $[d_N, \Omega_d] = 0$, поскольку $d \circ N^3 - d \circ N^3 = 0$.

$$[d_N, \Omega_d] = 0. \quad (10.9)$$

Определение 10.15. Precomplex и complex.[DEF-A] Последовательность $\Omega_N^p \xrightarrow{d} \Omega_N^{p+1}$ называется precomplex после проверки типов. Она является complex только при $d \circ N^{p+1} = 0$ для всех p . Когомология H_N^p разрешена только во втором случае.

73.2. Свободный контрпример

Пример 10.16. Graded Leibniz without nilpotency.[THM/EX] Пусть F - свободная градуированная неассоциативная алгебра на генераторах a, b, c степеней 0, 1, 2. Определим $d(a)=b$, $d(b)=c$, $d(c)=0$ и продолжим d по graded Leibniz rule. Тогда $L_d = 0$, но

$$d^2(a) = c \neq 0. \quad (10.10)$$

Следовательно, ни градуировка, ни локальность, ни правило Лейбница не дают $d^2 = 0$.

73.3. Ковариантный и суперсвязностный контрпримеры

Пример 10.17. Covariant exterior derivative.[CL/THM] Для связности ∇ на векторном расслоении ковариантный внешний дифференциал d_∇ удовлетворяет

$$d_\nabla^2 \alpha = R_\nabla \wedge \alpha. \quad (10.11)$$

Поэтому d_∇ образует комплекс только на плоском секторе или на подпространстве, где действие R_∇ исчезает.

Пример 10.18. Superconnection curvature.[CL/THM] Для нечётного оператора $A = d + \omega$ на формах со значениями в $\text{End}(E)$ квадрат равен

$$A^2 = d\omega + \omega \wedge \omega. \quad (10.12)$$

Условие $A^2 = 0$ является уравнением Maurer-Cartan/flatness, а не следствием определения A .

Предупреждение 10.19. d^N -calculus.[CL/BOUNDARY] Теории с $d^N = 0$, $N > 2$, существуют как отдельные q -differential/ N -complex конструкции. Они не дают обычную когомологию $\ker d / \text{im } d$ без дополнительного определения generalized homology.

74. Локальность, ограничения и склейка дифференциалов

74.1. Sheaf-locality

Определение 10.20. Локальный оператор.[DEF-A] Семейство $d_U: \Omega_N^p(U) \rightarrow \Omega_N^{p+1}(U)$ называется локальным, если для $V \subset U$

$$(d_U \alpha)|_V = d_V(\alpha|_V). \quad (10.13)$$

Лемма 10.21. Support nonincrease.[THM] Для sheaf-local operator $\text{supp}(d\alpha) \subset \text{supp}(\alpha)$. Это утверждение не означает автоматически, что d является differential operator конечного порядка; такая классификация требует дополнительных гипотез типа теоремы Питра.

74.2. Склейка

Теорема 10.22. Gluing of local differentials.[THM] Пусть $\{U_i\}$ покрывает X , d_i - локальные degree +1 operators и g_{ij} - переходы NAPG-расслоения. Если на $U_i \cap U_j$

$$g_{ij} \circ d_j = d_i \circ g_{ij}, \quad (10.14)$$

то существует единственный глобальный оператор d_N , ограничения которого равны d_i . Если каждый d_i является derivation и $d_i^2 = 0$, эти свойства переходят к глобальному d_N .

Определение 10.23. Gluing defect.[DEF-A] На пересечениях положим

$$K_{ij} := g_{ij} d_j - d_i g_{ij}. \quad (10.15)$$

Ненулевой K_{ij} блокирует глобальный differential. При дополнительной линейной структуре и cocycle compatibility семейство $\{K_{ij}\}$ может задавать Čech obstruction class; этот переход имеет статус COND до построения точного coefficient sheaf.

Контрпример 10.24.[THM/EX] Два локальных оператора $d_1=d$ и $d_2=d+A$ на перекрытии не склеиваются при $g_{12}=Id$, если $A \neq 0$. Локальная nilpotency каждого оператора также не исправляет ненулевой K_{12} .

75. Внутренний и внешний слои: total operator и mixed defect

75.1. Биградуированная конструкция

Определение 10.25. Bigraded bridge object.[DEF-A/COND] Пусть $B^{\{p,q\}} = \Omega_N^p \otimes E^q$. Внутренний оператор d_N имеет bidegree $(1,0)$, внешний $\delta_E - (0,1)$. Для элемента bidegree (p,q) определим total operator

$$D_{\text{tot}} = d_N + (-1)^p \delta_E. \quad (10.16)$$

Теорема 10.26. Разложение квадрата.[THM] При фиксированной convention

$$D_{\text{tot}}^2 = \Omega_{\text{int}} + \Omega_E + (-1)^p M_{\text{mix}}, \quad (10.17)$$

где $\Omega_{\text{int}} = d_N^2$, $\Omega_E = \delta_E^2$ и $M_{\text{mix}} = d_N \delta_E - \delta_E d_N$. Следовательно, $D_{\text{tot}}^2 = 0$ требует одновременного исчезновения двух curvature components и mixed commutator на каждом биизмерении.

Компонента	Тип	Смысл	Нулевой статус
Ω_{int}	$(2,0)$	внутренняя differential curvature	$d_N^2 = 0$
Ω_E	$(0,2)$	дефект внешнего E-комплекса	$\delta_E^2 = 0$
M_{mix}	$(1,1)$	несовместимость внутреннего и внешнего переходов	$d_N \delta_E = \delta_E d_N$

Королларий 10.27. Cohomology firewall.[THM/PROTOCOL] Если хотя бы одна компонента в (10.17) ненулевая или не вычислена, $H^*(\text{Tot } B, D_{\text{tot}})$ не объявляется. В RBD хранится defect triple, а не фиктивный cohomology label.

75.2. Условный мост Π_E

Определение 10.28. Differential bridge certificate.[DEF-A] Для $\Pi_E: O_B \rightarrow H^3(E^{\bullet})$ требуется пакет $\text{Cert}_E = (\delta_E^2 = 0, \text{well-defined } \Pi_E, \text{representative independence, naturality, mixed compatibility})$. (10.18)

Граница 10.29.[OPEN] Исчезновение Ω_{int} не доказывает существование Π_E . Исчезновение Ω_E не доказывает, что внутреннее препятствие представляется внешним классом. Mixed compatibility является отдельным обязательством T2-PO-078.

76. Hodge-слой: кодифференциал и лапласиан без подмены обозначений

76.1. Условия существования

Определение 10.30. Hodge sector.[CL/COND] Пусть U является ориентированным n -мерным гладким сектором с невырожденной метрикой g и допустимой мерой. Тогда

$$\star_{\text{Hdg}}: \Omega^p(U) \rightarrow \Omega^{n-p}(U). \quad (10.19)$$

Для псевдоримановой сигнатуры знак квадрата $\star$ зависит от p, n и индекса метрики. Любая формула должна фиксировать convention.

Определение 10.31. Codifferential.[CL/COND] В выбранной римановой convention на p -формах

$$\delta_{\text{Hdg}} = (-1)^{n(p+1)+1} \star_{\text{Hdg}} d_N \star_{\text{Hdg}}. \quad (10.20)$$

Определение 10.32. Hodge Laplacian.[CL/COND]

$$\Delta_Hdg = d_N \delta_Hdg + \delta_Hdg d_N. \quad (10.21)$$

Теорема 10.33.[THM] Если $d_N^2=0$ и $\star_Hdg$ является корректным изоморфизмом указанного сектора, то $\delta_Hdg^2=0$. Если $d_N^2 \neq 0$, nilpotency δ_Hdg не следует.

Граница 10.34. Hodge decomposition.[COND] Разложение на exact, coexact и harmonic части требует эллиптичности, подходящих граничных условий, полноты функционального пространства и обычно компактности либо Fredholm-гипотез. В стратифицированной NAPG оно не объявляется без отдельного аналитического пакета F.

76.2. Hodge compatibility defects

Определение 10.35. Hodge transport defect.[DEF-A] Для перехода g_ij между картами

$$H_ij = g_ij \star_j - \star_i g_ij. \quad (10.22)$$

Определение 10.36. Formal-adjoint defect.[DEF-A] Если внутреннее произведение задано, положим

$$A_Hdg = \delta_Hdg - d_N^*. \quad (10.23)$$

Только при $H_ij=0$, $A_Hdg=0$ и аналитических гипотезах Hodge-слой считается глобальным и совместимым.

77. Differential Reper и λ -гармония

Определение 10.37. Differential Reper.[DEF-A] Операторный объект получает четвёрку

$$Rep_diff(d_N)=(R_d, I_d, U_d; D_d), \quad (10.24)$$

где R_d содержит вычисленную матрицу/формулу оператора, I_d - invariant signature, U_d - допустимые расширения и модели, D_d - источники, Dom, convention и proof certificate.

Определение 10.38. Differential defect vector.[DEF-A]

$$Def_diff=(||L_d||, ||\Omega_d||, ||K_glue||, ||M_mix||, ||H||, pole_lambda, Block_Dom). \quad (10.25)$$

Принцип 10.39. Harmonic insufficiency.[THM/PROTOCOL] Условие $\lambda=-1$ не влечёт $L_d=0$, $d_N^2=0$, локальность, gluing или Hodge compatibility. Поэтому проектно-гармонический селектор применяется только после differential certificate.

Определение 10.40. Relaxed differential candidate.[DEF-A] Для порогов τ, η

$$C_diff(\tau, \eta) = \{x: \delta_truth(x) \leq \tau, ||Def_diff(x)|| \leq \eta, Valid(D)=1, Dom=1\}. \quad (10.26)$$

C_diff является множеством кандидатов на дальнейшую проверку. Оно не является множеством истин и не задаёт физическое событие.

78. Дифференциальный переходный горизонт

78.1. Аналитические семейства

Определение 10.41. Finite differential signature.[DEF-A] Для конечномерного усечения степеней $0 \leq p \leq m$ и параметра t положим

$$\Sigma_diff(t) = (\text{rank } d_t^p, \text{rank}(d_t^{p+1} d_t^p), \text{rank } L_{\{d_t\}}, \text{rank } K_t, \text{rank } M_t, \text{rank } H_t, \text{dim } H_t^p \text{ when defined}). \quad (10.27)$$

Определение 10.42. Differential horizon.[DEF-A] Δ_diff является объединением: нулевых множеств выбранных максимальных minors; точек изменения Dom; полюсов λ ; точек, где certificate precision недостаточна; и конфликтов gluing/Hodge/E-bridge.

$$\Delta_safe^{++} = \Delta_safe^+ \cup \Delta_diff. \quad (10.28)$$

Теорема 10.43. Rank constancy.[THM] Для аналитического конечномерного семейства на каждой связной компоненте Δ_diff ранги всех сертифицированных матриц постоянны. Если $d_t^2=0$ и ранги d_t^{p-1}, d_t^p постоянны, то

$$\text{dim } H_t^p = \text{dim } \Omega^p - \text{rank } d_t^p - \text{rank } d_t^{p-1} \quad (10.29)$$

также постоянно.

Теорема 10.44. Differential negative prediction.[COND] Если полный certificate выполнен и параметрический путь не пересекает $\Delta_{\text{safe}}^{\{++\}}$, то изменение сертифицированного differential-complex type, появление/исчезновение cohomology dimensions и смена zero/nonzero differential defects внутри модели невозможны.

Следствие 10.45.[COND] Пересечение Δ_{diff} создаёт только candidate-transition. Оно не доказывает интегрируемую деформацию, глобальное событие или физическую реализацию.

79. Разделяющие модели

Модель	L_d	d^2	Глобальность	Вывод
de Rham на гладком секторе	0	0	при обычном atlas	complex
свободная graded algebra	0	$\neq 0$	алгебраическая	Leibniz не даёт nilpotency
covariant d_{∇}	0 по скалярам	$R_{\nabla} \Lambda$	глобально при ∇	complex только в flat/invariant sector
локальные d_i с $K_{ij} \neq 0$	может быть 0	может быть 0	нет	local truth не глобализуется
total $d_N + \delta_E$	зависит	$\Omega_{\text{int}} + \Omega_E + M_{\text{mix}}$	при bridge certificate	три независимых blockers

Контртеорема 10.46. Triple independence.[THM] На классе моделей 10.16-10.24 свойства graded Leibniz, nilpotency и globalizability логически независимы попарно. Следовательно, ни одно из них не может использоваться как суррогат двух остальных.

80. Главная условная теорема v0.8

Теорема 10.47. Differential-calculus-safe predictive theorem.[COND] Рассмотрим семейство $(\Omega_t^{\wedge \bullet}, \odot_t, d_t, \delta_{\{E,t\}}, \star_t, \rho_t, D_t)$ на интервале I. Предположим:

- H1. Степени, носители, Dom/Cod и ограничения фиксированы и версионированы.
- H2. $\odot_t$ degree-compatible, а Leibniz defect вычислен.
- H3. d_t^2 , $\delta_{\{E,t\}}^2$ и mixed defect вычислены точной или сертифицированной интервальной арифметикой.
- H4. Локальные операторы совместимы с restrictions и gluing maps.
- H5. Hodge star существует только на заявленном метрическом секторе; его defects вычислены.
- H6. Внешний Π_E используется только при закрытом Cert_E.
- H7. Реперная λ -координата определена вне полюсов и не заменяет differential certificate.
- H8. Finite truncation и rank minors достаточны для заявленного инварианта.
- H9. Globalization, tangent и holonomy certificates v0.5-v0.7 действительны.
- H10. Путь параметров не пересекает $\Delta_{\text{safe}}^{\{++\}}$.

Тогда finite differential signature Σ_{diff} локально постоянна; при $d_t^2=0$ постоянны размеры сертифицированных cohomology groups; переход, требующий изменения этих инвариантов, исключён внутри данной компоненты.

Королларий 10.48. Three-valued verdict.[THM/PROTOCOL] Полный непересекающий горизонт даёт NO-DIFFERENTIAL-TRANSITION-IN-MODEL; проверенное пересечение даёт CANDIDATE-TRANSITION; любой незакрытый blocker даёт ABSTAIN.

Blocker-safe шлюз дифференциального прогноза



Пересечение горизонта является необходимым кандидатом, а не гарантией события.

Рисунок 22. Blocker-safe шлюз дифференциального прогноза. Собственная схема Тома II.

81. Вычислительный сертификат DIFF-NAPG v0.8

ID	Операция	Выход
DIF-01	Проверка степеней, Dom/Cod и partial products	typed manifest
DIF-02	Вычисление Leibniz defect L_d	derivation certificate
DIF-03	Вычисление d^2 по каждой степени	Ω_{int} matrices
DIF-04	Вычисление δ_E^2	Ω_E matrices
DIF-05	Вычисление mixed commutator	M_{mix}
DIF-06	Restriction/locality tests	locality certificate
DIF-07	Gluing defect K_{ij}	descent certificate
DIF-08	Associator differential identity	Ass-d bridge
DIF-09	Hodge star, δ_{Hdg} , Δ_{Hdg}	Hodge package
DIF-10	Hodge/global defects	H_{ij} , A_{Hdg}
DIF-11	Rank minors and Δ_{diff}	transition horizon
DIF-12	Cohomology dimensions only if $d^2=0$	H^p certificate
DIF-13	$\lambda/D/\text{Dom}$ integration	Reper certificate
DIF-14	Final blocker-safe verdict	NO/CANDIDATE/ABSTAIN

81.1. Автоматические тесты

- TEST-TYPE-01: все d^p имеют ожидаемые степени и compatible domains;
- TEST-LEIB-02: L_d вычисляется на базисных парах и символически на generators;
- TEST-SQUARE-03: $d^{p+1}d^p$ сравнивается с нулём exact/interval method;
- TEST-DER2-04: d^2 удовлетворяет even Leibniz identity;
- TEST-ASS-05: формула (10.7) проверяется на basis triples;
- TEST-LOCAL-06: restriction square коммутирует;

- TEST-GLUE-07: $K_{ij}=0$ на всех перекрытиях;
- TEST-TOTAL-08: формула (10.17) совпадает с прямым D_{tot}^2 ;
- TEST-HODGE-09: star degree/sign convention зафиксирована;
- TEST-CODIFF-10: δ_{Hdg}^2 проверяется, а не предполагается;
- TEST-RANK-11: minors Δ_{diff} сертифицированы;
- TEST-COH-12: H^p вычисляется только после $d^2=0$;
- TEST-GATE-13: любой blocker возвращает ABSTAIN;
- TEST-HASH-14: данные, conventions и proof objects хешированы.

81.2. Псевдокод

```
INPUT family F_t=(Omega, product, d_N, delta_E, Hodge, reper, D)
CHECK degrees, domains, restrictions, conventions
COMPUTE L_d, d_N^2, delta_E^2, mixed defect
CHECK local-to-global gluing and Hodge compatibility
IF any required object is undefined: RETURN ABSTAIN
IF d_N^2=0: COMPUTE cohomology certificate
ELSE: STORE precomplex defect; DO NOT create H^p
BUILD Delta_diff from rank minors, domains, poles, bridge conflicts
IF full certificate and path avoids Delta_safe++:
    RETURN NO_DIFFERENTIAL_TRANSITION_IN_MODEL
IF verified horizon crossing:
    RETURN CANDIDATE_TRANSITION
RETURN ABSTAIN
```

82. Доказательные обязательства, источники и контрольная точка v0.8

82.1. Новые доказательные обязательства

PO	Содержание	Статус	Вердикт v0.8
T2-PO-070	Типизированный пучок $\Omega_N^{\bullet}$ и partial product	DEF-A	определено
T2-PO-071	Leibniz defect и graded derivation package	THM	закрыто
T2-PO-072	Замкнутость derivations и d^2 как even derivation	THM	закрыто
T2-PO-073	Associator differential identity	THM	закрыто
T2-PO-074	No-go: Leibniz не влечёт $d^2=0$	THM	закрыто
T2-PO-075	Sheaf-locality и support property	THM	закрыто в sheaf sector
T2-PO-076	Gluing theorem для локальных d_i	THM	закрыто
T2-PO-077	Čech obstruction class из K_{ij}	COND	OPEN coefficient sheaf
T2-PO-078	Mixed internal/E compatibility	OPEN	не закрыто
T2-PO-079	Cert_E и Π_E well-definedness	OPEN	не закрыто
T2-PO-080	Hodge codifferential и sign convention	COND	локально закрыто
T2-PO-081	Hodge decomposition на стратах	OPEN	аналитические blockers
T2-PO-082	Differential Reper certificate	DEF-A/COMP	специфицировано
T2-PO-083	Rank constancy и Δ_{diff}	THM	закрыто finite analytic sector
T2-PO-084	Differential-safe predictive theorem	COND	сформулировано
T2-PO-085	Banach/Hilbert extension	OPEN	не построено

PO	Содержание	Статус	Вердикт v0.8
T2-PO-086	Независимый запуск DIFF-NAPG	OPEN	не исполнен

82.2. Библиографическая синхронизация

[V0.8-1] The Stacks Project. The de Rham complex, Tags 0FKF, 07HX. Определения универсальных дифференциалов и комплекса.

[V0.8-2] Cuntz, J.; Quillen, D. Algebra Extensions and Nonsingularity. Journal of the AMS 8 (1995), 251-289. DOI 10.1090/S0894-0347-1995-1303029-0.

[V0.8-3] Dubois-Violette, M.; Kerner, R.; Madore, J. Non-commutative differential geometry of matrix algebras. Journal of Mathematical Physics 31 (1990), 316-322.

[V0.8-4] Quillen, D. Superconnections and the Chern character. Topology 24 (1985), 89-95. DOI 10.1016/0040-9383(85)90047-3.

[V0.8-5] Dubois-Violette, M. Generalized differential spaces with $d^N=0$ and the q -differential calculus. Czech. Math. J. 46 (1996), 765-787. DOI 10.1007/BF01690337.

[V0.8-6] Nijenhuis, A.; Richardson, R. W. Cohomology and deformations in graded Lie algebras. Bulletin AMS 72 (1966), 1-29.

[V0.8-7] Hodge, W. V. D. The Theory and Applications of Harmonic Integrals. Cambridge University Press.

[V0.8-8] Kurpishev, I. B. Том I v197 RU; Том II T2-RP-v0.1-v0.7; PILOT-01. Канонические внутренние источники проекта.

82.3. Контрольная точка T2-RP-v0.8

ДОКАЗАНО	Типизированы внутренний d_N , внешний δ_E , Hodge-слой, Leibniz defect, differential curvature, gluing defect и mixed defect; доказаны associator identity, d^2 -derivation theorem и no-go для автоматической nilpotency.
УСЛОВНО	Total complex, Π_E , Hodge decomposition и differential-safe predictive theorem действуют только при перечисленных мостовых и аналитических гипотезах.
ОТКРЫТО	Coefficient sheaf для Čech obstruction, канонический внутренне-внешний bridge, Banach/Hilbert completion и независимый доменный запуск.
ГРАНИЦА	H^p не определяется для precomplex без $d^2=0$; $\lambda=-1$ не устраняет differential defects; физический статус ПН.2 и F-1-F-14 не изменён.

```
truth_layer_promotion = 0, checkpoint = T2-RP-v0.8, next = T2-RP-v0.9.
```

Следующая сборка tom2_v0_9 развивает главу 11: внутренний минимальный комплекс $C_{\min}^\bullet$, $\delta_{\min}$, $\Theta_{\min}$, его функториальность, когомологические носители и строгий интерфейс к obstruction theory.

```
checkpoint=T2-RP-v0.8; source=T2-RP-v0.7; truth_layer_promotion=0; next=T2-RP-v0.9.
```

83. Глава 12. Внутренняя конструкция $C_{\min}^\bullet$, $\delta_{\min}$ и $\Theta_{\min}$

Каноническое углубление запрошенного пакета T2-RP-v0.9

ОНТОЛОГИЯ	Минимальный комплекс существует как внутренняя форма различия между формальным выражением и его вычисленным квадратичным результатом. Его объектом является не физическое поле и не внешняя топология, а строго типизированная возможность снять вычисленный дефект разрешённым формальным прообразом.
ГНОСЕОЛОГИЯ	Познание препятствия требует не одного числа и не красивого сходства формул, а факторизации: что уже объясняется образом Ψ^2_N , а что остаётся классом в факторпространстве. Только класс $[q]$, независимый от представителя, допускается как внутренний сертификат препятствия.
ФЕНОМЕНОЛОГИЯ	В вычислении конструкция проявляется как остаток после решения линейной задачи $\Psi f=q$. Ненулевой ортогональный остаток означает отсутствие подъёма в данной модели; нулевой остаток открывает семейство подъёмов, но ещё не создаёт глобальную деформацию или событие.
ГРАНИЦА	$H^3(C_{\min})$ является канонической упаковкой O_B и не отождествляется с $H^3(E)$, de Rham-, Hochschild-, Chevalley-Eilenberg- или физической когомологией. Нулевой внутренний класс закрывает только заявленный квадратичный этап. <code>truth_layer_promotion=0</code> .

83.1. Цель, статус и каноническая нумерация

По обязательному master-skeleton оператор Ходжа образует главу 11, а внутренняя конструкция $C_{\min}^\bullet$ - главу 12. В текущем диалоге выражение «глава 11 углубления» возникло как номер следующего математического пакета после v0.8. В тексте монографии сохраняется каноническая нумерация главы 12, поскольку нумерация 24 глав заморожена регламентом.

Импорт P0	Том I v197 RU, §§52.9-52.18 и статус 26.36: F077-F080, естественность, A11-A14 и таблица DT-01-DT-12.
Новый результат v0.9	Точная последовательность; lift-torsor; universal chain-map property; field base-change; аналитический obstruction section; устойчивый отрицательный прогноз.
Условный слой	Переход к внешнему E-комплексу, высшим препятствиям, глобальной деформации, аналитике и физике.
Открытая граница	Miniversal/derived realization, Banach/Hilbert-завершение, независимый доменный запуск и связь с F-1-F-14.

84. Definition Core: квадратичный кадр и минимальный комплекс

84.1. Квадратичный кадр NAPG_q

Определение 12.1 (квадратичный кадр NAPG). [DEF-A] Объект N состоит из поля K , градуированного носителя $A^\bullet$, допустимой операции $\odot$, структурных данных G , класса реперных генераторов R , формального пространства F^2_N , вычисленного пространства X^2_N и линейной карты вычисления $\Psi^2_N: F^2_N \rightarrow X^2_N$. Все пространства, степени, Dom и Cod включаются в паспорт объекта.

$$N = (K, A^\bullet, \odot, G, R; F^2_N, X^2_N, \Psi^2_N). \quad (12.1)$$

Морфизм $\varphi: N \rightarrow N'$ содержит компоненты $\varphi_F: F^2_N \rightarrow F^2_{N'}$ и $\varphi_X: X^2_N \rightarrow X^2_{N'}$, удовлетворяющие коммутативности квадрата вычисления.

$$\varphi_X \circ \Psi^2_N = \Psi^2_{N'} \circ \varphi_F. \quad (12.2)$$

84.2. Минимальный коцепной комплекс

Определение 12.2 (внутренний минимальный комплекс). [THM/IMPORT] Для каждого $N \in \text{NAPG}_q$ положим

$$C_{\min}^n(N) = F^2_N \text{ npu } n=2; \quad C_{\min}^n(N) = X^2_N \text{ npu } n=3; \quad C_{\min}^n(N) = 0 \text{ npu } n \neq 2, 3. \quad (12.3)$$

$$\delta_{\min}^2(N) = \Psi^2_N; \quad \delta_{\min}^n(N) = 0 \text{ npu } n \neq 2. \quad (12.4)$$

Лемма 12.1 (нильпотентность). [THM] Семейство $(C_{\min}^\bullet(N), \delta_{\min}(N))$ является коцепным комплексом. Доказательство. Единственная потенциальная композиция после Ψ^2_N попадает в $C_{\min}^4 = 0$, поэтому $\delta_{\min}^3 \delta_{\min}^2 = 0$. Все прочие последовательные композиции содержат нулевую стрелку. $\square$

84.3. Две разные карты: $\Theta_{\min}$ и obstruction class

Определение 12.3 (каноническая карта в третью степень). [THM/IMPORT]

$$\Theta_{\min, N}: X^2_N \rightarrow C_{\min}^3(N), \quad \Theta_{\min, N} = \text{id}_{\{X^2_N\}}. \quad (12.5)$$

Определение 12.4 (класс препятствия). [DEF-A] Пусть $\pi_N: X^2_N \rightarrow X^2_N / \text{Im } \Psi^2_N$ - фактор-проекция. Для $q \in X^2_N$ внутренний класс препятствия определяется как

$$o_{\min, N}(q) = \pi_N(\Theta_{\min, N}(q)) = [q] \in H^3(C_{\min}^\bullet(N)). \quad (12.6)$$

Это различие принципиально: $\Theta_{\min}$ является тождественной картой в коцепную группу, тогда как $o_{\min}$ является фактор-классом. Называть сам q «когомологическим классом» до применения π_N нельзя.

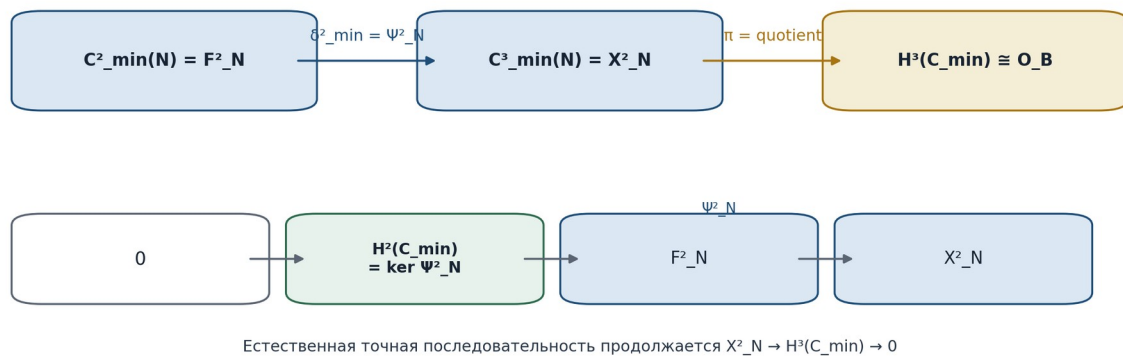


Рисунок 23. Минимальный комплекс и естественная точная последовательность. Собственная схема Тома II.

85. Когомологии, точная последовательность и эйлеров инвариант

Теорема 12.2 (внутренние H^2 и H^3). [ТНМ] Для каждого квадратичного кадра N

$$H^2(C_{\min}(N)) = \text{Ker } \Psi^2_N, \quad H^3(C_{\min}(N)) = \text{Coker } \Psi^2_N = O_B(N). \quad (12.7)$$

Доказательство. В степени 2 входящая граница равна нулю, поэтому $H^2 = \text{Ker } \delta^2_{\min} / \text{Im } \delta^1_{\min} = \text{Ker } \Psi^2_N$. В степени 3 $\delta^3_{\min} = 0$, поэтому $H^3 = X^2_N / \text{Im } \Psi^2_N$. Последнее факторпространство по определению равно $O_B(N)$.

□

Теорема 12.3 (естественная точная последовательность). [ТНМ] Имеется естественная точная последовательность

$$0 \rightarrow H^2(C_{\min}) \rightarrow F^2_N \xrightarrow{\Psi^2_N} X^2_N \xrightarrow{\pi_N} H^3(C_{\min}) \rightarrow 0. \quad (12.8)$$

Точность в F^2_N означает $\text{Ker } \Psi^2_N = H^2$; точность в X^2_N означает $\text{Ker } \pi_N = \text{Im } \Psi^2_N$; сюръективность π_N следует из определения факторпространства. Естественность вытекает из (12.2).

Следствие 12.3.1 (конечномерный ранг). [ТНМ] Если $\dim F^2_N = f$, $\dim X^2_N = x$ и $\text{rank } \Psi^2_N = r$, то

$$\dim H^2 = f - r, \quad \dim H^3 = x - r, \quad \dim H^2 - \dim H^3 = f - x. \quad (12.9)$$

Последнее равенство является эйлеровым инвариантом двухчленного комплекса. Оно не зависит от ранга и полезно как автоматический контроль вычислительного сертификата.

86. Фунториальность и естественная каноничность

Теорема 12.4 (функтор минимального комплекса). [ТНМ] Назначение $N \mapsto C_{\min}^{\bullet}(N)$, $\varphi \mapsto (\varphi_F, \varphi_X)$ задаёт функтор

$$C_{\min}^{\bullet}: NAPG_q \rightarrow CoCh_K. \quad (12.10)$$

Доказательство. Условие (12.2) является ровно условием коцепного отображения в единственной нетривиальной степени. Тожества и композиции наследуются от линейных отображений. $\square$

Теорема 12.5 (естественный изоморфизм). [ТНМ] Функтор $O_B = \text{Coker } \Psi^2$ естественно изоморфен функтору $H^3 \circ C_{\min}$. Компонента изоморфизма

$$\kappa_N: O_B(N) \rightarrow H^3(C_{\min}(N)), \quad \kappa_N([x]) = [x], \quad (12.11)$$

корректна, биективна и независима от представителя. Для морфизма φ коммутирует квадрат $\kappa_{N'} \circ O_B(\varphi) = H^3(C_{\min}(\varphi)) \circ \kappa_N$.

Следствие 12.5.1. [ТНМ] Нулевость внутреннего класса препятствия сохраняется всеми изоморфизмами $NAPG_q$. Численная норма выбранного представителя не обязана сохраняться, если морфизм не изометричен.

87. Критерий подъёма и H^2 -торсор решений

Определение 12.5 (подъём). [DEF-A] Для $q \in X^2_N$ подъёмом называется $f \in F^2_N$, удовлетворяющий $\Psi^2_N(f)=q$. Множество всех подъёмов обозначается $Lift_N(q)$.

Теорема 12.6 (полный внутренний критерий подъёма). [THM] Для $q \in X^2_N$ эквивалентны:

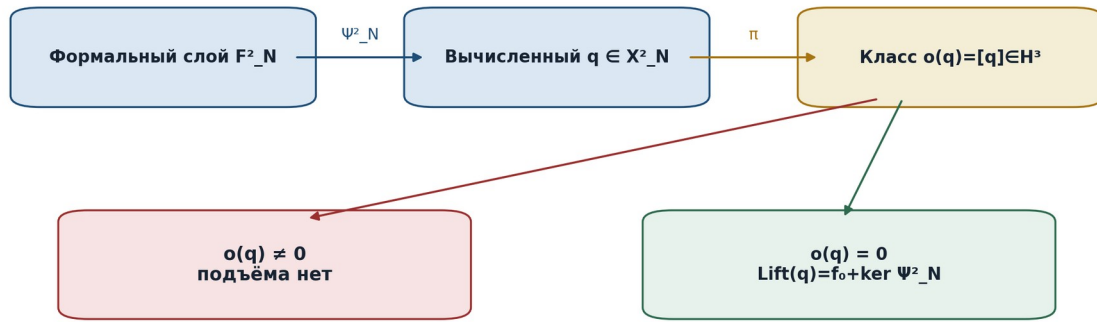
6. $o_{min,N}(q)=0$ в $H^3(C_{min}(N))$;
7. $q \in \text{Im } \Psi^2_N$;
8. существует $f \in F^2_N$ с $\Psi^2_N(f)=q$;
9. $Lift_N(q)$ непусто.

Доказательство. Равенство $[q]=0$ в факторпространстве эквивалентно принадлежности q образу Ψ^2_N , а это по определению эквивалентно существованию прообраза. $\square$

Теорема 12.7 (торсор подъёмов). [THM] Если $Lift_N(q)$ непусто и f_0 - один подъём, то

$$Lift_N(q) = f_0 + Ker \Psi^2_N = f_0 + H^2(C_{min}(N)). \quad (12.12)$$

Следовательно, H^2 измеряет не препятствие, а неоднозначность разрешения уже снятого препятствия. Нулевой H^3 отвечает существованию подъёма для всякого q ; нулевой H^2 отвечает его единственности.



Нулевой класс не выбирает единственный подъём: множество подъёмов является H^2 -торсором.

Рисунок 24. Критерий подъёма и H^2 -торсор решений. Собственная схема Тома II.

88. Универсальное свойство двухчленного ядра

Теорема 12.8 (универсальное продолжение в заданный комплекс). [ТНМ] Пусть $E^\bullet$ - коцепной комплекс, а заданы линейные карты $J^2: F^2_N \rightarrow E^2$ и $J^3: X^2_N \rightarrow E^3$, удовлетворяющие

$$\delta_{E^2} \circ J^2 = J^3 \circ \Psi^2_N. \quad (12.13)$$

Тогда существует единственное коцепное отображение $J: C_{\min}^\bullet(N) \rightarrow E^\bullet$, компоненты которого в степенях 2 и 3 равны J^2 и J^3 , а в остальных степенях нулевые.

Доказательство. Компоненты комплекса $C_{\min}$ вне степеней 2 и 3 нулевые, поэтому единственная проверка цепности совпадает с (12.13). Единственность следует из заранее заданных компонент. $\square$

Ограничение. Теорема не утверждает существование J^2, J^3 и не делает внешний комплекс каноническим. Именно существование, естественность и детектирующая полнота такого J образуют обязательства главы 13.

89. Base-change, прямые суммы и предел каноничности

Теорема 12.9 (расширение поля). [THM] Пусть L/K - расширение полей. Тогда

$$H^i(C_{\min}(N) \otimes_K L) \cong H^i(C_{\min}(N)) \otimes_K L, \quad i=2,3. \quad (12.14)$$

Доказательство. Тензорное умножение на поле L является точным, поэтому сохраняет ядра и факторпространства конечной длины. Так как L/K faithfully flat, $[q] \otimes 1 = 0$ тогда и только тогда, когда $[q] = 0$. $\square$

Теорема 12.10 (блочная-диагональная аддитивность). [THM] Для прямой суммы кадров с $\Psi^2_{N \oplus M} = \Psi^2_N \oplus \Psi^2_M$

$$H^i(C_{\min}(N \oplus M)) \cong H^i(C_{\min}(N)) \oplus H^i(C_{\min}(M)), \quad i=2,3. \quad (12.15)$$

Контрграница. Для склеек с перекрёстными членами $\Psi_{\{NM\}}$ блочная формула неверна: новые связи могут как уничтожать старые классы, так и создавать смешанные препятствия.

90. Канонический класс и неканонический численный остаток

Смысл трудного перехода. Фактор-класс $[q]$ не требует метрики и является каноническим. Однако компьютеру нужен измеримый остаток. Для этого выбираются скалярные произведения на F^2_N и X^2_N . Выбор создаёт ортогональную проекцию, псевдообратную матрицу и численную норму, но не меняет нулевость класса. Поэтому сертификат обязан хранить как канонический verdict, так и неканонические convention-поля.

Определение 12.6 (ортогональный obstruction residual). [DEF-A/COMP] В конечномерном вещественном или комплексном секторе пусть $\Psi^\dagger$ - псевдообратная Мура-Пенроуза. Положим

$$r_min(q) = (I - \Psi^2_N(\Psi^\dagger_N)^2)q. \quad (12.16)$$

Теорема 12.11 (остаточный критерий). [THM] $r_min(q) = 0$ тогда и только тогда, когда $[q] = 0$ в $H^3(C_min)$. Если класс нулевой, $f^* = \Psi^\dagger q$ является подъёмом минимальной нормы.

$$\|f^*\| \leq \|q\| / \sigma^+(\Psi^2_N), \quad (12.17)$$

где σ^+ - наименьшее положительное сингулярное значение. При $\sigma^+ \rightarrow 0$ подъём может становиться неустойчивым, хотя obstruction class остаётся нулевым.

Определение 12.7 (нормированный индекс внутренней обструкции). [DEF-A/DIAGNOSTIC]

$$OCI_min(q) = \|r_min(q)\| / (\|q\| + \varepsilon), \quad \varepsilon > 0. \quad (12.18)$$

OCI_min зависит от выбранных норм и не является заменой класса $[q]$. Его назначение - ранжировать численно сертифицированные кандидаты внутри одной convention.

91. Аналитические семейства и obstruction section

Пусть $t \in I$, а F_t, X_t образуют конечномерные аналитические векторные расслоения над интервалом I . Пусть $\Psi_t: F_t \rightarrow X_t$ и $q_t \in X_t$ аналитичны. После локальной тривиализации это аналитические матрицы и вектор-функции.

Теорема 12.12 (когомологические расслоения постоянного ранга). [ТНМ] Если $\text{rank } \Psi_t$ постоянен на связном открытом $J \subset I$, то $\text{Ker } \Psi_t$ и $\text{Im } \Psi_t$ являются аналитическими подрасслоениями, а

$$H^2_t = \text{Ker } \Psi_t, \quad H^3_t = X_t / \text{Im } \Psi_t \quad (12.19)$$

образуют аналитические векторные расслоения постоянных рангов. Классы $o_t = [q_t]$ задают аналитическое сечение obstruction bundle $H^3 \rightarrow J$.

Следствие 12.12.1. [ТНМ] Для одномерного параметра, если obstruction section не тождественно нулево, его нулевые точки не имеют внутренней точки накопления. Накопление нулей внутри J означает тождественное исчезновение section на связной компоненте.

Определение 12.8 (внутренний переходный горизонт). [DEF-A]

$$\Delta_{\min} = \Delta_{\text{rank}} \cup \Delta_{\text{cond}} \cup \Delta_{\text{Dom}} \cup \Delta_D \cup \text{Pole}(\lambda), \quad (12.20)$$

где Δ_{rank} - точки изменения $\text{rank } \Psi_t$, а Δ_{cond} - точки, где $\sigma^+(\Psi_t)$ падает ниже заранее зарегистрированного порога устойчивости. Нулевой locus $Z_{\min} = \{t: o_t = 0\}$ хранится отдельно: это множество кандидатов подъёма, а не автоматически «горизонт события».

92. Устойчивый отрицательный прогноз

Лемма 12.13 (оценка движения остатка). [ТНМ] Пусть $P_t = \Psi_t \Psi_t^\dagger$ - ортогональная проекция на $\text{Im } \Psi_t$ в секторе постоянного ранга. Тогда для $r_t = (I - P_t)q_t$

$$\|r_t - r_s\| \leq \|q_t - q_s\| + \|P_t - P_s\| \cdot \|q_s\|. \quad (12.21)$$

Доказательство. $r_t - r_s = (I - P_t)(q_t - q_s) + (P_s - P_t)q_s$. Норма ортогональной проекции не превосходит 1. $\square$

Теорема 12.14 (сертифицированная зона отсутствия подъёма). [ТНМ/COMP] Если в точке t_0 известно $\|r_{t_0}\| = \rho > 0$ и на окрестности U выполнено

$$\|q_t - q_{t_0}\| + \|P_t - P_{t_0}\| \cdot \|q_{t_0}\| < \rho, \quad (12.22)$$

то $r_t \neq 0$ для всех $t \in U$, а значит, подъём $\Psi_t f = q_t$ внутри модели невозможен.

Это первый строгий локальный отрицательный прогноз внутреннего obstruction-слоя: он исключает не событие вообще, а конкретный класс структурного перехода, который требует существования данного подъёма.

93. Главная условная теорема предсказательного метода v0.9

Теорема 12.15 (minimal-obstruction-safe predictive theorem). [COND] Рассмотрим семейство

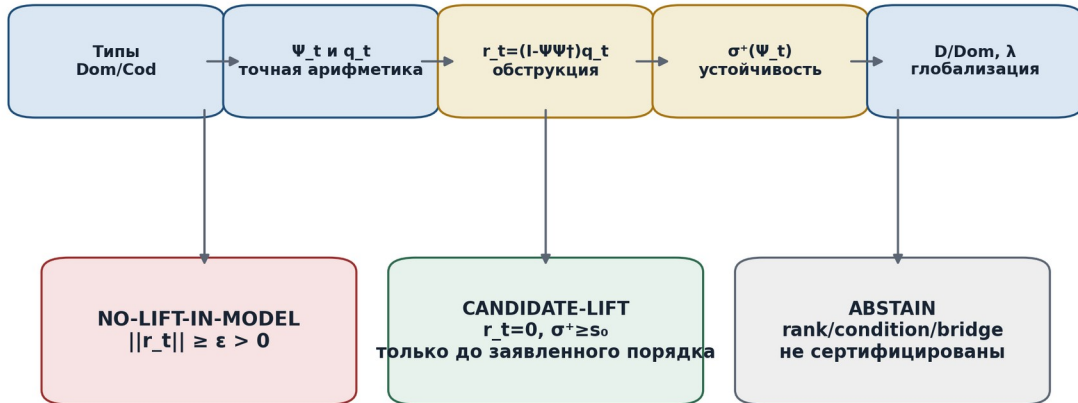
$$F_t=(N_t,\Psi_t,q_t,\rho_t,D_t,Dom_t), \quad t \in I, \quad (12.23)$$

и предположим:

- Н1. Размерности F^2_t и X^2_t фиксированы на анализируемом секторе, а все тривиализации и базисы версионированы.
- Н2. Ψ_t и q_t аналитичны либо заданы сертифицированной интервальной арифметикой.
- Н3. Rank Ψ_t постоянен вне зарегистрированного Δ_{rank} ; $\sigma^+(\Psi_t)$ отделено от нуля вне Δ_{cond} .
- Н4. Квадратичный класс q_t действительно относится к X^2_t и не подменяет трёхлинейный ассоциатор без отдельной карты β_{Ass} .
- Н5. D_t валиден, Dom_t непуст и сохраняется на всём заявленном интервале.
- Н6. Реперная координата $\rho_t=(R_t,I_t,U_t;D_t)$ определена вне полюсов; λ используется только как независимый диагностический слой.
- Н7. Атласный, tangent-, globalization-, holonomy- и differential-certificate предыдущих выпусков не содержат блокеров, необходимых для заявленного вывода.
- Н8. Вывод ограничен внутренним квадратичным подъёмом; внешний Π_E , высшие препятствия и физическая интерпретация не используются без своих сертификатов.

Тогда на каждой связной компоненте $\Gamma\Delta_{\text{min}}$: (i) H^2_t и H^3_t образуют расслоения постоянных рангов; (ii) $o_t=[q_t]$ является корректным аналитическим сечением; (iii) $o_t=0$ эквивалентно существованию внутреннего подъёма; (iv) множество подъёмов является H^2_t -торсором; (v) на каждом сертифицированном компакте, где $\|r_t\| \geq \varepsilon_{\text{ob}} > 0$, переход, требующий такого подъёма, невозможен внутри модели; (vi) точки $o_t=0$ создают только CANDIDATE-LIFT-TO-ORDER-2.

Доказательство. Пункты (i)-(iv) следуют из теорем 12.6-12.12. Пункт (v) следует из непрерывности остатка и нижней границы либо непосредственно из теоремы 12.14. Пункт (vi) следует из того, что C_{min} контролирует только внутренний квадратичный фактор и не содержит данных о высших, глобальных или внешних препятствиях. $\square$



Нулевая внутренняя обструкция создаёт кандидата подъёма, но не событие, не физический факт и не полный формальный объект.

Рисунок 25. Blocker-safe шлюз внутреннего obstruction-прогноза. Собственная схема Тома II.

94. Проективно-гармонический Репер-шлюз

Определение 12.9 (совместный сертификат). [DEF-A] Для структурного кандидата x_t задаётся

$$Cert_min(t) = (type_ok, [q_t], ||r_t||, \sigma^+_t, Valid(D_t), Dom_t, \delta_truth(t), Block_t). \quad (12.24)$$

Строгий селектор допускает кандидат внутреннего подъёма только при одновременном выполнении

$$[q_t]=0, ||r_t|| \leq \varepsilon_num, \sigma^+_t \geq s_0, Valid(D_t)=1, Dom_t=1, Block_t=\emptyset. \quad (12.25)$$

Условие $\lambda=-1$ или $\delta_truth \leq \tau$ может добавляться как проективно-гармонический фильтр, но не заменяет ни одного условия (12.25). Поэтому

$$\lambda=-1 \not\Rightarrow [q]=0, \quad [q]=0 \not\Rightarrow \lambda=-1. \quad (12.26)$$

Две координаты логически независимы: λ описывает конфигурационную гармонию репера, а $[q]$ - разрешимость внутренней линейной задачи вычисления.

95. Контрпримеры и граничные случаи

ID	Модель	Когомология	Вывод
M1	$\Psi=\text{diag}(1,0): K^2 \rightarrow K^2$	$H^2 \cong K, H^3 \cong K$	$q=(a,b)$ поднимается $\Leftrightarrow b=0$; $\text{Lift}(q)=\{(a,s)\}$.
M2	$\Psi:[u,v] \mapsto u+v$	$H^2 \cong K, H^3=0$	Все q поднимаются, но подъём неединственен.
M3	$\Psi=0: K \rightarrow K$	$H^2 \cong K, H^3 \cong K$	$q=1$ не поднимается; $q=0$ имеет все f как подъёмы.
M4	$\Psi_t=[t], q_t=1$	$t \neq 0: H^3=0; t=0: H^3 \cong K$	Подъём $f=1/t$ взрывается при $t \rightarrow 0$; rank/condition horizon обязателен.
M5	$H^3 \neq 0, q \in \text{Im } \Psi$	Конкретный $[q]=0$	Ненулевое пространство препятствий не означает, что каждый кандидат препятствован.
M6	Первичный $q_2=0$, следующий $q_3 \neq 0$	$C_{\min}$ не видит q_3	Нулевой внутренний класс не гарантирует полный формальный lift.

Контртеорема 12.16 (четыре запрета). [ТНМ] В общем случае неверны импликации:

- $H^3(C_{\min}) \neq 0 \Rightarrow$ конкретный q препятствован;
- $[q]=0 \Rightarrow$ существует единственная деформация;
- $[q]=0 \Rightarrow$ исчезают высшие или глобальные препятствия;
- $H^3(C_{\min}) \neq 0 \Rightarrow$ существует физическая кривизна, голономия или наблюдаемый эффект.

Доказательство дают модели M2, M5, M6 и чисто формальная модель M3 без геометрической или физической структуры. $\square$

96. Вычислительный сертификат MIN-OB v0.9

96.1. Обязательные стадии

Шаг	Проверка
MIN-01	Проверить типы, степени, Dom/Cod F^2_N , X^2_N и Ψ^2_N .
MIN-02	Построить точную матрицу Ψ в зарегистрированном базисе.
MIN-03	Вычислить rank, ker, image и coker exact/rational arithmetic.
MIN-04	Проверить $\delta_{\min}^2 = \Psi$ и $\delta_{\min}^3 \delta_{\min}^2 = 0$.
MIN-05	Построить q и класс $[q]$; не смешивать representative и quotient class.
MIN-06	Решить $\Psi f = q$ и вернуть lift torsor $f_0 + \ker \Psi$ либо NO-LIFT.
MIN-07	В численном секторе вычислить $\Psi^\dagger$, residual r и σ^+ .
MIN-08	Сертифицировать rank/condition horizon интервальными minors или SVD-bound.
MIN-09	Проверить naturality на морфизмах и сменах базиса.
MIN-10	Проверить field base-change на тестовом расширении.
MIN-11	Сопоставить $[q]$ с λ , D/Dom без логической подмены.
MIN-12	Проверить предыдущие globalization/tangent/holonomy/differential blockers.
MIN-13	Сформировать verdict NO-LIFT / CANDIDATE-LIFT / ABSTAIN.
MIN-14	Сохранить basis ledger, conventions, proof objects и SHA-256.

96.2. Псевдокод

INPUT frame $N=(F^2, X^2, \Psi)$, candidate q , reper ρ , evidence D
CHECK types, domains, basis ledger
COMPUTE exact rank, kernel, image, coker
COMPUTE obstruction class $[q]$
IF q not in image(Ψ): RETURN NO-LIFT-IN-MODEL
COMPUTE lift torsor $f_0 + \ker(\Psi)$
COMPUTE pseudoinverse residual and σ_{plus} when numeric
IF rank/condition/ $D/\text{Dom}/\text{bridge}$ uncertified: RETURN ABSTAIN
CHECK λ only as independent reper filter
RETURN CANDIDATE-LIFT-TO-ORDER-2

97. Доказательные обязательства T2-RP-v0.9

ID	Обязательство	Статус	Proof-object	Blocker/граница
T2-PO-087	Типизированный $C_{\min}$ и nilpotency	THM	§84; F077-F078	-
T2-PO-088	$H^2=\ker \Psi$ и $H^3=\operatorname{coker} \Psi$	THM	Теорема 12.2	-
T2-PO-089	Естественная точная последовательность	THM	Теорема 12.3	-
T2-PO-090	Функториальность $C_{\min}$	THM	Теорема 12.4	-
T2-PO-091	Естественность $\kappa:O_B \cong H^3$	THM	Теорема 12.5	-
T2-PO-092	Критерий подъёма	THM	Теорема 12.6	-
T2-PO-093	H^2 -торсор подъёмов	THM	Теорема 12.7	-
T2-PO-094	Универсальное chain-map property	THM	Теорема 12.8	существование внешних J^2, J^3 отдельно
T2-PO-095	Field base-change	THM	Теорема 12.9	кольцевой non-flat base-change не охвачен
T2-PO-096	Block-sum additivity	THM	Теорема 12.10	смешанные блоки открыты
T2-PO-097	Residual и minimal-norm lift	THM/COMP	Теорема 12.11	нужны нормы/convention
T2-PO-098	Obstruction bundle постоянного ранга	THM	Теорема 12.12	бесконечномерный случай открыт
T2-PO-099	Устойчивая зона NO-LIFT	THM/COMP	Теорема 12.14	требуется сертифицированных bounds
T2-PO-100	Главная predictive theorem v0.9	COND	Теорема 12.15	H1-H8
T2-PO-101	Высшие препятствия после $C_{\min}$	OPEN	Глава 16	нужна obstruction tower / MC-package
T2-PO-102	Внешний E-мост Π_E	OPEN	Следующая сборка	B1-B8
T2-PO-103	Banach/Hilbert Fredholm-версия	OPEN	-	замкнутый образ, complemented kernels
T2-PO-104	Независимый доменный запуск	OPEN	-	данные и preregistration
T2-PO-105	Физическая интерпретация	PHY-HYP/OPEN	Том III	независимая проверка

98. Prior art и граница авторской новизны

Классический prior art включает коцепные комплексы, ядра и коядра, deformation-obstruction теорию, tangent functors и условия представимости. Авторская линия Тома II состоит не в заявлении новизны этих общих объектов, а в их типизированной сборке вокруг квадратичного кадра NAPG_q , $\text{Reper}(R, I, U; D)$, λ -диагностики, blocker-safe verdict и вычислительного KLT-RBD-контура.

[V0.9-1] Gerstenhaber, M. On the Deformation of Rings and Algebras. Annals of Mathematics 79 (1964), 59-103. JSTOR 1970484.

[V0.9-2] Nijenhuis, A.; Richardson, R. W. Deformations of Lie Algebra Structures. Journal of Mathematics and Mechanics 17 (1968), 89-105.

[V0.9-3] Schlessinger, M. Functors of Artin Rings. Transactions of the AMS 130 (1968), 208-222. DOI 10.1090/S0002-9947-1968-0217093-3.

[V0.9-4] The Stacks Project. Part 6: Deformation Theory; Chapters 90-93, including Schlessinger conditions, lifts and cotangent complexes. Tag 0ELW.

[V0.9-5] Kurpishev, I. B. Том I v197 RU, §§52.9-52.18 и статус 26.36; Том II T2-RP-v0.1-v0.8; PILOT-01.

Граница новизны. Формулы $H^2 = \ker \Psi$ и $H^3 = \text{coker } \Psi$ являются классической линейной алгеброй. Авторским результатом проекта является выбор конкретного квадратичного кадра NAPG_q , его функториальная связь с O_B , включение в предсказательный Reper-шлюз и доказательная дисциплина, запрещающая перенос внутреннего класса во внешний или физический слой без моста.

99. Итог главы и контрольная точка T2-RP-v0.9

Доказано	$C_{\min}$ является функториальным двухчленным комплексом; $H^2=\ker \Psi$; $H^3=\operatorname{coker} \Psi=O_B$; точная последовательность; критерий и торсор подъёмов; base-change над полями; аналитический obstruction bundle постоянного ранга.
Условно	Предсказательный вывод действует только при H1-H8, сертифицированной устойчивости, D/Dom и отсутствии предыдущих блокеров.
Опровергнуто	Автоматические импликации $H^3\neq 0\Rightarrow$ каждый q препятствован; $[q]=0\Rightarrow$ единственная/полная деформация; внутреннее $H^3\Rightarrow$ физический эффект.
Открыто	Внешний Π_E , higher obstruction tower, miniversal/derived model, Banach/Hilbert-слой, независимый доменный тест.
Следующая точка	T2-RP-v0.10: глава 13 - внешний E-слой, цепной мост J, well-definedness Π_E , односторонняя детекция и контрпримеры к обратному выводу.

$$truth_layer_promotion=0; \quad checkpoint=T2-RP-v0.9; \quad next=T2-RP-v0.10. \quad (12.27)$$

Следующая сборка tom2_v0_10 развивает внешний E-слой и условный мост Π_E без отождествления внутреннего $H^3(C_{\min})$ с внешней когомологией.

checkpoint=T2-RP-v0.9; source=T2-RP-v0.8; truth_layer_promotion=0; next=T2-RP-v0.10.

100. Глава 13. Внешний E-комплекс и условный мост П_Е

Контрольная точка T2-RP-v0.10: внешняя детекция без отождествления когомологий

ОНТОЛОГИЯ	Внутреннее препятствие получает внешний смысл не потому, что обе конструкции используют символ H^3 , а потому, что между ними построено отображение комплексов. Внешняя онтология начинается с моста J и исчезает вместе с ним.
ГНОСЕОЛОГИЯ	Условия B1-B8 образуют эпистемический контракт. Они различают существование комплекса, корректность цепной карты, естественность, полноту детекции, отдельный ассоциаторный канал и право на прикладную интерпретацию.
ФЕНОМЕНОЛОГИЯ	Феноменологически внешний комплекс расширяет поле наблюдения: один и тот же внутренний остаток может быть видим, потерян или дополнен внешними классами. Mapping cone делает эту потерю измеримой.
ГРАНИЦА	Ненулевой внешний класс доказывает ненулевой внутренний класс только для элементов образа П_Е. Нулевой внешний класс ничего не говорит обратно без инъективности. Ни один из этих выводов сам по себе не является физическим событием. $truth_layer_promotion=0$.

100.1. Входы, цель и граница

Канонический вход	$C_{\min}^{\wedge}(N): F^2_N \rightarrow X^2_N, H^2=\ker \Psi^2_N, H^3=\operatorname{coker} \Psi^2_N=O_B(N)$, естественный κ_N .
Цель v0.10	Построить внешний комплекс $E^{\wedge}(N)$, цепной мост J_N и корректное $\Pi_{E,N}: O_B(N) \rightarrow H^3(E^{\wedge}(N))$.
Новый строгий слой	Well-definedness, naturality, mapping cone, blind/excess defects, stable injective detection и параметрический горизонт.
Запрет	Не отождествлять O_B с $H^3(E)$, не выводить ассоциатор, голономию или физическое наблюдаемое без отдельных карт.
Следующий потребитель	Глава 14: пространства препятствий, проектирование и projectivized obstruction carriers.

101. Definition Core внешней реализации

101.1. Внешний комплекс

Определение 13.1 (внешняя реализация). [DEF-A] Для объекта $N \in \text{NAPG}_q$ внешней реализацией называется набор

$$E(N) = (E^\bullet(N), d_E, \text{Dom}_E, G_E), \quad (13.1)$$

где $E^n(N)$ являются K -модулями или векторными пространствами, $d_E: E^n \rightarrow E^{n+1}$, а Dom_E и G_E фиксируют допустимость, регулярность, градуировку, нормы и дополнительные структуры.

$$d_E \circ d_E = 0 \text{ для всех } n. \quad (13.2)$$

Без (13.2) внешний объект является precomplex и $H^3(E^\bullet)$ не определяется. Само наличие трёх последовательных стрелок, вопреки человеческой традиции, не создаёт когомологию.

101.2. Цепной мост

Определение 13.2 (chain bridge J). [DEF-A] Цепным мостом от $C_{\min}^\bullet(N)$ к $E^\bullet(N)$ называется морфизм коцепных комплексов J_N , чьи единственные существенные компоненты имеют типы

$$J_N^2: F^2_N \rightarrow E^2(N), \quad J_N^3: X^2_N \rightarrow E^3(N), \quad (13.3)$$

$$d_E J_N^2 = J_N^3 \Psi_N^2, \quad d_E J_N^3 = 0. \quad (13.4)$$

Первое равенство означает перенос внутренних границ во внешние границы. Второе означает, что каждый внешний образ вычисленного квадратичного объекта является 3-коциклом.

101.3. Полный контракт B1-B8

Условие	Содержание	Статус
B1	$E^\bullet(N)$ является коцепным комплексом: $d_E^2=0$ во всех степенях.	THM/INPUT
B2	J_N является цепной картой и имеет явно заданные Dom/Cod .	THM/INPUT
B3	Назначение $N \mapsto E^\bullet(N)$ функториально относительно выбранного класса морфизмов NAPG .	COND
B4	J является естественным преобразованием $C_{\min}^\bullet \Rightarrow E^\bullet$.	COND
B5	Факторизация через κ_N и $H^3(J_N)$ согласована с морфизмами и сменой допустимых представлений.	THM при B1-B4
B6	Для обратной детекции требуется инъективность Π_E либо сертифицированный левый обратный оператор.	EXTRA
B7	Ассоциаторный канал β_{Ass} задаётся отдельно; Π_E не объявляется ассоциатором.	OPEN/SEPARATE
B8	Физическая, аналитическая или предметная интерпретация требует редукции, наблюдаемой, данных и независимой проверки.	PHY-HYP/OPEN

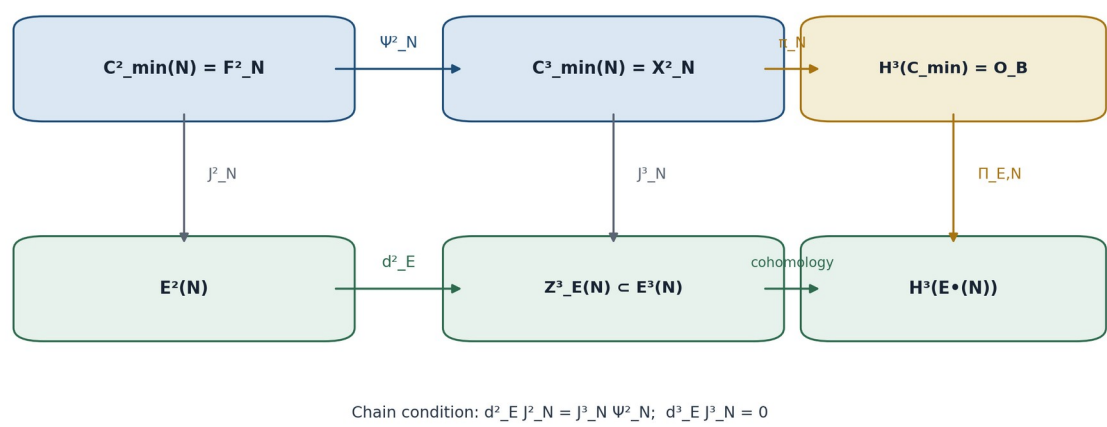


Рисунок 26. Цепной мост J и индуцированное отображение Π_E . Собственная схема Тома II.

102. Существование и корректность индуцированной карты

102.1. Критерий спуска на фактор

Теорема 13.1 (well-definedness criterion). [THM] Пусть $d_E J^3 = 0$. Формула

$$[x] \mapsto [J^3_N x] \quad (13.5)$$

задаёт линейное отображение $\text{coker } \Psi^2_N \rightarrow H^3(E^\bullet(N))$ тогда и только тогда, когда

$$J^3_N(\text{Im } \Psi^2_N) \subseteq \text{Im } d_E. \quad (13.6)$$

Доказательство. Два представителя x и $x + \Psi^2 f$ задают один внутренний класс. Их внешние классы совпадают тогда и только тогда, когда $J^3 \Psi^2 f$ является внешней границей для всякого f . Это и есть (13.6). Условие $d_E J^3 = 0$ обеспечивает замкнутость образов. $\square$

Следствие 13.1.1. [THM] Цепное равенство $d_E J^2 = J^3 \Psi^2$ автоматически влечёт (13.6).

Обратное построение J^2 из (13.6) возможно над векторными пространствами после выбора линейного сечения d_E на его образе. Над произвольными модулями требуется проектность или расщепление; без него существование J^2 остаётся отдельным обязательством.

102.2. Определение Π_E

Определение 13.3 (внешняя карта препятствий). [COND/THM при B1-B5]

$$\Pi_{E,N} := H^3(J_N) \circ \kappa_N : O_B(N) \rightarrow H^3(E^\bullet(N)), \quad (13.7)$$

$$\Pi_{E,N}([x]) = [J^3_N x]. \quad (13.8)$$

Теорема 13.2 (естественность Π_E). [THM при B3-B5] Для морфизма $f: N \rightarrow N'$ коммутирует квадрат

$$H^3(E(f)) \Pi_{E,N} = \Pi_{E,N'} O_B(f). \quad (13.9)$$

Это равенство является точным критерием независимости внешней детекции от допустимого изоморфного представления.

103. Односторонняя, обратная и полная детекция

Теорема 13.3 (односторонняя детекция). [THM] Для любого корректного Π_E

$$\Pi_E(o) \neq 0 \Rightarrow o \neq 0. \quad (13.10)$$

Доказательство. Линейное отображение переводит нулевой класс в нулевой. Поэтому ненулевой образ не может происходить от нулевого класса. $\square$

Следствие. Ненулевой внешний класс свидетельствует о ненулевом внутреннем препятствии только тогда, когда установлено, что рассматриваемый внешний класс действительно равен $\Pi_E(o)$, а не является произвольным элементом $H^3(E)$.

Теорема 13.4 (критерий обратной детекции). [THM] Следующие условия эквивалентны:

- Π_E инъективно;
- $\Pi_E(o)=0$ влечёт $o=0$;
- $o \neq 0$ влечёт $\Pi_E(o) \neq 0$;
- если $J^3x \in \mathfrak{m} \mathfrak{d}_E^2$, то $x \in \mathfrak{m} \Psi^2$.

В конечномерных векторных пространствах они также эквивалентны существованию линейного левого обратного $S: H^3(E) \rightarrow O_B$ с $S\Pi_E = \text{id}$, однако такой S обычно неканоничен.

Определение 13.4 (качество моста). [DEF-A] Мост называется:

Тип	Условие	Смысл
faithful	Π_E инъективно	внешний ноль допускает обратный вывод
complete	Π_E сюръективно	каждый внешний H^3 -класс объясняется внутренним
exact	Π_E изоморфно	в степени 3 информация совпадает
degree-3 quasi-isomorphism	$H^3(J)$ изоморфно	не утверждает изоморфизм других степеней
quasi-isomorphism	$H^n(J)$ изоморфно для всех n	полный гомологический эквивалент

104. Mapping cone и измерение потери информации

104.1. Конус цепного моста

Определение 13.5 (mapping cone). [CL] Для цепной карты $J: C_{\min} \rightarrow E$ положим

$$Cone(J)^n = E^n \oplus C_{\min}^{n+1}, \quad (13.11)$$

$$D_J(e, c) = (d_E e + Jc, -\delta_{\min} c). \quad (13.12)$$

Стандартное вычисление даёт $D_J^2 = 0$ именно благодаря тому, что J является цепной картой.

Теорема 13.5 (точная последовательность детекции). [THM] Конус порождает длинную точную последовательность, фрагмент которой имеет вид

$$H^2(C_{\min}) \rightarrow H^2(E) \rightarrow H^2(Cone J) \rightarrow O_B \xrightarrow{\Pi_E} H^3(E) \rightarrow H^3(Cone J) \rightarrow 0. \quad (13.13)$$

Последний ноль возникает из $H^4(C_{\min}) = 0$.

104.2. Blind и Excess defects

$$Blind_E(N) := Ker \Pi_{E,N}, \quad (13.14)$$

$$Excess_E(N) := Coker \Pi_{E,N}. \quad (13.15)$$

Из точности (13.13) следуют

$$Blind_E = Im(H^2(Cone J) \rightarrow O_B), \quad (13.16)$$

$$Excess_E \cong H^3(Cone J). \quad (13.17)$$

$Blind_E$ измеряет внутренние препятствия, невидимые выбранной внешней реализацией. $Excess_E$ измеряет внешние классы, не объясняемые внутренним квадратичным слоем. Это разные дефекты, и один не компенсирует другой.

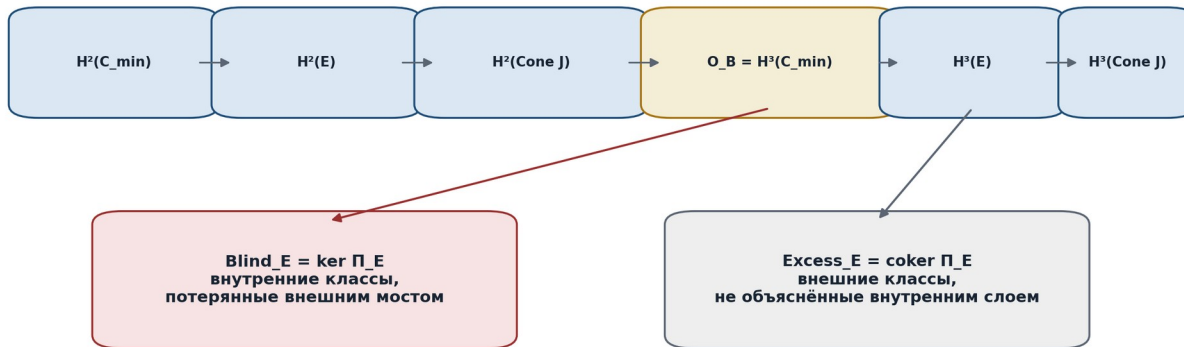


Рисунок 27. Mapping cone и два дефекта внешней детекции. Собственная схема Тома II.

105. Зависимость от выбора внешней реализации

105.1. Гомотопическая инвариантность

Теорема 13.6 (chain-homotopy invariance). [CL/THM] Если цепные карты $J, K: C_{\min}^{\bullet} \rightarrow E^{\bullet}$ гомотопны, то

$$H^n(J) = H^n(K) \text{ для всех } n; \text{ следовательно } \Pi_E J = \Pi_E K. \quad (13.18)$$

В двухчленном секторе достаточно предъявить операторы $h^2: F^2_N \rightarrow E^1$ и $h^3: X^2_N \rightarrow E^2$, для которых

$$J^2 - K^2 = d_E^1 h^2 + h^3 \Psi^2, \quad J^3 - K^3 = d_E^2 h^3. \quad (13.19)$$

Таким образом, Π_E зависит не от буквальной цепной карты, а от её класса в гомотопической категории. Не гомотопные мосты могут давать различные внешние детекции.

105.2. Сравнение двух внешних комплексов

Пусть E и F являются двумя внешними реализациями, а $Q: E^{\bullet} \rightarrow F^{\bullet}$ - цепная карта. Если $J_F = Q J_E$, то

$$\Pi_F = H^3(Q) \Pi_E. \quad (13.20)$$

Если $H^3(Q)$ инъективно на $\text{Im } \Pi_E$, внешний переход $E \rightarrow F$ не теряет уже обнаруженные внутренние классы. Если $H^3(Q)$ имеет ненулевое ядро на $\text{Im } \Pi_E$, появляется дополнительный blind defect.

106. Функториальная внешняя теория

Определение 13.6 (категория внешних реализаций). [DEF-A] Объектом $\text{ExtReal}(N)$ является пара (E, J) , удовлетворяющая B1-B2. Морфизмом $(E, J) \rightarrow (F, K)$ является цепная карта $Q: E \rightarrow F$ с $QJ=K$.

Теорема 13.7. [THM] Назначение

$$(E, J) \mapsto \Pi_E: O_B(N) \rightarrow H^3(E) \quad (13.21)$$

фунториально относительно морфизмов внешних реализаций. Следовательно, сравнение внешних моделей должно выполняться через явные цепные карты, а не через совпадение размерностей или названий когомологий.

Определение 13.7 (canonical external class). [COND] Внешний класс называется каноническим относительно подкатегории R_{ext} , если все допустимые реализации связаны квазиизоморфизмами, согласованными с J , и полученные H^3 -классы совпадают под этими изоморфизмами.

Без такого контракта выражение «внешний класс препятствия» зависит от выбора E и не обладает абсолютным смыслом.

107. Конечномерная численная реализация

107.1. Ортогональные модели факторпространств

В конечномерном евклидовом или эрмитовом секторе выбираются ортогональные разложения

$$X^2_N = \text{Im } \Psi^2_N \oplus O_N, \quad \text{Ker } d_E^3 = \text{Im } d_E^2 \oplus H_E^3. \quad (13.22)$$

Тогда O_N является минимально-нормовым представителем O_B , а H_E^3 - гармоническим представителем внешней когомологии. Матрица индуцированного моста имеет вид

$$P_E := P_{\{H_E^3\} J^3_N |_{\{O_N\}}}. \quad (13.23)$$

Теорема 13.8 (стабильная обратная детекция). [THM/COMP] P_E инъективно тогда и только тогда, когда его наименьшее сингулярное число положительно. Если

$$\sigma_{\min}(P_E) \geq s_0 > 0, \quad (13.24)$$

то для каждого внутреннего класса o

$$\|P_E(o)\| \geq s_0 \|o\|. \quad (13.25)$$

Следовательно, ненулевой внутренний класс не может исчезнуть во внешнем слое под малыми численными возмущениями, меньшими сертифицированного запаса.

107.2. Инвариантный внешний остаток

$$\eta_E([x]) := \|P_{\{H_E^3\} J^3_N x_{\min}\|, \quad (13.26)$$

где $x_{\min} \in O_N$ - минимально-нормовый представитель внутреннего класса. При B1-B2 величина не зависит от добавления $\Psi^2 f$. Однако она зависит от выбранных норм и потому требует metric ledger.

108. Параметрические семейства и внешний горизонт

Для семейства (N_t, E_t, J_t) вводится расширенный горизонт

$$\Delta_E = \Delta_{\{complex\}} \cup \Delta_{\{chain\}} \cup \Delta_{\{rank \Pi\}} \cup \Delta_{\{\sigma \Pi\}} \cup \Delta_{\{hom\}} \cup \Delta_D \cup \Delta_{Dom} \cup \Delta_{\{glue\}}. \quad (13.27)$$

Здесь фиксируются: нарушение $d_E^2=0$; нарушение цепного квадрата; изменение ранга Π_E ; потеря устойчивой инъективности; смена гомотопического класса моста; дефекты Evidence-D, Dom и глобализации.

Лемма 13.9 (локальная постоянность рангов). [ТНМ] В конечномерном непрерывном семействе на области, где ранги d_E^2, d_E^3, Ψ^2 и P_E постоянны и положительные сингулярные числа отделены от нуля, размерности $H^3(E)$, $Blind_E$, $Excess_E$ и $Im \Pi_E$ локально постоянны.

109. Предсказательный внешний мост

109.1. Теорема устойчивого внешнего препятствия

Теорема 13.10. [ТНМ/COMP] Пусть на компактном интервале I выполнены B1-B5, семейства непрерывны и существует $\varepsilon_E > 0$ такое, что

$$||\Pi_{\{E,t\}}(o_t)|| \geq \varepsilon_E \text{ для всех } t \in I. \quad (13.28)$$

Тогда внешний класс не обращается в нуль ни в одной точке I . Следовательно, структурный переход, требующий исчезновения данного внешнего класса, невозможен внутри сертифицированной модели.

Если дополнительно B6 выполнено с $\sigma_{\min}(P_{\{E,t\}}) \geq s_0 > 0$, то внешний ноль эквивалентен внутреннему нулю на I . Без B6 внешний ноль возвращает ABSTAIN, а не доказательство отсутствия внутреннего препятствия.

109.2. Главная условная теорема v0.10

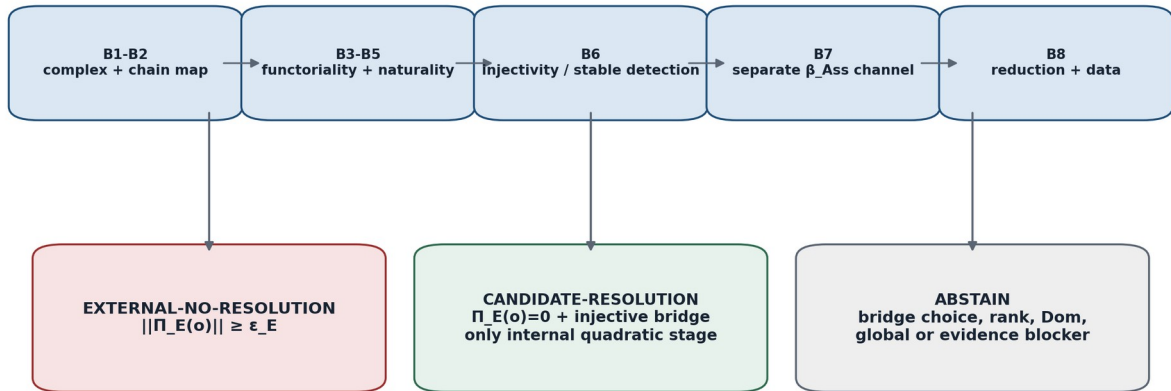
Теорема 13.11 (external-detection-safe predictive theorem). [COND] Пусть:

- B1-B5 выполнены и документированы;
- для обратной ветви выполнено B6 с устойчивой нижней границей;
- внешний мост остаётся в одном гомотопическом классе;
- D/Dom и глобализационные условия не меняются;
- предыдущие tangent, holonomy и differential blockers закрыты;
- β_{Ass} не подменяется Π_E ;
- B8 не используется без доменной редукции и данных;
- вычислительный сертификат EXT-E воспроизводим.

Тогда вне Δ_E профиль

$$P_E(t) = (\dim H^3(E_t), \text{rank } \Pi_{\{E,t\}}, \dim \text{Blind}_{\{E,t\}}, \dim \text{Excess}_{\{E,t\}}, \sigma_{\min}(P_{\{E,t\}}), \eta_E(o_t)) \quad (13.29)$$

локально устойчив. Ненулевой η_E , отделённый от нуля, даёт отрицательный прогноз исчезновения внешнего препятствия. Нулевой η_E при faithful-мосте создаёт только кандидат внутреннего квадратичного разрешения; высшие, глобальные и физические выводы не следуют.



Vanishing of the external class is not a physical event and not a full deformation theorem.

Рисунок 28. Blocker-safe шлюз внешней детекции. Собственная схема Тома II.

110. Отдельный ассоциаторный канал β_{Ass}

Определение 13.8 (associator test channel). [OPEN/DEF-A] Пусть $T_{Ass}(N)$ - пространство типизированных ассоциаторных тестов, а $A_{Ass}^{\bullet}(N)$ - отдельный внешний комплекс. Кандидатный канал имеет форму

$$\beta_{Ass, N}: T_{Ass}(N) \rightarrow H^3(A_{Ass}^{\bullet}(N)). \quad (13.30)$$

Условие B7 запрещает считать β_{Ass} следствием Π_E . Связь возможна только после построения карты $S: O_B \rightarrow T_{Ass}$ и цепного отображения $Q: E^{\bullet} \rightarrow A_{Ass}^{\bullet}$, для которых доказана коммутативность соответствующей диаграммы.

$$\beta_{Ass} \circ S = H^3(Q) \circ \Pi_E. \quad (13.31)$$

До доказательства (13.31) квадратичный obstruction class, ассоциатор, ассоциаторная кривизна и Hol_D остаются различными объектами.

111. Контрпримеры к сильным внешним выводам

ID	Тип	Модель	Вывод
E1	Blind acyclic target	$O_B=K, E^2=K, E^3=K, d^2=id, J^3=id$	$H^3(E)=0$, поэтому $\Pi_E=0$ при ненулевом O_B .
E2	Injective not surjective	$O_B=K, H^3(E)=K^2, \Pi(a)=(a,0)$	Все внутренние классы видимы, но внешний слой содержит excess.
E3	Surjective not injective	$O_B=K^2, H^3(E)=K, \Pi(a,b)=a$	Внешний слой полный, но теряет внутреннее направление $(0,1)$.
E4	Representative failure	$\Psi=id_K, d_E=0, J^3=id, J^2=0$	Цепное условие нарушено: один нулевой внутренний класс получает разные образы.
E5	Choice dependence	$\Psi=0, E^3=K, d=0; J^3=id, K^3=0$	Оба моста цепные, но не гомотопны и дают разные Π .
E6	External-only class	$J=0, H^3(E)\neq 0$	Ненулевой внешний класс может не лежать в $Im \Pi_E$.
E7	Numerically blind	$\sigma_{min}(P_E)>0$	Точная инъективность теряет устойчивую обратную детекцию.
E8	No physics from cohomology	Формальный E с $H^3\neq 0$ без observables/data	Внешняя когомология не создаёт физический эффект.

Контртеорема 13.12. [ТНМ] Без дополнительных гипотез неверны импликации

- $\Pi_E(o)=0 \Rightarrow o=0$;
- $H^3(E)\neq 0 \Rightarrow$ существует внутреннее препятствие;
- $\dim H^3(E)=\dim O_B \Rightarrow \Pi_E$ является изоморфизмом;
- два корректных моста дают один и тот же Π_E ;
- ненулевой внешний класс $\Rightarrow$ ассоциаторный или физический эффект.

112. Вычислительный сертификат EХТ-E v0.10

Шаг	Проверка
E-01	Зарегистрировать E^n , базисы, нормы, Dom и дифференциалы d_E^n .
E-02	Проверить $d_E^{n+1}d_E^n=0$ точной арифметикой.
E-03	Зарегистрировать J^2, J^3 и проверить типы.
E-04	Проверить $d_E^2J^2=J^3\psi^2$ и $d_E^3J^3=0$.
E-05	Построить $H^3(E)=\ker d_E^3/\text{im } d_E^2$.
E-06	Построить индуцированную матрицу Π_E на факторных базисах.
E-07	Вычислить $\ker$, image , $\text{coker } \Pi_E$; Blind_E и Excess_E .
E-08	Построить $\text{Cone}(J)$ и сверить длинную точную последовательность.
E-09	Проверить naturality на морфизмах NAPG и внешних реализаций.
E-10	Проверить chain-homotopy invariance на контрольной паре мостов.
E-11	Вычислить $\sigma_{\min}(P_E)$, condition number и интервальные bounds.
E-12	Проверить D/Dom , globalization и предыдущие blockers.
E-13	Сопоставить β_{Ass} только через отдельную доказанную диаграмму.
E-14	Сформировать verdict EXTERNAL-NO-RESOLUTION / CANDIDATE / ABSTAIN.
E-15	Сохранить basis/metric/homotopy ledger и proof objects.
E-16	Вычислить SHA-256 входов, кода, матриц и отчёта.

112.1. Псевдокод

```
INPUT internal frame (Psi,q), external complex E, bridge J, reper D/Dom
CHECK  $d_E^2=0$  and chain_map(J)
BUILD  $H^3(E)$ , quotient bases, induced  $\Pi_E$ 
COMPUTE  $\text{Blind}=\ker(\Pi_E)$ ,  $\text{Excess}=\text{coker}(\Pi_E)$ ,  $\text{Cone}(J)$ 
IF  $\Pi_E([q]) \neq 0$  with certified lower bound: RETURN EXTERNAL-NO-RESOLUTION-IN-MODEL
IF  $\Pi_E([q]) = 0$  AND  $\Pi_E$  injective/stable AND all blockers closed:
  RETURN CANDIDATE-INTERNAL-QUADRATIC-RESOLUTION
ELSE RETURN ABSTAIN
NEVER infer associator or physical event without B7/B8 packages
```

113. Доказательные обязательства T2-RP-v0.10

ID	Обязательство	Статус	Proof-object	Blocker
T2-PO-106	$E^\wedge$ является комплексом	THM/INPUT	§101.1	B1
T2-PO-107	J является цепной картой	THM/INPUT	§101.2	B2
T2-PO-108	Критерий well-definedness Π_E	THM	Теорема 13.1	-
T2-PO-109	Естественность Π_E	THM при B3-B5	Теорема 13.2	B3-B5
T2-PO-110	Односторонняя детекция	THM	Теорема 13.3	-
T2-PO-111	Обратная детекция	THM/COND	Теорема 13.4	injectivity B6
T2-PO-112	Mapping cone и exact sequence	THM	Теорема 13.5	-
T2-PO-113	Blind/Excess defects	THM	§104.2	-
T2-PO-114	Chain-homotopy invariance	THM	Теорема 13.6	-
T2-PO-115	Категория внешних реализаций	THM/DEF-A	Теорема 13.7	-
T2-PO-116	Canonical external class	COND	§106	quasi-isomorphic realization category
T2-PO-117	Stable reverse detection	THM/COMP	Теорема 13.8	norm/basis ledger
T2-PO-118	Параметрический внешний горизонт	THM/COMP	§108	constant ranks/bounds
T2-PO-119	Устойчивое внешнее препятствие	THM/COMP	Теорема 13.10	ϵ_E certificate
T2-PO-120	Главная predictive theorem v0.10	COND	Теорема 13.11	B1-B8 + previous blockers
T2-PO-121	Ассоциаторный β -Ass-мост	OPEN	§110	B7
T2-PO-122	Физическая редукция	PHY-HYP/OPEN	Том III	B8 + data
T2-PO-123	Banach/Hilbert external layer	OPEN	-	closed range/Fredholm
T2-PO-124	Независимый доменный запуск	OPEN	-	preregistration/data
T2-PO-125	Machine-verifiable EXT-E certificate	COMP/OPEN	E-01-E-16	implementation audit

114. Prior art и граница авторского вклада

Стандартный математический слой включает морфизмы комплексов, индуцированные отображения когомологий, цепные гомотопии, mapping cones, длинные точные последовательности и квазиизоморфизмы. Авторский вклад проекта состоит в выборе конкретного внутреннего NAPG-комплекса $C_{\min}$, его сопряжении с $\text{Reper}(R, I, U; D)$, внешнем контракте B1-B8, разделении Blind/Excess defects и включении этих объектов в blocker-safe предсказательную архитектуру KLT-RBD.

[V0.10-1] The Stacks Project. Complexes and homotopies, Tag 010V; quasi-isomorphisms, Tag 0115.

[V0.10-2] The Stacks Project. Cones, Tag 09K9; cones and termwise split sequences, Tag 014D.

[V0.10-3] The Stacks Project. Long exact cohomology sequence, Tag 0117.

[V0.10-4] Weibel, C. A. An Introduction to Homological Algebra. Cambridge Studies in Advanced Mathematics 38, 1994.

[V0.10-5] Kurpishev, I. B. Том I v197 RU, §§26.32-26.36 и §§52.6-52.18; Том II T2-RP-v0.1-v0.9.

Граница новизны. Ни mapping cone, ни chain homotopy, ни индуцированная карта когомологий не заявляются как новые общие конструкции. Новизна связывается с их конкретным типизированным применением в NAPG 3.0 и с доказательной дисциплиной KLT-RBD, запрещающей обратную, ассоциаторную и физическую интерпретацию без соответствующих мостов.

115. Итог главы и контрольная точка T2-RP-v0.10

Доказано	Критерий спуска J^3 на сокет Ψ ; корректность Π_E ; односторонняя детекция; критерий обратной детекции; mapping-cone exact sequence; Blind/Excess defects; chain-homotopy invariance; конечномерная стабильная инъективность.
Условно	Естественность требует B3-B5; обратная детекция требует B6; predictive theorem требует B1-B8, постоянных рангов, D/Dom и закрытия предыдущих блокеров.
Опровергнуто	Автоматические выводы внешний ноль=>внутренний ноль; $H^3(E)\neq 0$ =>внутреннее препятствие; равные размерности=>изоморфизм; Π_E =>ассоциатор или физика.
Открыто	Canonical external realization category, β_Ass , Banach/Hilbert-Fredholm слой, независимый доменный запуск и B8-редукция.
Следующая точка	T2-RP-v0.11: глава 14 - пространства препятствий, projectivization, стратифицированные carriers и критерии потери информации при проектировании.

$truth_layer_promotion=0; checkpoint=T2-RP-v0.10; next=T2-RP-v0.11. \quad (13.32)$

Следующая сборка tom2_v0_11 развивает геометрию самих пространств препятствий и их проективных носителей, не меняя статусов ПН.2, F-1-F-14 и физических мостов.

checkpoint=T2-RP-v0.10; source=T2-RP-v0.9; truth_layer_promotion=0; next=T2-RP-v0.11.

116. Глава 14. Пространства препятствий и проективные носители

ОНТОЛОГИЧЕСКИЙ БЛОК

Препятствие существует прежде своей проективной тени. Вектор $o \in O_B$ несёт нулевой статус, масштаб, знак, направление и происхождение; точка $[o] \in P(O_B)$ сохраняет только одномерное направление ненулевого класса. Проективизация полезна как геометрия типов, но она не является полным онтологическим описанием препятствия.

ГНОСЕОЛОГИЧЕСКИЙ БЛОК

Переход к $P(O_B)$ является контролируемым забыванием. Поэтому каждый результат обязан сопровождаться журналом утраченных данных: ZERO, SCALE, SIGN, NORM, PROVENANCE, LIFT и DOMAIN. Иначе красивый проективный рисунок начинает изображать знание, которого в нём уже нет.

ФЕНОМЕНОЛОГИЧЕСКИЙ БЛОК

Наблюдателю часто важнее направление структурного конфликта, чем его абсолютная величина. Именно это оправдывает projective carrier. Но близость направлений не равна близости величин и не гарантирует одинаковой реализуемости сценариев.

ОГРАНИЧИТЕЛЬНЫЙ БЛОК

Ни $P(O_B)$, ни его страта, ни пересечение projective horizon не означают физическое событие. Они задают внутренний класс, тип потери информации или кандидата структурного перехода в пределах модели. `truth_layer_promotion=0`.

116.1. Векторный носитель препятствий

Пусть для NAPG-кадра N внутренний минимальный комплекс даёт векторное пространство препятствий

$$O_B(N) = H^3(C_min(N)) = X_N^2 / Im \Psi_N^2. \quad (14.1)$$

Носитель препятствий понимается как пятикомпонентный объект, а не как голое множество классов:

$$Car_B(N) = (O_B, 0_B, Fil_B, Prov_B, Dom_B). \quad (14.2)$$

Здесь 0_B отмечает нулевой класс; Fil_B является выбранной фильтрацией или стратификацией; $Prov_B$ хранит происхождение представителя и цепочку источников; Dom_B фиксирует область допустимости. Последние два слоя не выводятся из структуры векторного пространства и должны передаваться отдельно.

Компонент	Тип	Сохраняемое содержание	Статус
O_B	векторное пространство	линейные комбинации и классы препятствий	THM в C_min
0_B	выделенная точка	отсутствие внутреннего препятствия	THM
Fil_B	фильтрация/стратификация	сложность, ранг, порядок или тип	MODEL/COND
$Prov_B$	provenance functor	источник, вычисление, представитель	OPEN implementation
Dom_B	доменный слой	условия существования и	обязательный barrier

		применимости	
--	--	--------------	--

116.2. Нулевая секция и ненулевая часть

$$O_B^{\times} = O_B \setminus \{0_B\}. \quad (14.3)$$

Проективизация определена только на ненулевой части. Поэтому нулевой класс не является одной из точек $P(O_B)$, не является пределом, выбранным без топологии, и не может быть восстановлен из одной projective coordinate.

ТЕОРЕМА 14.1. ZERO-LOSS NO-GO

Не существует отображения $z:P(O_B) \rightarrow O_B$, которое одновременно было бы естественным по всем линейным изоморфизмам, выбирало ненулевого представителя каждой projective point и восстанавливало нулевой класс. Нуль удалён из области факторизации, а естественный выбор масштаба противоречит действию скаляров.

117. Проективизация пространства препятствий

117.1. Определение и эквивалентность

$$P(O_B) = O_B \wedge X / K \wedge X, \quad o \sim o' \Leftrightarrow \exists a \in K \wedge X: o' = a o. \quad (14.4)$$

Точка [o] есть одномерное подпространство $K \cdot o$. Если $\dim_K O_B = n+1$, то после выбора базиса $P(O_B) \cong P^n(K)$. Выбор базиса не является частью канонического объекта и должен быть отмечен в вычислительном сертификате.

Obstruction carrier and information-loss gates

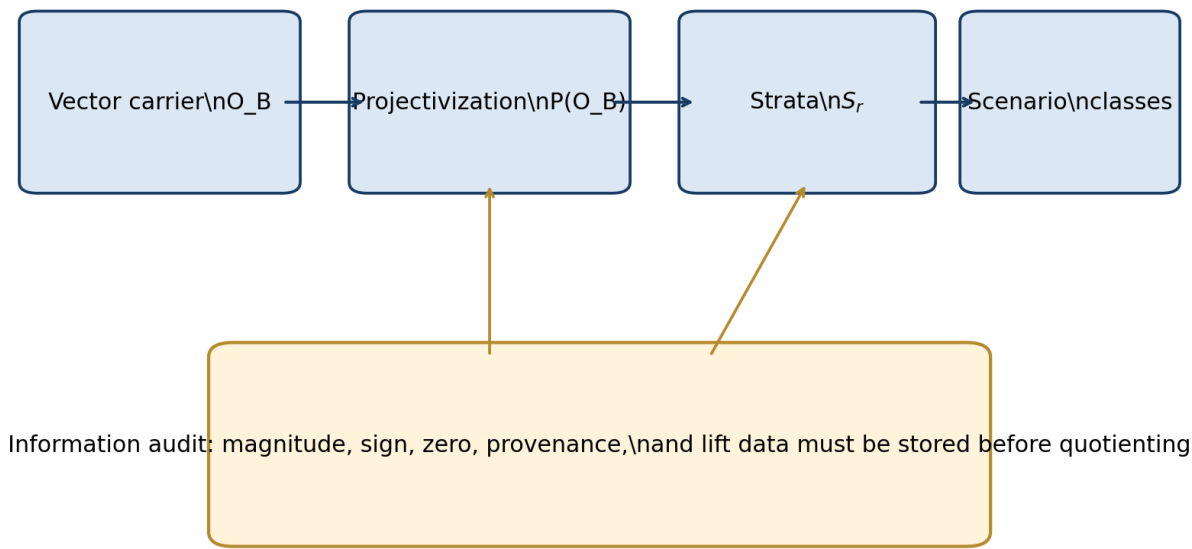


Рисунок 14.1. Векторный носитель, projectivization и обязательный аудит потери информации.

117.2. Функториальность и частичность

Линейная карта $f: O \rightarrow O'$ индуцирует projective map только на тех направлениях, которые не попадают в $\ker f$:

$$P(f): P(O) \setminus P(\ker f) \rightarrow P(O'), \quad [o] \mapsto [f(o)]. \quad (14.5)$$

Следовательно, projectivization является функториальной для линейных изоморфизмов и инъекций, но для произвольных линейных карт естественно возникает рациональная, то есть частично определённая, карта.

ТЕОРЕМА 14.2. PROJECTIVE DOMAIN THEOREM

Область определения $P(f)$ равна $P(O) \setminus P(\ker f)$. Если f инъективно, $P(f)$ определено всюду. Если f имеет ненулевое ядро, направления ядра превращаются не в нулевую projective point, а в точки неопределённости.

117.3. Точная потеря информации

Данные в O_B	Сохраняются в $P(O_B)$?	Что требуется для восстановления
нулевой/ненулевой статус	нет для нулевого класса	отдельный ZERO-флаг
направление $K \cdot o$	да	ничего
абсолютный масштаб $\ o\ $	нет	метрика + нормировка
знак над R	нет: $[o] = [-o]$	ориентированная двойная накрывающая
фаза над C	нет	выбор $U(1)$ -калибровки

provenance представителя	нет	Evidence-D/Prov_B
конкретный lift	нет	торсор подъёмов $H^2(C_{\min})$
домен применимости	нет	Dom-сертификат

118. Нормированные и ориентированные носители

118.1. Сферическое представление

После выбора положительно определённого скалярного произведения всякая ненулевая projective point допускает нормированных представителей. Над $\mathbb{R}$ получаем двойное накрытие:

$$S(O_B) \rightarrow P(O_B), \quad u \mapsto [u], \quad \text{fibre}=\{u, -u\}. \quad (14.6)$$

Нормировка восстанавливает модуль, но не знак. Над $\mathbb{C}$ волокно имеет вид $U(1)$, поэтому требуется фазовая калибровка.

КОНТРИМЕР 14.A

В $\mathbb{R}^2$ векторы $(1,0)$, $(2,0)$ и $(-7,0)$ задают одну projective point. Их нормы и знаки различны. Следовательно, projective coincidence не равна количественному совпадению препятствий.

118.2. Projective metric

$$d_P([u],[v]) = \arccos(|\langle u,v \rangle| / (\|u\| \cdot \|v\|)). \quad (14.7)$$

Эта метрика измеряет угол между направлениями и инвариантна относительно ненулевого масштабирования. Она не контролирует расстояние $\|u-v\|$ без дополнительных ограничений на нормы.

ЛЕММА 14.3. ANGULAR STABILITY

Если $\|u\|, \|v\| \geq m > 0$ и $\|u-v\| \leq \epsilon < m$, то $d_P([u],[v]) \leq 2\arcsin(\epsilon/(2m))$. Обратное утверждение без контроля норм ложно.

119. Стратификация obstruction carrier

119.1. Ранговые страты

Пусть препятствие кодируется матрицей $A(o)$ или конечным семейством линейных операторов, определённым выбранной моделью. Для каждого r вводится страта

$$S_r = \{ [o] \in P(O_B) : \text{rank } A(o) = r \}. \quad (14.8)$$

Ранг является projectively well-defined, если $A(ao) = a^m A(o)$ для некоторой степени m и $a \neq 0$. В противном случае ранговая стратификация зависит от представителя и не допускается.

ЛЕММА 14.4. HOMOGENEITY CRITERION

Функция или тип $\tau(o)$ спускается на $P(O_B)$ тогда и только тогда, когда $\tau(ao) = \tau(o)$ для всех $a \in K^\times$. Для числовой функции достаточна однородность степени 0; однородность ненулевой степени требует последующей нормировки.

119.2. Орбитные типы

Если алгебраическая группа G действует линейно на O_B , то она действует на $P(O_B)$. Для $[o]$ определяется стабилизатор

$$G_{[o]} = \{ g \in G : g \cdot o \in K^\times o \}. \quad (14.9)$$

Страта орбитного типа объединяет точки с сопряжёнными стабилизаторами. Изменение orbit type является кандидатом структурной бифуркации, но не физическим переходом.

Страта	Инвариант	Смысл	Опасность
S_{rank}	$\text{rank } A(o)$	алгебраическая сложность	зависимость от неоднородного кодирования
S_{orbit}	$[G_{[o]}]$	тип симметрии	нестабильность на сингулярных орбитах
S_{support}	$\text{supp}(o)$	активные компоненты	зависимость от базиса
S_{prov}	provenance class	источниковый тип	не является чисто геометрическим
S_{Dom}	domain signature	область допустимости	может меняться скачком

119.3. Whitney-условия как открытое обязательство

Для гладкой или алгебраической стратификации полезно требовать Whitney (a)/(b), локальную конечность и frontier condition. В общей NAPG эти свойства не объявляются автоматически. Они формируют proof obligations T2-PO-133-T2-PO-135.

120. Проектированный обструкционный конус

120.1. Конический носитель

Пусть $C \subseteq O$ является замкнутым конусом допустимых или достижимых препятствий, то есть $aC \subseteq O$ для $a \in \mathbb{K}$. Его проектированный носитель определяется как

$$P(C) = (C \setminus \{0\}) / K^\times \subseteq P(O). \quad (14.10)$$

Если C не инвариантен относительно всех ненулевых скаляров, вместо projectivization требуется положительная projectivization или сферическая нормировка. Особенно это важно для упорядоченных конусов над $\mathbb{R}$, где отрицательное масштабирование меняет смысл.

КОНТРИМЕР 14.B

Положительный ортант $\mathbb{R}^n_{\geq 0}$ не инвариантен относительно отрицательных скаляров. Обычная real projectivization отождествляет положительное и отрицательное направления и уничтожает порядок. Для причинных или вероятностных конусов требуется quotient по $\mathbb{R}_{>0}$, а не по $\mathbb{R}^\times$.

120.2. Полупроективный носитель

$$P_+(C) = (C \setminus \{0\}) / \mathbb{R}_{>0}. \quad (14.11)$$

Носитель $P_+(C)$ сохраняет ориентацию луча и различает 0 от -0 . Он является предпочтительным для знако-чувствительных препятствий, направленных потоков и one-sided domain constraints.

121. Локальные носители и Fano globalization firewall

PILOT-01 уже различал локальные obstruction carriers и глобальный Fano carrier: семь локальных трёхмерных носителей сначала дают прямую сумму размерности 21, а переход к F_2^3 требует явных совместимых карт идентификации. Эта дисциплина переносится в общий NAPG-слой.

$$O_{pre} = \oplus_{L \in Lines(Fano)} O_L. \quad (14.12)$$

$$O_{glob} = colim(O_L, \varphi_{LL'}). \quad (14.13)$$

From local obstruction carriers to a global projective object

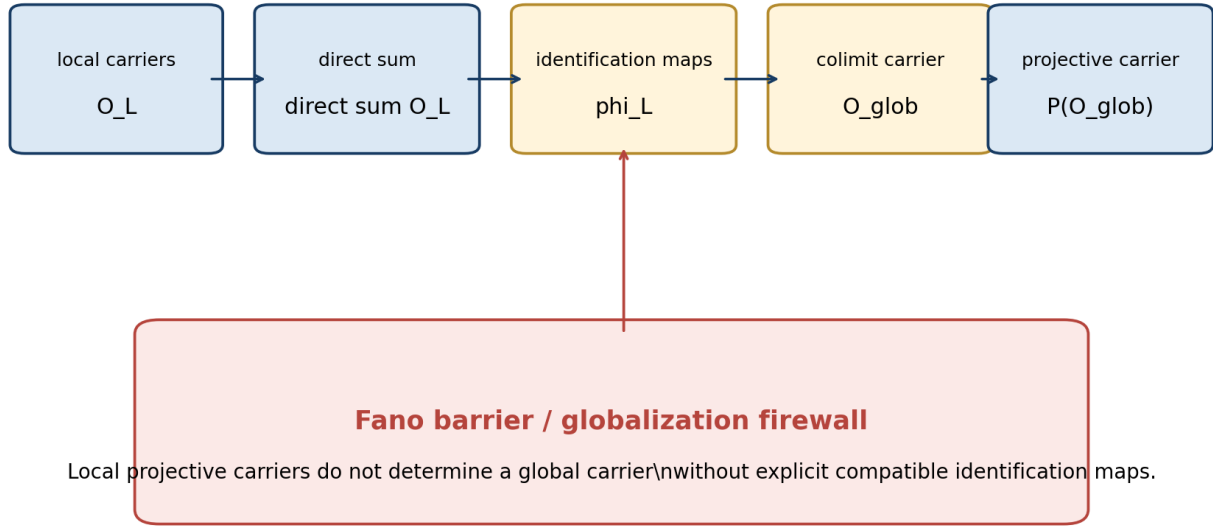


Рисунок 14.2. Fano globalization firewall: локальные носители не образуют глобальный projective carrier без identification maps.

ТЕОРЕМА 14.5. LOCAL-TO-GLOBAL NO-GO

Из существования семейства projective carriers $P(O_i)$ не следует существование глобального $P(O)$. Необходимы линейные карты склейки, cocycle condition, совместимость нулевых секций, Evidence-D и effective descent.

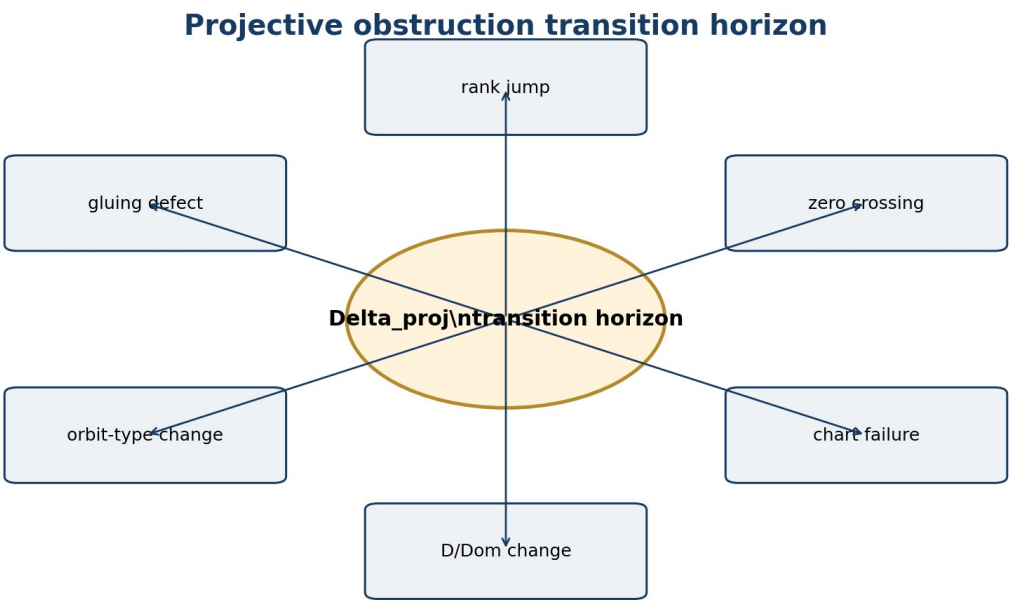
Это усиливает принцип Fano ontological barrier, сформулированный в PILOT-01: локальная projective картина не перескакивает в глобальную только потому, что число точек выглядит подходящим [V0.11-1].

122. Проективный переходный горизонт

122.1. Компоненты горизонта

$$\Delta_{proj} = \Delta_{zero} \cup \Delta_{rank} \cup \Delta_{orbit} \cup \Delta_{chart} \cup \Delta_{glue} \cup \Delta_D \cup \Delta_{Dom}. \quad (14.14)$$

Компонент	Условие попадания	Интерпретация
Δ_{zero}	$o_t=0$ или потеря отделимости от 0	появление/исчезновение внутреннего класса
Δ_{rank}	$\text{rank } A(o_t)$ меняется	смена алгебраического типа
Δ_{orbit}	тип стабилизатора меняется	смена симметрии
Δ_{chart}	выбранная projective chart вырождается	координатный, не обязательно структурный дефект
Δ_{glue}	нарушены cocycle/effective descent	локально-глобальный разрыв
Δ_D	Evidence-D невалиден	доказательный блокер
Δ_{Dom}	меняется допустимый домен	смена области утверждения



Crossing the horizon creates a candidate, not a guaranteed event.

Рисунок 14.3. Состав projective transition horizon Δ_{proj} .

122.2. Теорема постоянства projective type

ТЕОРЕМА 14.6. PROJECTIVE-PROFILE CONSTANCY

Пусть $t \mapsto o_t$ является непрерывным ненулевым сечением obstruction bundle на связном интервале I . Если ранговая и орбитная страты локально замкнуты, путь не пересекает Δ_{proj} , а D/Dom и gluing data постоянны, то projective profile $([o_t], \text{rank } A(o_t), \text{orbit type}, \text{Dom signature})$ остаётся в одной связной страте.

Теорема не утверждает, что $[o_t]$ является постоянной точкой. Она утверждает неизменность сертифицированного типа внутри выбранной стратификации. Движение внутри страты допускается.

122.3. Отрицательный прогноз

$I \cap \Delta_{proj} = \emptyset \Rightarrow \text{transition of certified projective type is impossible in model.} \quad (14.15)$

Пересечение Δ_{proj} создаёт CANDIDATE-TRANSITION. Оно не гарантирует пересечение нулевой секции, существование lift, глобализацию, наблюдаемость или физическую реализацию.

123. Проективный carrier и Reper-λ

Reper-кросс-соотношение и projective obstruction carrier являются двумя разными проективными слоями. Первый живёт на конфигурациях четырёх точек P^1 , второй - на направлениях в O_B . Для их связи требуется отдельная карта

$$\chi_\lambda : P(O_B) \dashrightarrow P^1(K), \quad (14.16)$$

определённая лишь при явном выборе реперных функционалов R, I, U, D на O_B и вне их полюсного множества.

ТЕОРЕМА 14.7. NO AUTOMATIC LAMBDA BRIDGE

Из projective point $[o] \in P(O_B)$ не следует каноническое значение λ . Для λ необходимы четыре согласованных линейных или рациональных функционала и доказательство инвариантности их cross-ratio.

$$\lambda([o]) = cr(U([o]), I([o]); R([o]), D([o])). \quad (14.17)$$

Даже при $\lambda = -1$ сохраняются отдельные проверки: $o \neq 0$, $\text{Valid}(D)$, Dom_λ , отсутствие internal/external obstruction blockers и корректность χ_λ .

124. Ledger потери и восстановления информации

Код	Потерянный слой	Минимальный repair certificate	Вердикт без сертификата
LOSS-0	нулевой класс	ZERO flag + exact residual	ABSTAIN
LOSS-S	масштаб	metric + normalization rule	direction only
LOSS-SGN	знак/ориентация	oriented ray or double cover	sign unknown
LOSS-PH	complex phase	U(1) gauge certificate	phase unknown
LOSS-PR	provenance	Evidence-D chain	source unknown
LOSS-LF	lift representative	H ² torsor coordinate	lift nonunique
LOSS-DOM	domain	Dom signature	claim not transportable
LOSS-GL	globalization	descent certificate	local only

Полный projective certificate имеет форму

$$Cert_{proj} = ([o], ZERO, NORM, ORIENT, PROV, LIFT, DOM, GLUE, HASH). \quad (14.18)$$

125. Контрпримеры и разделяющие модели

ID	Модель	Данные	Что опровергает
14.C	Одинаковая точка, разные нормы	$o=(1,0), o'=(10^6,0)$	$[o]=[o']$, но количественный риск различен
14.D	Одинаковая точка, противоположный знак	o и $-o$ над R	projectivization уничтожает ориентацию
14.E	Нулевой класс	$o=0$	$P(o)$ не определено
14.F	Карта с ядром	$f(x,y)=x$	$P(f)$ не определено в $[0:1]$
14.G	Локально, но не глобально	несогласованные φ_{ij}	projective charts не склеиваются
14.H	Малая projective дистанция	$u_n=n \in 1, v_n=n \in 1+e2$	угол $\rightarrow 0$, но абсолютный дефект не исчезает
14.I	λ без моста	одна $[o]$, разные четверки функционалов	разные λ
14.J	Положительный конус	o и $-o$	обычная P теряет order type

126. Вычислительный сертификат PROJ-01-PROJ-18

Шаг	Проверка
PROJ-01	построить точный базис O_B и нулевой класс
PROJ-02	зафиксировать поле, метрику и group action
PROJ-03	проверить ненулевость представителя
PROJ-04	нормировать или выбрать positive ray
PROJ-05	построить projective coordinates
PROJ-06	проверить смену chart
PROJ-07	вычислить rank strata
PROJ-08	вычислить orbit stabilizers
PROJ-09	проверить homogeneity каждого инварианта
PROJ-10	построить ZERO/SCALE/SIGN ledger
PROJ-11	проверить provenance и Evidence-D
PROJ-12	проверить lift torsor data
PROJ-13	проверить local-to-global cocycle
PROJ-14	построить Δ_{proj}
PROJ-15	оценить projective distance и интервалы
PROJ-16	проверить χ_λ и его полюса
PROJ-17	выдать blocker-safe verdict
PROJ-18	сохранить версии, хеши и машинный журнал

126.1. Псевдокод

```
INPUT exact obstruction space  $O_B$ , representative  $o$ , model data  $A, G, D/Dom$ 
CHECK  $o=0 \rightarrow$  ZERO-OBSTRUCTION (do not projectivize)
CHECK field and allowed scalar group  $Kx$  or  $R_{\{>0\}}$ 
BUILD projective class  $[o]$  and chart atlas
VERIFY homogeneity of rank/orbit/support invariants
COMPUTE strata and distance-to-horizon
CHECK provenance, lift torsor, gluing and lambda bridge
IF any blocker: ABSTAIN
ELSE IF interval avoids  $\Delta_{proj}$ : NO-PROJECTIVE-TYPE-TRANSITION-IN-MODEL
ELSE: CANDIDATE-PROJECTIVE-TRANSITION
STORE hashes and information-loss ledger
```

127. Главная условная теорема T2-RP-v0.11

ТЕОРЕМА 14.8. PROJECTIVE OBSTRUCTION-SAFE PREDICTION

Пусть задано конечномерное регулярное семейство NAPG-кадров N_t , непрерывный obstruction section o_t , projective atlas, однородные rank/orbit invariants, effective descent, валидные D/Dom и воспроизводимый сертификат PROJ. Если путь не пересекает Δ_{proj} и остаётся отделённым от нулевой секции и chart poles, то сертифицированный projective obstruction type не изменяется. Следовательно, структурный переход, требующий смены этого типа, невозможен внутри модели. Пересечение горизонта даёт только кандидата.

$$P_{proj}(t) = ([o_t], S_{rank}(t), S_{orbit}(t), Dom_t, Glue_t). \quad (14.19)$$

$$I \cap \Delta_{proj} = \emptyset \Rightarrow type(P_{proj}(t)) = const \text{ on } I. \quad (14.20)$$

Теорема является условной и конечномерной. Она не утверждает существование физического времени t , причинного механизма, вероятности перехода или экспериментального эффекта.

128. Blocker-safe вывод

$$Block_{proj} = B_{zero} \cup B_{scale} \cup B_{sign} \cup B_{chart} \cup B_{hom} \cup B_{glue} \cup B_D \cup B_{Dom} \cup B_{lift} \cup B_{ind}.$$

(14.21)

Выход	Необходимое условие	Допустимая интерпретация
NO-PROJECTIVE-TYPE-TRANSITION-IN-MODEL	$I \cap \Delta_{proj} = \emptyset$ и $blockers = \emptyset$	отрицательный структурный прогноз
CANDIDATE-PROJECTIVE-TRANSITION	$I \cap \Delta_{proj} \neq \emptyset$ и $blockers = \emptyset$	точка дальнейшей проверки
ZERO-INTERNAL-OBSTRUCTION	$o=0$ точно	исчезновение данного внутреннего класса
ABSTAIN	хотя бы один blocker	вывод запрещён

129. Доказательные обязательства T2-PO-126-T2-PO-145

PO	Обязательство	Статус
T2-PO-126	корректность $P(O_B)$ на $O_B \setminus \{0\}$	CLOSED
T2-PO-127	частичная функториальность $P(f)$	CLOSED
T2-PO-128	no-go естественного выбора представителя	CLOSED
T2-PO-129	точный information-loss ledger	CLOSED
T2-PO-130	сферическая/ориентированная модель	CLOSED finite-dim
T2-PO-131	projective metric stability	CLOSED local
T2-PO-132	homogeneity criterion для инвариантов	CLOSED
T2-PO-133	Whitney (a) для rank strata	OPEN model
T2-PO-134	Whitney (b) для orbit strata	OPEN model
T2-PO-135	frontier/local finiteness	OPEN model
T2-PO-136	positive projectivization order cone	CLOSED
T2-PO-137	Fano local-to-global no-go	CLOSED
T2-PO-138	effective descent глобального carrier	OPEN
T2-PO-139	projective horizon construction	CLOSED finite family
T2-PO-140	profile constancy theorem	CLOSED under H1-H8
T2-PO-141	канонический χ_λ bridge	OPEN
T2-PO-142	interval-certified distance to Δ_{proj}	OPEN computation
T2-PO-143	Banach projective carrier	OPEN
T2-PO-144	independent domain run	OPEN
T2-PO-145	physical reduction	OPEN / Volume III

130. Prior art и граница авторского вклада

Классический слой включает проективизацию векторных пространств, Grassmannian/orbit-type stratifications, projective metrics, конусы, descent и стратифицированные пространства. Эти конструкции не заявляются как новые.

[V0.11-1] Курпишев И. Б. Реперно-проективная архитектура формульных цепочек: PILOT-01. Разделы 5-9: vector obstruction carrier, projectivization и Fano ontological barrier.

[V0.11-2] Hartshorne, R. Algebraic Geometry. Chapter I, projective varieties.

[V0.11-3] Goresky, M.; MacPherson, R. Stratified Morse Theory. Springer, 1988.

[V0.11-4] Whitney, H. Tangents to an analytic variety. Annals of Mathematics 81 (1965).

[V0.11-5] Duistermaat, J. J.; Kolk, J. A. C. Lie Groups. Orbit-type decompositions.

[V0.11-6] Том I v197 RU; Том II T2-RP-v0.1-v0.10.

Граница новизны. Авторская линия Курпишева связывает внутренний obstruction carrier NAPG, D/Dom-дисциплину, Evidence-D, Reper-λ-авторизацию, Fano globalization firewall, projective information-loss ledger и отрицательный предсказательный вывод в едином вычислимом контуре KLT-RBD. Общие теоремы классической проективной и стратификационной геометрии атрибутируются prior art.

131. Итог главы и контрольная точка T2-RP-v0.11

truth_layer_promotion=0; checkpoint=T2-RP-v0.11; next=T2-RP-v0.12. (14.22)

Глава 14 построила строгую геометрию носителей препятствий и показала предел projectivization: она сохраняет направление ненулевого класса, но не сохраняет нуль, масштаб, знак, происхождение, lift и domain.

Предсказательный метод получил projective transition horizon и отрицательную теорему постоянства типа вне горизонта.

Следующая сборка tom2_v0_12 развивает каноническую главу 15: Hodge decomposition, Laplace-type operators, ellipticity, граничные условия, Fredholm sectors и аналитические оценки препятствий без автоматического переноса конечномерных результатов.

checkpoint=T2-RP-v0.11; source=T2-RP-v0.10; truth_layer_promotion=0; next=T2-RP-v0.12.

132. Глава 15. Hodge-разложение и аналитический слой NAPG

ОНТОЛОГИЯ	Аналитический объект существует не как формула $\Delta=d\delta+\delta d$, а как оператор вместе с Hilbert-пространствами, плотным доменом, замыканием, сопряжённым оператором и граничными либо интерфейсными условиями. Потеря любого элемента меняет сам объект.
ГНОСЕОЛОГИЯ	Hodge-представитель даёт канонический способ читать когомологический класс только после доказательства замкнутости образов или Fredholm-реализации. До этого гармоническая форма может представлять лишь редуцированную когомологию, а не удобную иллюстрацию полной истины.
ФЕНОМЕНОЛОГИЯ	Наблюдаемая устойчивость проявляется как спектральный зазор: малые возмущения не меняют размерность гармонического сектора, пока ноль отделён от остального спектра. Закрытие зазора воспринимается как кандидат структурного перехода, а не как уже наступившее событие.
ГРАНИЦА	Ни $d^2=0$, ни формальная симметрия, ни компактность отдельных страт сами по себе не дают эллиптичность, самосопряжённость, Fredholm-свойство или Hodge-разложение. Физический смысл не выводится из спектра без отдельного редукционного моста.

Цель главы. Построить аналитический слой, в котором внутренние и внешние obstruction classes получают устойчивые гармонические представители, а предсказательная процедура различает три ситуации: устойчивое ненулевое препятствие, аналитический кандидат его исчезновения и отсутствие права на вывод из-за незакрытого домена оператора.

132.1. Шесть аналитических уровней

Уровень	Объект	Минимальный сертификат	Разрешённый вывод
A0	precomplex	заданы пространства и частичные d_k	когомология запрещена
A1	Hilbert-комплекс	d_k замкнуты, плотно определены, $d_{k+1}d_k=0$	редуцированная Hodge-декомпозиция
A2	closed-range sector	$\text{ran } d_k$ и $\text{ran } d_k^*$ замкнуты	обычная когомология $\cong$ harmonic space
A3	elliptic realization	точна symbol-sequence при $\xi \neq 0$	регулярность и конечномерность на компактной базе
A4	boundary/Fredholm sector	эллиптические BC, closed range, finite kernel/cokernel	индекс, Green operator, спектральный контроль
A5	predictive analytic sector	uniform gap, D/Dom , bridge, hashes	отрицательный прогноз либо candidate-transition

133. Hilbert-комплекс NAPG

133.1. Замкнутые дифференциалы

Определение 15.1 (Hilbert-комплекс). [CL/DEF] Hilbert-комплексом называется семейство Hilbert-пространств H^k и плотно определённых замкнутых операторов

$$d_k : D(d_k) \subset H^k \rightarrow H^{k+1}, \quad \text{ran } d_k \subset \ker d_{k+1}. \quad (15.1)$$

В NAPG пространство H^k может быть L^2 -завершением внутренних форм, внешнего E-комплекса либо прямой суммы стративных пространств. Условие $\text{ran } d_k \subset \ker d_{k+1}$ является операторной формой $d^2=0$ и включает требование, что композиция определена на соответствующем домене.

Определение 15.2 (цикл, граница и две когомологии). [CL/DEF]

$$Z^k = \ker d_k, \quad B^k = \text{ran } d_{k-1}, \quad H^k = Z^k/B^k, \quad \bar{H}^k = Z^k/\text{closure}(B^k). \quad (15.2)$$

Обычная когомология может быть нехаусдорфовой, если B^k не замкнуто. Редуцированная когомология всегда факторизует по замкнутому подпространству. Поэтому аналитический слой Тома II использует $\bar{H}^k$ до предъявления closed-range certificate.

Лемма 15.1 (замыкание и adjoint). [CL/THM] Для плотно определённого замкнутого d_k существует замкнутый сопряжённый оператор d_k^* , а ортогональные соотношения имеют вид

$$(\text{ran } d_k)^\perp = \ker d_k^*, \quad \text{closure}(\text{ran } d_k^*) = (\ker d_k)^\perp. \quad (15.3)$$

Эти равенства являются функционально-аналитической основой Hodge-разложения. Они не требуют неассоциативного произведения и потому относятся к классическому слою.

133.2. Hodge-Laplacian как оператор с доменом

Определение 15.3. [CL/DEF] В степени k вводится оператор

$$\Delta_k = d_{k-1} d_{k-1}^* + d_k^* d_k, \quad (15.4)$$

с доменом

$$D(\Delta_k) = \{u \in D(d_k) \cap D(d_{k-1}^*): d_k u \in D(d_k^*), d_{k-1}^* u \in D(d_{k-1})\}. \quad (15.5)$$

Формула (15.4) без (15.5) задаёт лишь формальное выражение. В граничных и сингулярных задачах разные домены порождают разные замкнутые, самосопряжённые или несамопряжённые реализации одного и того же дифференциального выражения.

Определение 15.4 (гармонический сектор). [CL/DEF]

$$\mathcal{H}^k = \ker d_k \cap \ker d_{k-1}^* = \ker \Delta_k. \quad (15.6)$$

Равенство $\ker \Delta_k$ следует из энергетического тождества

$$\langle \Delta_k u, u \rangle = \|d_k u\|^2 + \|d_{k-1}^* u\|^2. \quad (15.7)$$

Тождество требует, чтобы u принадлежал операторному домену; интегрирование по частям не должно оставлять неконтролируемый граничный член.

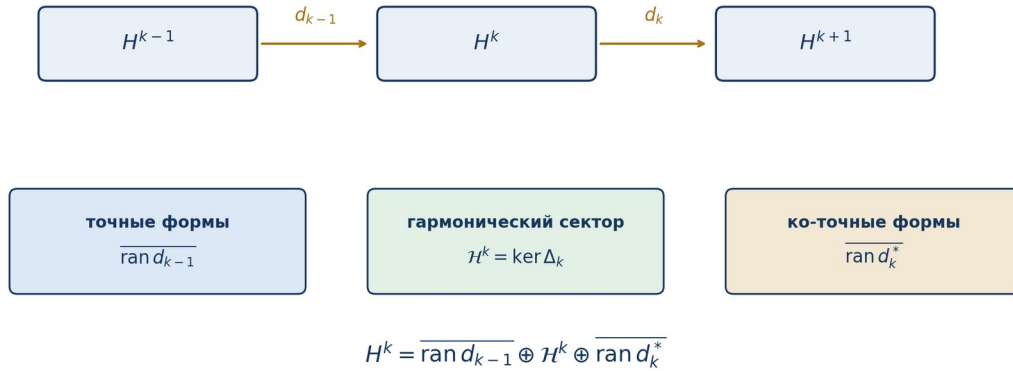
134. Слабое и сильное Hodge-разложение

Теорема 15.2 (слабое Hodge-разложение Hilbert-комплекса). [CL/THM] Для каждого k существует ортогональное разложение

$$H^k = \text{closure}(\text{ran } d_{k-1}) \oplus \mathcal{H}^k \oplus \text{closure}(\text{ran } d_k^*). \quad (15.8)$$

Следовательно, каноническое отображение $\mathcal{H}^k \rightarrow \bar{H}^k$ является изометрическим изоморфизмом. Для обычной когомологии H^k то же утверждение верно при замкнутости $\text{ran } d_{k-1}$.

Hilbert-комплекс и Hodge-разложение в степени k



Сильное разложение требует замкнутости образов; без неё действует только редуцированная когомология.

Рисунок 15.1. Hilbert-комплекс и слабое Hodge-разложение; переход к обычной когомологии требует *closed-range certificate*. Собственная схема Тома II.

Теорема 15.3 (сильное разложение). [CL/THM] Следующие условия эквивалентны в фиксированной степени:

- $\text{ran } d_{k-1}$ и $\text{ran } d_k^*$ замкнуты;
- $H^k = \text{ran } d_{k-1} \oplus \mathcal{H}^k \oplus \text{ran } d_k^*$;
- существует $C_k > 0$, для которого $\|u\| \leq C_k (\|d_k u\| + \|d_{k-1}^* u\|)$ на $D(d_k) \cap D(d_{k-1}^*) \cap (\mathcal{H}^k)^\perp$;
- ноль изолирован в спектре Δ_k на $(\mathcal{H}^k)^\perp$.

Последний пункт понимается в самосопряжённой неотрицательной реализации. В общем замкнутом Hilbert-комплексе спектральная формулировка требует отдельного self-adjoint certificate.

$$\gamma_k := \inf(\text{spectrum}(\Delta_k) \setminus \{0\}) > 0. \quad (15.9)$$

Число γ_k называется спектральным зазором. Его обратная величина контролирует норму Green-оператора и чувствительность аналитического восстановления.

134.1. Green-оператор и минимальный примитив

При $\gamma_k > 0$ определяется ограниченный Green-оператор

$$G_k = (\Delta_k|_{(\mathcal{H}^k)^\perp})^{-1} (I - P_{\mathcal{H}^k}), \quad \|G_k\| \leq 1/\gamma_k. \quad (15.10)$$

Для замкнутого $q \in \mathcal{H}^k$ Hodge-разложение принимает форму

$$q = d_{k-1} a_{\min} + h, \quad h = P_{\mathcal{H}^k} q, \quad a_{\min} = d_{k-1}^* G_k q. \quad (15.11)$$

Отсюда следует оценка

$$\|a_{\min}\| \leq \gamma_k^{-1/2} \|q - P_{\mathcal{H}^k} q\|. \quad (15.12)$$

Малый зазор делает примитив плохо обусловленным даже при нулевом гармоническом препятствии. Поэтому «класс исчез» и «разрешение устойчиво вычисляется» являются разными статусами.

135. Эллиптические комплексы и операторы лапласовского типа

135.1. Principal symbol и точность

Пусть $E^k \rightarrow M$ - конечномерные векторные расслоения над гладкой стратой M , а d_k - дифференциальные операторы первого порядка. Их последовательность называется эллиптическим комплексом, если для каждого $x \in M$ и каждого $\xi \in T_x^*M \setminus \{0\}$ символическая последовательность точна:

$$0 \rightarrow E_x^0 \xrightarrow{\sigma(d_0)(x,\xi)} E_x^1 \rightarrow \dots \rightarrow E_x^N \rightarrow 0. \quad (15.13)$$

Теорема 15.4 (эллиптичность Hodge-Laplacian). [CL/THM] Для эллиптического комплекса principal symbol оператора Δ_k положительно определён и равен

$$\sigma_2(\Delta_k)(x,\xi) = \sigma(d_{k-1})(x,\xi)\sigma(d_{k-1})^* + \sigma(d_k)(x,\xi)\sigma(d_k)^*, \quad \xi \neq 0. \quad (15.14)$$

На компактном многообразии без края это ведёт к elliptic regularity, конечномерности гармонического пространства и дискретному спектру после выбора стандартной L^2 -реализации.

Определение 15.5 (оператор лапласовского типа). [CL/DEF] Дифференциальный оператор второго порядка L называется Laplace-type, если

$$\sigma_2(L)(x,\xi) = |\xi|_g^2 \text{Id}. \quad (15.15)$$

Не всякий Hodge-Laplacian NAPG автоматически имеет этот символ. Требуется проверка метрики, главных частей d и δ , а также интерфейсных условий. Неассоциативность внутреннего произведения влияет на lower-order terms либо на сами коэффициенты d только при явно заданном мосте.

Контртеорема 15.5 ($d^2=0$ не влечёт эллиптичность). [THM] На бесконечномерном Hilbert-пространстве можно положить $d^2=0$. Тогда $d^2=0$, но $\Delta=0$ имеет бесконечномерное ядро, не является Fredholm и не создаёт спектрального зазора. Следовательно, nilpotency является когомологическим, а не эллиптическим сертификатом.

136. Граничные и интерфейсные условия

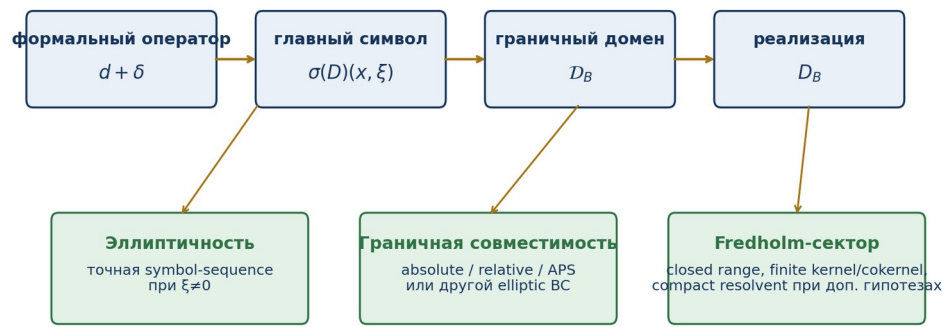
На компактной гладкой базе с краем формальный оператор становится аналитическим объектом только после задания `operator domain`. Для `de Rham`-комплекса обозначим через $t\omega$ тангенциальный след $i^*\omega$, а через $n\omega$ нормальный след $i^*(\iota_v\omega)$, где v - единичная внешняя нормаль.

Режим	Условия для ω	Когомологический тип	Статус в NAPG
relative	$t\omega=0, \ t\delta\omega=0$	относительная когомология	допустим после проверки <code>trace spaces</code>
absolute	$n\omega=0, \ n\delta\omega=0$	абсолютная когомология	допустим после проверки <code>Green formula</code>
general elliptic B	$B_V(\omega)=0$ + complementing condition	зависит от B	COND: нужны self-adjoint/Fredholm certificates

Теорема 15.6 (граничный firewall). [CL/COND] Для гладкого компактного M с гладкой границей `absolute` и `relative` реализации `Hodge-Laplacian` являются эллиптическими самосопряжёнными задачами при стандартных соглашениях. Для общего NAPG-оператора этот вывод разрешён только после проверки:

- `Green formula` и корректных `trace spaces`;
- эллиптичности `interior symbol`;
- условия Лопатинского-Шапиро либо эквивалентного `elliptic boundary condition`;
- симметрии или `self-adjoint extension`, если используется спектральная теорема;
- совместимости граничного домена с $d^2=0$ и с градуировкой.

Аналитический firewall: оператор без домена не является граничной задачей



Если хотя бы один блок не сертифицирован, `Hodge-разложение` и `спектральный прогноз` получают статус **ABSTAIN**.

Рисунок 15.2. Граничный аналитический firewall: `principal symbol`, `operator domain` и `elliptic boundary condition` проверяются раздельно. Собственная схема Тома II.

Контртеорема 15.7 (формальная симметрия не равна самосопряжённости). [ТНМ] Дифференциальное выражение $-d^2/dx^2$ на интервале формально симметрично, но без граничного домена не определяет единственный самосопряжённый оператор. `Dirichlet`, `Neumann`, `Robin` и смешанные реализации имеют разные спектры. Следовательно, спектральная сигнатура без `BC-ID` не является воспроизводимой.

137. Стратифицированная Hodge-реализация NAPG

Пусть $X = \sqcup_{\alpha} S_{\alpha}$ - конечная стратифицированная база. На каждой страте задан Hilbert-комплекс $H_{\alpha}^{\bullet}$ и Hodge-оператор. Предварительное пространство имеет вид

$$H_{\text{str}}^k = \text{direct_sum}_{\alpha} L^2 \Omega^k(S_{\alpha}, E_{\alpha}). \quad (15.16)$$

Определение 15.6 (interface domain). [DEF-A/COND] Глобальный домен $D_{\text{int}}(d)$ состоит из наборов $u = (u_{\alpha})$, удовлетворяющих стратовым Sobolev-условиям и системе transmission equations

$$T_{\{\alpha\beta\}}^{+} u_{\alpha} = T_{\{\alpha\beta\}}^{-} u_{\beta} \quad \text{на каждой допустимой incidence interface.} \quad (15.17)$$

Карты $T_{\{\alpha\beta\}}$ являются частью данных и включают следы, ориентацию, вес меры, Hodge-совместимость и D/Dom . Без них прямая сумма страт создаёт ложные независимые гармонические моды.

Условный пакет STR-HDG состоит из:

- стратовой эллиптичности и uniform control главных символов;
- ideal boundary conditions около сингулярных ссылок или конусов;
- замкнутости total differential и его adjoint;
- compact embedding либо иного механизма Fredholmness;
- согласованности transmission maps с descent data главы 7;
- явной проверки, какую intersection/ L^2 -cohomology реализует выбранный домен.

Результаты Cheeger-type Hodge theory показывают, что на стратифицированных псевдомногообразиях выбор ideal boundary conditions является содержательной частью теории. Том II не переносит их автоматически на любую NAPG-стратификацию; это остаётся proof obligation T2-PO-164-T2-PO-166.

138. Fredholm-секторы и индекс

Определение 15.7. [CL/DEF] Замкнутый оператор $T: D(T) \subset H_0 \rightarrow H_1$ называется Fredholm, если $\text{ran } T$ замкнут, $\dim \ker T < \infty$ и $\dim \text{coker } T < \infty$. Его индекс равен

$$\text{ind } T = \dim \ker T - \dim \text{coker } T. \quad (15.18)$$

Для $\mathbb{Z}_2$ -градуированного Hodge-Dirac оператора $D_H = d + \delta$ вводится

$$D_{H^+} : H^{\text{even}} \rightarrow H^{\text{odd}}, \quad \text{ind } D_{H^+} = \sum_k (-1)^k \dim H^k. \quad (15.19)$$

Равенство с эйлеровой характеристикой требует Fredholm-комплекса. В некомпактной или сингулярной задаче оно не выводится из формальной записи $d + \delta$.

Теорема 15.8 (стабильность индекса). [CL/THM] Индекс локально постоянен в непрерывном семействе Fredholm-операторов. Поэтому изменение $\text{ind } D_{H^+}$ возможно только при выходе из Fredholm-сектора: потере closed range, уходе ядра или коядра в бесконечность либо разрушении домена.

Определение 15.8 (compact-resolvent sector). [CL/DEF] Самосопряжённая реализация Δ имеет компактный резольвент, если $(\Delta + I)^{-1}$ компактен. Тогда спектр дискретен, собственные значения имеют конечную кратность и стремятся к $+\infty$. Наличие компактного резольвента является сильнее Fredholmness в фиксированной степени.

139. Гармоническая аналитика препятствий

139.1. Harmonic obstruction norm

Пусть $q \in \mathcal{Z}^3(E)$ представляет внешний класс $\Pi_E(o)$ главы 13, а выбранная реализация $E^\bullet$ удовлетворяет closed-range Hodge package. Определим

$$h_E(o) = P_{\{\mathcal{H}_E^3\}} q, \quad \eta_H(o) = \|h_E(o)\|. \quad (15.20)$$

Теорема 15.9 (точная аналитическая детекция). [THM/COND] При closed range величина η_H не зависит от представителя q и удовлетворяет

$$\eta_H(o) = \text{dist}(q, \text{ran } d_E^2), \quad \eta_H(o) = 0 \Leftrightarrow \Pi_E(o) = 0. \quad (15.21)$$

Если Π_E faithful, ноль η_H эквивалентен нулю внутреннего класса o . Без инъективности внешний harmonic zero не исключает Blind_E.

Определение 15.9 (analytic conditioning ledger). [DEF-A]

$$\text{Cond}_H = (\gamma_3^{-1}, \|G_3\|, \|P_H\|, \text{trace_constant}, \text{interface_constant}). \quad (15.22)$$

В самосопряжённой ортогональной модели $\|P_H\|=1$, однако остальные величины могут расходиться при приближении к переходному горизонту. Пороговый прогноз без Cond_H запрещён.

Теорема 15.10 (устойчивое ненулевое препятствие). [THM/COMP] Пусть на компактном параметрическом интервале I реализации $\Delta_{\{3,t\}}$ norm-resolvent continuous, harmonic rank постоянен, $\gamma_3(t) \geq g_0 > 0$, а q_t непрерывен. Тогда spectral projector

$$P_t = (2\pi i)^{-1} \text{contour_integral}_\Gamma (z - \Delta_{\{3,t\}})^{-1} dz \quad (15.23)$$

зависит непрерывно от t . Если $\eta_H(t) \geq \varepsilon_H > 0$ на I , класс $\Pi_{\{E,t\}}(o_t)$ не может исчезнуть на I . Это даёт отрицательный прогноз для переходов, требующих снятия данного внешнего препятствия.

Следствие 15.10.1. Если $\eta_H(t_0)=0$ и uniform gap сохраняется, то в окрестности t_0 harmonic class остаётся малым, но точный ноль в соседних точках не следует без дополнительной структурной симметрии. Численная близость к нулю не является доказательством exactness.

140. Hodge-Fredholm переходный горизонт

$$\Delta_{\text{HF}} = \Delta_{\{d^2\}} \cup \Delta_{\{\text{dom}\}} \cup \Delta_{\{\text{ell}\}} \cup \Delta_{\{\text{BC}\}} \cup \Delta_{\{\text{range}\}} \cup \Delta_{\{\text{gap}\}} \cup \Delta_{\{\text{harm}\}} \cup \Delta_{\{\text{int}\}} \cup \Delta_{\text{D}} \cup \Delta_{\text{Dom}} \cup \Delta_{\{\text{glue}\}}. \quad (15.24)$$

Компоненты означают соответственно: нарушение комплекса; смену operator domain; потерю ellipticity; дефект boundary condition; незамкнутость образа; закрытие spectral gap; изменение harmonic rank; разрушение transmission data; повреждение Evidence-D, Dom или descent.

Hodge-Fredholm переходный горизонт и предсказательный шлюз



Пересечение горизонта является необходимым кандидатом изменения аналитического типа, но не доказательством события.

Рисунок 15.3. Hodge-Fredholm переходный горизонт и трёхзначный аналитический вывод. Собственная схема Тома II.

Теорема 15.11 (необходимость пересечения аналитического горизонта). [THM/COND] В norm-resolvent continuous семействе Fredholm Hodge-реализаций с uniform gap, постоянным доменом и закрытыми D/Dom-условиями профиль

$$P_{\text{HF}}(t) = (\text{ind } D_{\text{H},t^+}, \dim \mathcal{H}_{t^+}^k, \gamma_k(t), \eta_{\text{H}}(t), \|G_k(t)\|, BC_t, \text{Interface}_t, \lambda_t) \quad (15.25)$$

локально устойчив по дискретным компонентам и непрерывен по численным компонентам. Изменение индекса, harmonic rank или сертифицированного boundary/interface type требует пересечения Δ_{HF} .

Отрицательный прогноз главы имеет форму

$$I \cap \Delta_{\text{HF}} = \text{empty and } \eta_{\text{H}}(t) \geq \epsilon_{\text{H}} \Rightarrow \text{removal of this obstruction is impossible in model.} \quad (15.26)$$

Пересечение Δ_{HF} означает CANDIDATE-TRANSITION. Оно не доказывает существование nonlinear lift, глобального сечения, причинного механизма, вероятности либо физического события.

141. Hodge-слой и проективно-гармонический Reper

Гармонический представитель $h_E(o)$ живёт в конечномерном либо Fredholm-контролируемом пространстве $\mathcal{H}_E^3$. Reper-кросс-соотношение живёт на четвёрке точек P^1 . Между ними нет канонического отображения. Для связи требуется отдельный функциональный пакет

$$\chi_H = (R_H, I_H, U_H, D_H): P(\mathcal{H}_E^3) \rightarrow (P^1)^4, \quad \lambda_H = \text{cr}(U_H, I_H; R_H, D_H). \quad (15.27)$$

Карта определена только на ненулевых классах вне полюсов и после проверки однородности функционалов. Нулевой harmonic obstruction не projectivizes; это согласуется с zero-loss no-go главы 14.

Определение 15.10 (Hodge-Reper certificate). [DEF-A]

$$\text{Cert}_{\text{HF}} = (\text{COMPLEX}, \text{DOMAIN}, \text{SYMBOL}, \text{BC}, \text{INTERFACE}, \text{FREDHOLM}, \text{GAP}, \text{HARM}, \text{BRIDGE}, \text{D}, \text{DOM}, \lambda, \text{HASH}). \quad (15.28)$$

Положительный структурный кандидат допускается только при наличии всех полей сертификата. Пропуск одного поля переводит вывод в ABSTAIN, а не в «почти доказано».

142. Главная условная теорема T2-RP-v0.12

Теорема 15.12 (Hodge-Fredholm-safe predictive theorem). [COND] Пусть семейство NAPG-кадров N_t снабжено внешними комплексами E_t и реализациями Hodge-Laplacian, для которых:

10. E_t является Hilbert-комплексом и $d_t^2=0$ на общем типизированном домене;
11. на каждой гладкой страте symbol-sequence эллиптична;
12. граничные и transmission conditions образуют замкнутую Fredholm-реализацию;
13. семейство непрерывно в norm-resolvent либо эквивалентно контролируемом смысле;
14. положительный спектр отделён от нуля uniform gap $g_0>0$;
15. ранги harmonic spaces постоянны на исследуемом интервале;
16. внешний мост Π_E корректен; обратная ветвь используется только при B6;
17. гармонический obstruction section q_t и Evidence-D непрерывны;
18. D/Dom, projective charts и globalization data неизменны;
19. Hodge-Reper bridge χ_H типизирован и не пересекает полюсный локус;
20. предыдущие tangent, holonomy, differential, external и projective blockers закрыты;
21. сертификат HOD-AN воспроизводим по зафиксированным данным и хешам.

Тогда вне Δ_{HF} индекс, harmonic rank и сертифицированный аналитический тип постоянны. Если $\eta_H(t) \geq \epsilon_H > 0$, исчезновение данного внешнего препятствия невозможно. Если $\eta_H(t)=0$, это означает лишь снятие данного линейно-когомологического препятствия; существование полной NAPG-деформации, глобального решения и доменного события остаётся отдельной задачей.

Доказательство. Постоянство Fredholm index следует из открытости Fredholm-сектора; постоянство harmonic rank и непрерывность spectral projector - из uniform isolation нулевого спектрального кластера; (15.21) переводит ненулевую гармоническую норму в ненулевой внешний класс. Остальные утверждения следуют из firewall-условий B1-B8 и предыдущих глав. Теорема не создаёт физическую динамику и потому сохраняет статус COND.

143. Blocker-safe аналитический вывод

$$\text{Block_HF} = \text{B_complex} \cup \text{B_domain} \cup \text{B_symbol} \cup \text{B_BC} \cup \text{B_interface} \cup \text{B_range} \cup \text{B_gap} \cup \text{B_bridge} \cup \text{B_D} \cup \text{B_Dom} \cup \text{B_glue} \cup \text{B_ind.} \quad (15.29)$$

Вывод	Необходимое условие	Запрещённая интерпретация
NO-OBSTRUCTION-REMOVAL-IN-MODEL	$\text{Block_HF} = \text{empty}$ и $\eta_H \geq \varepsilon_H$	не означает невозможность иных типов перехода
CANDIDATE-ANALYTIC-TRANSITION	интервал встречается Δ_{HF} и сертификат не разрушен	не означает наступление события
ABSTAIN	есть blocker либо нет uniform numerical margin	не заменяется экспертным оптимизмом

144. Контрпримеры и разделяющие модели

Контртеорема 15.13. [ТНМ] Каждая из следующих импликаций неверна без дополнительных гипотез:

- $d^2=0 \Rightarrow$ комплекс эллиптичен;
- формальная симметрия $\Delta \Rightarrow$ выбранная реализация самосопряжённа;
- $\dim \mathcal{H}^k$ постоянно $\Rightarrow$ конкретный harmonic obstruction не может обратиться в нуль;
- η_H мало $\Rightarrow$ класс точно нулевой;
- $\eta_H=0 \Rightarrow$ существует nonlinear NAPG-lift;
- Fredholmness на каждой страте $\Rightarrow$ total stratified operator Fredholm без transmission conditions;
- ненулевой spectral flow $\Rightarrow$ физический переход;
- неассоциативность $\odot \Rightarrow$ ненулевая principal-symbol curvature.

Модель А: $d=0$ на бесконечномерном H . Имеем $d^2=0$ и $\Delta=0$, но $\dim \ker \Delta=\infty$ и Fredholmness отсутствует.

Модель В: $-d^2/dx^2$ на $[0,1]$. Одно формальное выражение с Dirichlet и Neumann доменами имеет разные нулевые моды и спектры.

Модель С: $\Delta_t=\text{diag}(t^2,1,2,3,\dots)$ на ℓ^2 . При $t \neq 0$ ядро нулевое, при $t=0$ возникает одномерная harmonic mode; переход сопровождается закрытием gap.

Модель D: $q_t=t \cdot h$ в фиксированном одномерном $\mathcal{H}$. Размерность harmonic space постоянна, но конкретный класс проходит через ноль при $t=0$. Значит, Betti number не заменяет tracking section.

Модель Е: семейство матриц $\Psi_\epsilon=\text{diag}(1,\epsilon)$. Остаток может быть нулевым, но минимальный lift растёт как ϵ^{-1} ; exactness не равна численной устойчивости.

Модель F: прямая сумма двух страт без interface equations имеет две независимые константные harmonic modes. После условия совпадения следов остаётся одна. Стратовые Betti numbers не складываются автоматически.

145. Вычислительный сертификат HOD-AN v0.12

145.1. Псевдокод

INPUT graded Hilbert data, differential d , metric/Hodge data, boundary and interface domains, obstruction q , Reper D/Dom

CHECK $\text{dense_domain}(d)$, $\text{closed_operator}(d)$, $\text{composition_defined}(d,d)$, $d^2=0$

BUILD adjoints and Laplacians with explicit domains

CHECK $\text{principal_symbol_exactness}$ for every nonzero cotangent direction

CHECK boundary/interface ellipticity and self-adjoint or Fredholm realization

COMPUTE kernel, cokernel, index, harmonic projector, positive spectral gap

COMPUTE $\eta_H = \text{norm}(P_H q)$, Green bound and conditioning ledger

CHECK external bridge Π_E and faithful flag for reverse detection

CHECK Reper bridge χ_H , λ domain, Evidence- D and globalization

IF any blocker: ABSTAIN

ELSE IF $\eta_H \geq \epsilon$ and path avoids Δ_{HF} : NO-OBSTRUCTION-REMOVAL-IN-MODEL

ELSE IF path meets Δ_{HF} with certified margins: CANDIDATE-ANALYTIC-TRANSITION

ELSE: ABSTAIN

EMIT matrices/operators, domains, spectra, residuals, hashes, proof-obligation statuses

Минимальный пакет HOD-01-HOD-20:

- HOD-01 spaces and grading; HOD-02 exact operator domains; HOD-03 d^2 test;
- HOD-04 adjoint-domain test; HOD-05 principal-symbol rank test; HOD-06 ellipticity certificate;
- HOD-07 boundary traces; HOD-08 complementing condition; HOD-09 interface compatibility;
- HOD-10 Fredholm kernel/cokernel; HOD-11 index; HOD-12 compact-resolvent flag;
- HOD-13 harmonic basis; HOD-14 spectral gap with interval enclosure; HOD-15 Green norm bound;
- HOD-16 η_H and exact residual; HOD-17 Π_E compatibility; HOD-18 χ_H and λ -domain;
- HOD-19 blocker-safe verdict; HOD-20 source, environment and artifact hashes.

146. Доказательные обязательства T2-PO-146-T2-PO-170

PO	Обязательство	Статус	Условие закрытия / результат
T2-PO-146	Hilbert-complex domains and closedness	CLOSED	операторная спецификация (15.1)
T2-PO-147	weak Hodge decomposition	CLOSED/CL	теорема Hilbert-комплекса
T2-PO-148	strong Hodge decomposition	CLOSED/COND	closed-range hypothesis
T2-PO-149	harmonic = reduced cohomology	CLOSED/CL	ортогональное разложение
T2-PO-150	ordinary cohomology = harmonic	CLOSED/COND	ran d closed
T2-PO-151	Poincare estimate and spectral gap	CLOSED/COND	self-adjoint closed-range sector
T2-PO-152	Green operator and lift estimate	CLOSED/COND	uniform gap
T2-PO-153	elliptic symbol theorem	CLOSED/CL	exact symbol sequence
T2-PO-154	Laplace-type identification	OPEN/COND	model-specific principal symbol
T2-PO-155	absolute/relative boundary realization	CLOSED/CL	smooth compact boundary
T2-PO-156	general NAPG boundary Fredholmness	OPEN	Lopatinski-Shapiro / APS data
T2-PO-157	stratified interface domain	OPEN/COND	transmission maps required
T2-PO-158	Fredholm index constancy	CLOSED/CL	continuous Fredholm family
T2-PO-159	compact resolvent on NAPG strata	OPEN/COND	compactness and ideal BC
T2-PO-160	harmonic residual formula	CLOSED/COND	closed range
T2-PO-161	spectral projector stability	CLOSED/COND	norm-resolvent continuity and gap
T2-PO-162	analytic obstruction bundle	COND	constant harmonic rank
T2-PO-163	Hodge-Reper bridge χ_H	OPEN	homogeneous functionals and pole audit
T2-PO-164	Cheeger-type singular Hodge sector	OPEN	stratified pseudomanifold hypotheses
T2-PO-165	mezzoperversity / ideal BC choice	OPEN	domain classification
T2-PO-166	uniform interval spectral certification	OPEN/COMP	validated eigensolver
T2-PO-167	compatibility with Π_E and Blind_E	COND	B1-B6
T2-PO-168	compatibility with β_{Ass}	OPEN	separate chain bridge
T2-PO-169	independent domain run	OPEN	no EXT-RUN supplied
T2-PO-170	Hodge-Fredholm predictive theorem	COND	H1-H12 and certificate HOD-AN

147. Prior art и граница авторского вклада

Классический аналитический слой включает harmonic fields, Hilbert-комплексы, Hodge decomposition, elliptic complexes, Fredholm index, boundary estimates и perturbation theory. Эти конструкции не заявляются как новые. Авторская линия Курпишева состоит в их типизированном соединении с NAPG 3.0, внутренним $C_{\min}$, внешним E-мостом, projective obstruction carrier, D/Dom-дисциплиной и blocker-safe предсказательным горизонтом.

[V0.12-1] Kodaira, K. Harmonic Fields in Riemannian Manifolds (Generalized Potential Theory). Annals of Mathematics 50(3), 587-665 (1949). DOI 10.2307/1969552.

[V0.12-2] Gaffney, M. P. Hilbert Space Methods in the Theory of Harmonic Integrals. Transactions of the AMS 78(2), 426-444 (1955). DOI 10.1090/S0002-9947-1955-0068888-1.

[V0.12-3] Brüning, J.; Lesch, M. Hilbert Complexes. Journal of Functional Analysis 108(1), 88-132 (1992). DOI 10.1016/0022-1236(92)90147-B.

[V0.12-4] Atiyah, M. F.; Singer, I. M. The Index of Elliptic Operators I. Annals of Mathematics 87(3), 484-530 (1968). DOI 10.2307/1970715.

[V0.12-5] Agmon, S.; Douglis, A.; Nirenberg, L. Estimates Near the Boundary for Solutions of Elliptic PDE Satisfying General Boundary Conditions I. CPAM 12(4), 623-727 (1959). DOI 10.1002/cpa.3160120405.

[V0.12-6] Kato, T. Perturbation Theory for Linear Operators. 2nd ed., Springer, 1995. DOI 10.1007/978-3-642-66282-9.

[V0.12-7] Cheeger, J. On the Hodge Theory of Riemannian Pseudomanifolds. Proc. Sympos. Pure Math. 36, 91-146 (1980).

[V0.12-8] Bär, C.; Ballmann, W. Boundary Value Problems for Elliptic Differential Operators of First Order. Surveys in Differential Geometry 17, 1-78 (2012). DOI 10.4310/SDG.2012.v17.n1.a1.

[V0.12-9] Kurpishev, I. B. Том I v197 RU; Том II T2-RP-v0.1-v0.11.

Граница новизны. Нельзя называть авторским открытием Hodge decomposition, ellipticity, Fredholm index или спектральную perturbation theory. Авторским является конкретный KLT-RBD/NAPG-контракт, в котором аналитический сертификат связывается с obstruction carriers, проективно-гармонической авторизацией, Evidence-D и трёхзначным выводом NO-TRANSITION / CANDIDATE / ABSTAIN.

148. Итог главы и контрольная точка T2-RP-v0.12

$\text{truth_layer_promotion}=0; \text{checkpoint}=\text{T2-RP-v0.12}; \text{next}=\text{T2-RP-v0.13}.$ (15.30)

Глава 15 построила аналитический слой NAPG: от замкнутого Hilbert-комплекса и operator domains до Hodge decomposition, elliptic/Fredholm realization, boundary/interface firewall, spectral gap и harmonic obstruction norm. Главный отрицательный результат состоит в том, что устойчиво ненулевой гармонический класс, отделённый от нуля uniform margin, не может исчезнуть внутри сертифицированной модели без пересечения Hodge-Fredholm горизонта.

Следующая сборка tom2_v0_13 развивает каноническую главу 16: деформационные функторы, moduli и derived tangent structures, miniversal families, Kuranishi maps, высшие obstruction classes и связь с уже построенным аналитическим Green-оператором.

$\text{checkpoint}=\text{T2-RP-v0.12}; \text{source}=\text{T2-RP-v0.11}; \text{truth_layer_promotion}=0; \text{next}=\text{T2-RP-v0.13}.$

149. Глава 16. Деформационные функторы, пространства модулей и отображение Кураниши

Глава переводит локальную деформационную теорию NAPG из языка отдельных касательных направлений в язык функторов на артиевых базах, группоидов деформаций и локальных модульных объектов. Основная задача состоит в том, чтобы определить, когда формальный tangent class действительно принадлежит miniversal family, какие высшие препятствия мешают продолжению и как Hodge-Green слой v0.12 строит конечномерную Kuranishi reduction без подмены локального модульного germ физическим прогнозом.

ОНТОЛОГИЯ	Модульный объект описывает не одну структуру, а пространство допустимых способов её изменения с учётом эквивалентностей и автоморфизмов. Его точкой является деформация вместе с происхождением, а не просто набор коэффициентов.
ГНОСЕОЛОГИЯ	Касательная когомология сообщает только первый порядок. Знание локального будущего требует lifting over small extensions, obstruction classes, сходимости формальной серии и сохранения D/Dom.
ФЕНОМЕНОЛОГИЯ	Наблюдаемая ветвь семейства возникает как путь в нулевом локусе Kuranishi map. Сингулярность этого локуса выражает конкуренцию допустимых способов продолжения, но не является сама по себе физической катастрофой.
ГРАНИЦА	Schlessinger hull, DGLA/L_infinity control, Kuranishi map и derived formal moduli применяются только при явно перечисленных гипотезах. Для общей NAPG-операции controlling algebra пока является отдельным доказательным обязательством.

150. Категория артиевых баз и деформационный функтор

Пусть K - поле характеристики 0, если не оговорено иное. Обозначим через Art_K категорию локальных артиевых K -алгебр A с полем вычетов K и морфизмами, индуцирующими тождество на K . Максимальный идеал обозначается $\mathfrak{m}_A$; он нильпотентен.

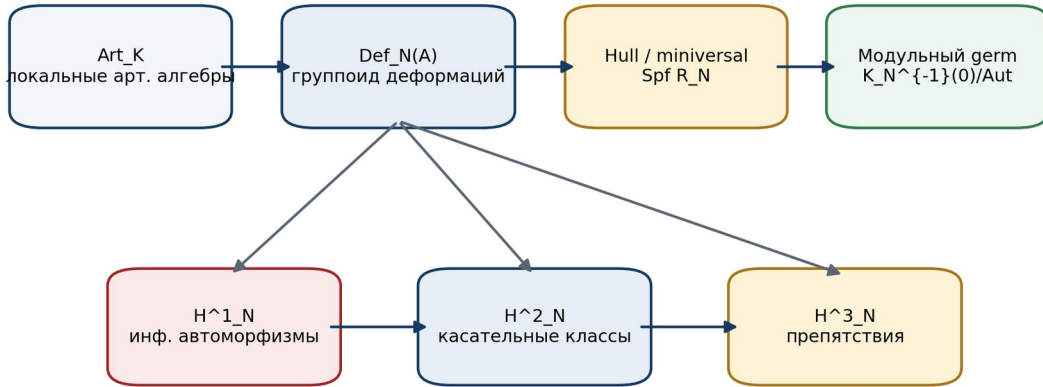
$$\text{Art}_K = \{ (A, \mathfrak{m}_A) : A/\mathfrak{m}_A \cong K, \mathfrak{m}_A^N = 0 \text{ для некоторого } N \}. \quad (16.1)$$

Определение 16.1 (NAPG deformation groupoid). Для фиксированного кадра N деформационный группоид $\text{Def}_N(A)$ состоит из NAPG-структур N_A над A , редукция которых по $A \rightarrow K$ изоморфна N , и изоморфизмов над A , тождественных на специальном слое. При забывании автоморфизмов возникает set-valued functor $\pi_0 \text{Def}_N$, но именно группоид хранит стабилизаторы.

$$\text{Def}_N : \text{Art}_K \rightarrow \text{Gpd}, \quad F_N = \pi_0 \text{Def}_N : \text{Art}_K \rightarrow \text{Set}. \quad (16.2)$$

Функториальность означает, что morphism $A \rightarrow B$ задаёт base change $N_A \otimes_A B$. Для частичных операций дополнительно требуется, чтобы $\text{Dom}_\odot$, Evidence-D, градуировка и выбранные obstruction carriers переносились совместно.

Деформационный функтор NAPG и три уровня локального модульного объекта



Касательное пространство не заменяет ни группу автоморфизмов, ни высший obstruction carrier.

Рисунок 16.1. Деформационный функтор NAPG и три уровня локального модульного объекта. Собственная схема Тома II.

151. Малые расширения и локальная задача подъёма

Малым расширением называется сюръекция $A' \rightarrow A$ в Art_K с ядром I , для которого $m_{\{A'\}}I=0$. Тогда I является конечномерным K -векторным пространством, а задача подъёма деформации ξ_A состоит в построении $\xi_{\{A'\}}$, редуцирующейся к ξ_A .

$$0 \rightarrow I \rightarrow A' \rightarrow A \rightarrow 0, \quad m_{\{A'\}}I = 0. \quad (16.3)$$

Определение 16.2 (полная линейная obstruction theory). Тройка пространств (H_N^1, H_N^2, H_N^3) задаёт полную локальную obstruction theory, если для каждого малого расширения и ξ_A существуют:

- класс препятствия $ob(\xi_A, A') \in H_N^3 \otimes I$, функториальный по morphisms малых расширений;
- эквивалентность $ob=0$ тогда и только тогда, когда lift существует;
- при $ob=0$ множество классов lifts является торсором над $H_N^2 \otimes I$;
- группа инфинитезимальных автоморфизмов каждого lift содержит естественное действие $H_N^1 \otimes I$, а при полноте совпадает с ним.

Эта схема не выводится из одного комплекса автоматически. Она является контрактом, который должен быть доказан либо получен из controlling L_∞ algebra.

152. Условия Шлессингера и существование hull

Для set-valued functor F с $F(K)=*$ рассмотрим каноническую карту для диаграммы $A' \rightarrow A \leftarrow A''$:

$$F(A' \times_A A'') \rightarrow F(A') \times_{\{F(A)\}} F(A''). \quad (16.4)$$

Условие	Точная роль	Статус для NAPG
H1	Карта (16.4) сюръективна, когда $A'' \rightarrow A$ является малым расширением.	OPEN/CTRL
H2	Карта (16.4) биективна при $A=K$ и $A''=K[\varepsilon]/(\varepsilon^2)$.	OPEN/CTRL
H3	Касательное пространство $t_F=F(K[\varepsilon])$ конечномерно.	COND-FD
H4	Карта (16.4) биективна для $A'=A''$ и малого расширения $A' \rightarrow A$.	OPEN/PROREP

Теорема 16.3 (Schlessinger package, применённый условно). Если F удовлетворяет H1-H3, то F имеет hull: существует complete local K -algebra R и smooth natural transformation $h_R \rightarrow F$, индуцирующая изоморфизм tangent spaces. Если дополнительно выполнено H4, F prorepresentable. Для groupoid-valued задач эти условия требуют стековой или derived модификации.

В NAPG конечномерность tangent space следует только в конечномерном или Fredholm-редуцированном секторе. Поэтому H3 не переносится на произвольную бесконечномерную модель без дополнительных compactness и gauge-fixing гипотез.

153. Versal, miniversal и universal: запрет терминологической подмены

Пусть $(S,0)$ - формальный или аналитический germ, а N_S - семейство деформаций. Оно называется versal, если всякая малая деформация индуцируется из него после некоторого base map. Оно miniversal, если дополнительно дифференциал base map единственен в первом порядке и $\dim T_0S$ минимальна. Universal family требует единственности самого base map.

$$universal \Rightarrow miniversal \Rightarrow versal, \quad \text{обратные импликации неверны.} \quad (16.5)$$

Наличие нетривиальных автоморфизмов обычно разрушает универсальность, не разрушая miniversality. Поэтому локальный модульный объект NAPG следует хранить как группоид или stack germ, а не только как множество точек.

154. Трёхчленный деформационный комплекс и derived tangent

Используется комплекс, согласованный с предыдущими главами:

$$C_{N^1} \xrightarrow{d_{N^1}} C_{N^2} \xrightarrow{d_{N^2}} C_{N^3}, \quad d_{N^2} d_{N^1} = 0. \quad (16.6)$$

Его когомологии имеют проектную интерпретацию:

$$H_{N^1} = \text{infinitesimal automorphisms}, \quad H_{N^2} = \text{tangent classes}, \quad H_{N^3} = \text{primary obstructions}. \quad (16.7)$$

Для сопоставления с derived geometry вводится controlling shift $g_N = C_N[1]$, то есть $g_N^j = C_N^{j+1}$. Тогда derived tangent complex определяется как $T_N^{\text{der}} = g_N[1]$, и

$$H^{-1}(T_N^{\text{der}}) = H_{N^1}, \quad H^0(T_N^{\text{der}}) = H_{N^2}, \quad H^1(T_N^{\text{der}}) = H_{N^3}. \quad (16.8)$$

Отрицательные степени хранят stabilizer directions, нулевая степень - деформации, положительные - препятствия. Coarse tangent space H_{N^2} теряет H_{N^1} и потому не является полной локальной моделью moduli problem.

155. Контролирующая L_∞ -гипотеза

Гипотеза CTRL-16.1. Для выбранного класса NAPG-структур существует полная фильтрованная L_∞ -алгебра

$$g_N = (g_N, l_1, l_2, l_3, \dots) \quad (16.9)$$

и естественная эквивалентность группоидов $\text{Def}_N(A)$ с Maurer-Cartan groupoid $g_N \otimes m_A$ для всех $A \in \text{Art}_K$. Полнота фильтрации обеспечивает конечность каждой MC-суммы на артиевой базе.

$$MC_N(A) = \{ \alpha \in g_N^1 \otimes m_A : \sum_{n \geq 1} (1/n!) l_n(\alpha, \dots, \alpha) = 0 \}. \quad (16.10)$$

В проектной нумерации $g_N^1 = C_N^2$, поэтому MC-параметр является вариацией бинарной операции или полного NAPG-кадра. Gauge action задаётся degree-zero частью $g_N^0 = C_N^1$. Для общей частичной операции $\odot$ существование такой g_N не предполагается без доказательства: оно включено в T2-PO-176.

156. Lifting theorem из Maurer-Cartan equation

Теорема 16.4 (малое расширение, условная форма). Пусть CTRL-16.1 выполнена, $A' \rightarrow A$ - малое расширение с ядром I , а $\alpha_A \in MC_N(A)$. Выберем lift $\alpha \in g_N^1 \otimes m_{A'}$. Его curvature

$$F(\alpha) = \sum_{n \geq 1} (1/n!) l_n(\alpha^n) \in g_N^2 \otimes I \quad (16.11)$$

является l_1 -циклом, а его класс в $H^2(g_N) \otimes I = H_N^3 \otimes I$ не зависит от выбранного lift. Он равен obstruction class. Класс исчезает тогда и только тогда, когда α_A допускает MC-lift; множество lifts modulo gauge является торсором над $H^1(g_N) \otimes I = H_N^2 \otimes I$.

Доказательство использует L_∞ identities и условие $m_{A'} I = 0$, уничтожающее нелинейные члены, содержащие поправку дважды. Это стандартный механизм, но его перенос на NAPG зависит от CTRL-16.1.

157. Hodge-Green contraction data

Глава 15 построила Green-оператор для Fredholm Hodge-реализации. Для controlling complex требуется совместимый contraction datum

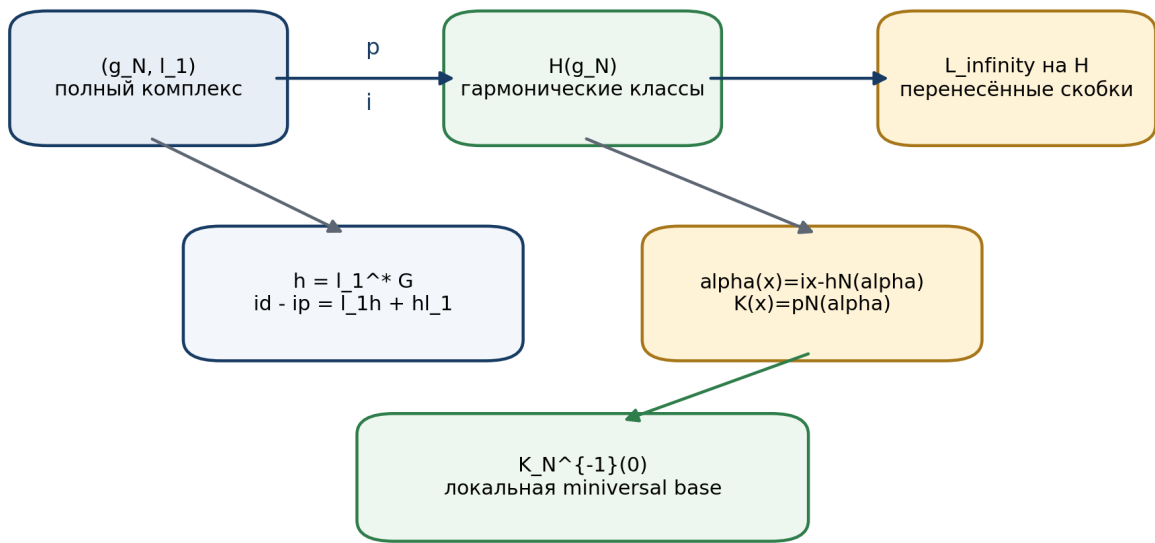
$$(H(g_N), 0) \xrightarrow{-i} (g_N, l_1) \xrightarrow{-p} (H(g_N), 0), \quad id \cdot ip = l_1 h + h l_1. \quad (16.12)$$

В Hodge gauge выбираются

$$p = P_H, \quad i = \text{harmonic inclusion}, \quad h = l_1^* G. \quad (16.13)$$

Равенство (16.12) следует из Hodge decomposition при closed range и корректных domains. Однако для использования в L_∞ -рекурсии нужны дополнительные условия: h должен сохранять фильтрацию и допустимые NAPG-секторы; bracket maps должны быть определены на образах h ; multilinear estimates должны обеспечивать сходимость.

Hodge-Green contraction и построение отображения Кураниши



Green-оператор даёт гомотопию только после фиксации домена, метрики, гар и совместимости скобок.

Рисунок 16.2. Hodge-Green contraction и построение отображения Кураниши. Собственная схема Тома II.

158. Рекурсия Кураниши

Обозначим нелинейную часть Maurer-Cartan оператора

$$N(\alpha) = \sum_{n \geq 2} (1/n!) l_n(\alpha^{\wedge n}). \quad (16.14)$$

Для $x \in H^1(g_N) = H_N^2$ ищется gauge-fixed solution $\alpha(x)$ уравнения

$$\alpha(x) = i(x) - hN(\alpha(x)), \quad h\alpha(x) = 0. \quad (16.15)$$

Отображение Кураниши определяется как гармоническая часть остатка:

$$K_N(x) = pN(\alpha(x)) \in H^2(g_N) = H_N^3. \quad (16.16)$$

Теорема 16.5 (Kuranishi reduction, условная аналитическая форма). Если N аналитично на шаре, h ограничен и отображение $\alpha \mapsto i(x) - hN(\alpha)$ является сжатием равномерно для $\|x\| < r_K$, то (16.15) имеет единственное решение. Это решение удовлетворяет полной МС equation тогда и только тогда, когда $K_N(x) = 0$.

Итак, local miniversal base задаётся нулевым локусом K_N , но только внутри радиуса сходимости и выбранного Hodge gauge.

159. Явная оценка радиуса сходимости

Пусть на шаре $\|\alpha\| \leq R$ выполнено

$$\|N(\alpha) - N(\beta)\| \leq L_R \|\alpha - \beta\|, \quad \|h\| L_R < 1. \quad (16.17)$$

Если $\|i(x)\| + \|h\| \cdot \|N(0)\| \leq R(1 - \|h\| L_R)$, то contraction mapping theorem даёт существование и единственность $\alpha(x)$. В типичном MC-секторе $N(0)=0$, поэтому достаточно

$$\|x\| \leq R(1 - \|h\| L_R) / \|i\|. \quad (16.18)$$

Определение 16.6 (Kuranishi conditioning margin).

$$m_K(R) = 1 - \|h\| L_R. \quad (16.19)$$

При $m_K \leq 0$ аналитическая редукция не сертифицирована. При малом положительном m_K решение существует, но чувствительно к ошибкам. Это связывает Kuranishi construction с spectral gap главы 15, поскольку $\|h\|$ обычно контролируется $\|G\| \leq \gamma^{-1}$.

160. Taylor-слои и высшие obstruction classes

После homotopy transfer пространство $H(g_N)$ получает минимальную L_∞ -структуру κ_n . В принятой симметрической convention первые компоненты Kuranishi map имеют вид

$$K_N(x) = \kappa_2(x, x) + \kappa_3(x, x, x) + \kappa_4(x, x, x, x) + \dots \quad (16.20)$$

$$\kappa_2(x, x) = 1/2 \cdot p \, l_2(ix, ix). \quad (16.21)$$

$$\kappa_3(x, x, x) = 1/6 \cdot p \, l_3(ix, ix, ix) - 1/2 \cdot p \, l_2(ix, h \, l_2(ix, ix)). \quad (16.22)$$

Знаки и коэффициенты (16.22) относятся к зафиксированной suspension convention. При иной convention формула должна быть пересчитана, а не перенесена по зрительному сходству.

Определение 16.7. Порядок первого ненулевого препятствия

$$v_K(x) = \min\{n \geq 2: \kappa_n(x, \dots, x) \neq 0\}, \quad v_K = \infty \text{ если все члены исчезают.} \quad (16.23)$$

Исчезновение κ_2 не устраняет κ_3 и последующие классы. Поэтому нулевой primary obstruction является только входом в tower of higher obstructions.

161. Miniversal base и формальное локальное кольцо

Пусть $\dim H_N^2 = m$ и $\dim H_N^3 = q$. После выбора базисов K_N имеет компоненты $K_1, \dots, K_q$ в $K[[t_1, \dots, t_m]]$. Формальная miniversal base определяется кольцом

$$R_N^{\min} = K[[t_1, \dots, t_m]] / (K_1, \dots, K_q). \quad (16.24)$$

Её Zariski tangent space равно H_N^2 , потому что $dK_N(0) = 0$ для минимальной L_∞ -модели. Наличие q уравнений не означает codimension q : компоненты могут быть зависимы, иметь общие множители или задавать nonreduced germ.

Miniversal base определена неканонически: выбор Hodge splitting, координат и gauge меняет K_N , хотя при корректных hypotheses формальные germs эквивалентны. Сравнивать следует right-equivalence class или соответствующий formal moduli problem, а не буквальные коэффициенты одной формулы.

162. Формальная гладкость, жёсткость и unobstructedness

Свойство	Условие	Точный вывод
Infinitesimal rigidity	$H_N^2=0$	Нет нетривиальных деформаций первого порядка; при полной obstruction theory functor формально локально тривиален.
Unobstructedness	$K_N=0$ либо $H_N^3=0$ при complete control	Miniversal base гладкая формальной размерности $\dim H_N^2$.
No automorphisms	$H_N^1=0$	Повышает шанс universality/prorepresentability, но не заменяет H4.
Quadratic germ	$\kappa_n=0$ для $n\geq 3$ после equivalence	Base задаётся quadratic cone $\kappa_2(x,x)=0$.
Formal smoothness	все lifts по малым расширениям существуют	Не гарантирует convergence аналитической family без Artin/Kuranishi-type theorem.

Теорема Goldman-Millson о quadratic singularities в специальных Kähler-ситуациях не означает, что всякая NAPG-moduli problem квадратична. Для такого вывода требуется formality или эквивалентная редукция controlling DGLA.

163. Derived formal moduli и граница применения

В характеристике 0 formal moduli problems при стандартных axioms эквивалентны подходящим dg Lie или L_infinity-алгебрам. В этой корреспонденции derived tangent complex хранит не только tangent space, но и автоморфизмы и obstruction directions.

FormalModuli_K $\simeq$ dgLie_K (npu char K=0 и соответствующих homotopical hypotheses). (16.25)

Для NAPG это является не готовой теоремой, а шаблоном построения. Требуется определить derived category объектов, weak equivalences, nilcomplete functor, infinitesimal cohesiveness и совместимость partial Dom-data. До закрытия этих пунктов термин derived NAPG moduli используется со статусом COND.

164. Stack versus coarse moduli: stabilizer no-go

Пусть ξ - деформация с группой автоморфизмов $\text{Aut}(\xi)$. Переход от groupoid $\text{Def}_N(A)$ к множеству $\pi_0\text{Def}_N(A)$ забывает $\text{Aut}(\xi)$ и его деформации. Поэтому две задачи с одинаковыми coarse points могут иметь разные derived tangent complexes.

$$\pi_0\text{Def}_N \text{ не определяет } H^{\vee-1}(T_N^{\text{der}}). \quad (16.26)$$

Контртеорема 16.8. Нельзя восстановить локальный stack germ по одному coarse moduli germ без stabilizer data. В частности, quotient singularity и обычное сингулярное пространство могут иметь совпадающее множество точек, но различные isotropy и deformation theory.

165. Стратификация локального модульного пространства

Локальная miniversal base $S_N = K_N^{-1}(0)$ стратифицируется по invariants: размерности stabilizer, рангу Hessian/leading obstruction, типу orbit, multiplicity, Hilbert-Samuel function и projective obstruction direction.

$$S_N = \bigsqcup_{\alpha} S_{N,\alpha}, \quad P_{mod}(x) = (\dim H^1, \dim H^2, \dim H^3, v_K, HS_x, \dim Aut_x, [K_{lead}]). \quad (16.27)$$

Whitney regularity, existence of finite stratification и local triviality не предполагаются автоматически. Для вычислительного слоя допускается конечная semialgebraic/analytic stratification только после проверки применимого theorem package.

166. Модульный переходный горизонт предсказательного метода

$$\Delta_{mod} = \Delta_{HF} \cup \Delta_{ctrl} \cup \Delta_{Sch} \cup \Delta_{aut} \cup \Delta_{tan} \cup \Delta_{obs} \cup \Delta_{Kur} \cup \Delta_{conv} \cup \Delta_{orb} \cup \Delta_D \cup \Delta_{Dom} \cup \Delta_{glue}. \quad (16.28)$$

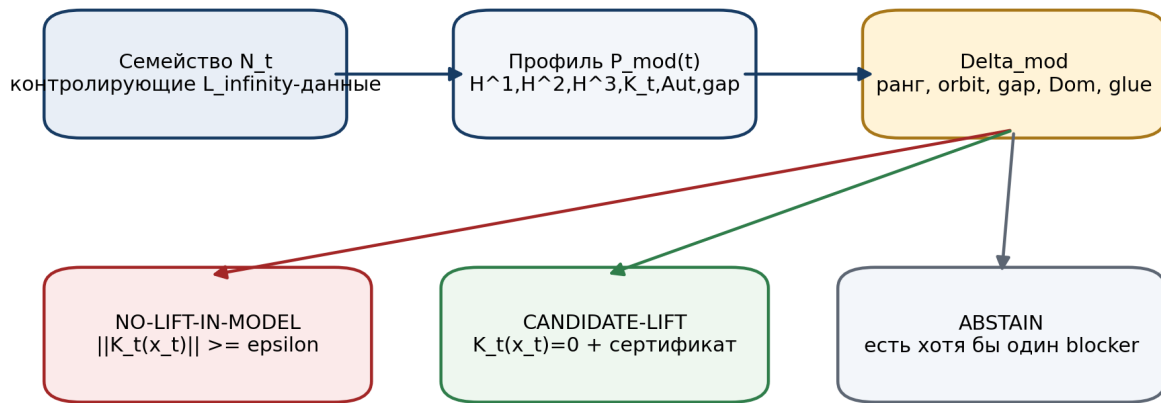
Компоненты фиксируют соответственно: потерю Hodge-Fredholm условий; разрушение controlling algebra; отказ Schlessinger conditions; jump stabilizer; изменение tangent/obstruction ranks; смену Kuranishi germ; потерю convergence margin; orbit/stratum transition; повреждение Evidence-D, domain или descent.

Для конкретного tangent candidate x_t определяется Kuranishi residual

$$\eta_K(t) = \|K_{\{N_t\}}(x_t)\|. \quad (16.29)$$

Если $\eta_K \geq \varepsilon_K > 0$ на интервале, соответствующий класс не интегрируется в local MC-family. Если $\eta_K = 0$, получается только локальный candidate-lift; глобализация, внешний E-мост, λ -шлюз и независимая проверка остаются отдельными.

Модульный переходный горизонт и blocker-safe вывод



Нуль Kuranishi map означает локальную интегрируемость в выбранной модели, а не физическое событие.

Рисунок 16.3. Модульный переходный горизонт и blocker-safe вывод. Собственная схема Тома II.

167. Сертифицированная тривиализация семейства moduli problems

Простого постоянства размерностей H_N^i недостаточно для постоянства moduli germ. Поэтому вводится сильный сертификат $\text{ModTriv}(I)$, содержащий:

- идентификации graded Hilbert spaces и domains вдоль I ;
- filtered L_∞ -isomorphisms controlling algebras, непрерывные по параметру;
- совместимые Hodge contractions (p_t, i_t, h_t) с uniform bounds;
- right-equivalence $K_t = B_t \circ K_{t_0} \circ A_t^{-1}$ для локальных аналитических координат;
- сохранение stabilizer groupoids, D/Dom , charts и globalization data;
- равномерный Kuranishi radius и separation from Δ_{mod} .

Только такой сертификат разрешает переносить отрицательный прогноз между параметрами. Постоянные Betti numbers без $\text{ModTriv}(I)$ этого не обеспечивают.

168. Главная условная теорема T2-RP-v0.13

Теорема 16.9 (Moduli-Kuranishi-safe predictive theorem). [COND] Пусть семейство N_t на компактном интервале I удовлетворяет:

22. существует complete filtered controlling L_∞ -algebra g_t для каждой N_t ;
23. выполнены H1-H3 Шлессингера и существует miniversal hull;
24. Hodge-Green contractions корректны и имеют uniform spectral/convergence margins;
25. задан сертификат $\text{ModTriv}(I)$ и $I \cap \Delta_{\text{mod}} = \emptyset$;
26. candidate section $x_t \in H_{\{N_t\}^2}$ непрерывен и сохраняет Evidence-D/Dom;
27. все предыдущие tangent, differential, external, projective и global blockers закрыты.

Тогда локальный moduli type и order profile v_K постоянны в сертифицированной тривиализации. Если

$$\eta_K(t) = \|K_t(x_t)\| \geq \varepsilon_K > 0 \text{ для всех } t \in I, \quad (16.30)$$

то ни один x_t не интегрируется в MC-deformation в пределах указанного Kuranishi neighborhood. Следовательно, структурный переход, требующий именно этой ветви, невозможен внутри модели.

Если $\eta_K(t)=0$, существует локальный formal/analytic candidate-lift при остальных гипотезах, но теорема не утверждает его глобальность, уникальность, устойчивость вне радиуса, физическую реализацию или вероятность события.

169. Blocker-safe вывод главы

$$Block_mod = B_ctrl \cup B_Sch \cup B_HF \cup B_gauge \cup B_conv \cup B_Kur \cup B_aut \cup B_stack \cup B_D \cup B_Dom \cup B_glue \cup B_ind. (16.31)$$

Условие	Вердикт	Смысл
$\eta_K \geq \varepsilon_K, Block_mod = \emptyset$	NO-LIFT-IN-MODEL	Класс не принадлежит локальному нулевому локусу Kuranishi map.
$\eta_K = 0, Cert_mod$ полный	CANDIDATE-LIFT	Локальный интегрируемый кандидат; дальнейшие мосты ещё нужны.
любой blocker ненулевой	ABSTAIN	Доказательная цепь недостаточна или плохо обусловлена.

170. Контрпримеры и разделяющие модели

- Tangent без lift: functor с ненулевым H^2_N и квадратичным $K(x)=x^2$ имеет все first-order directions, но only $x=0$ интегрируется.
- Primary obstruction zero, higher obstruction nonzero: $\kappa_2=0$ и $\kappa_3(x,x,x)\neq 0$.
- Miniversal не universal: наличие $H^1_N\neq 0$ создаёт несколько base maps, связанные автоморфизмами.
- Одинаковые $\dim H^i$, разные germs: $K_1(x,y)=xy$ и $K_2(x,y)=x^2+y^3$ имеют одинаковые ambient tangent/obstruction dimensions, но различные singularity types.
- Формальное без аналитического: формальная серия может не иметь положительного радиуса сходимости без analytic estimates.
- Green dependence: разные метрики дают разные representatives и Kuranishi maps, хотя корректные germs могут быть equivalent.
- Coarse-space blindness: quotient $[A^1/\{\pm 1\}]$ и его coarse A^1 имеют разные stabilizer data.
- Нуль K не физическое событие: статическая алгебраическая family может иметь гладкую miniversal base без времени, причинности и наблюдаемой.

Эти модели запрещают цепочку «tangent → deformation → event» без lift, convergence, globalization и domain evidence.

171. Вычислительный сертификат MOD-KUR v0.13

Минимальный воспроизводимый пакет MOD-01-MOD-24:

- MOD-01 Art_K/base specification; MOD-02 object and morphism schemas; MOD-03 gauge groupoid;
- MOD-04 complex d^1, d^2 ; MOD-05 exact $d^2 d^1$ test; MOD-06 H^1, H^2, H^3 bases;
- MOD-07 small-extension generator; MOD-08 obstruction-class independence; MOD-09 lift torsor test;
- MOD-10 Schlessinger H1; MOD-11 H2; MOD-12 H3 finite-dimensionality; MOD-13 H4/prorepresentability flag;
- MOD-14 controlling L_∞ identities; MOD-15 MC equation; MOD-16 gauge invariance;
- MOD-17 Hodge contraction identity; MOD-18 Green norm and spectral margin; MOD-19 fixed-point contraction;
- MOD-20 Kuranishi Taylor coefficients; MOD-21 zero-locus and local algebra; MOD-22 stabilizer/orbit strata;
- MOD-23 blocker-safe verdict; MOD-24 sources, code, environment and artifact hashes.

171.1. Псевдокод

```

INPUT NAPG frame  $N$ , controlling data  $g$ , Artin bases, Hodge-Green package, candidate  $x$ ,  $D/\text{Dom}$ 
CHECK  $l_\infty$  identities; compute  $H^1, H^2, H^3$ ; test small extensions and Schlessinger maps
BUILD contraction  $(p, i, h)$ ; verify  $\text{id}_{ip} = l_1 h + h l_1$  and uniform bounds
SOLVE  $\alpha = i(x) - hN(\alpha)$ ; COMPUTE  $K(x) = pN(\alpha)$  with interval enclosure
IF blockers  $\neq \text{empty}$ : ABSTAIN
ELSE IF  $\text{lower\_bound}(|K(x)|) > 0$ : NO-LIFT-IN-MODEL
ELSE IF  $K(x) = 0$  exactly and all certificates pass: CANDIDATE-LIFT
STORE proof objects, choices, hashes and rollback checkpoint.
    
```

(16.32)

172. Доказательные обязательства T2-PO-171-T2-PO-196

ID	Обязательство	Статус	Условие закрытия
T2-PO-171	Определить Art_K и base-change для частичных NAPG-операций.	CLOSED-FD	Конечномерный типизированный сектор.
T2-PO-172	Построить groupoid-valued Def_N , сохраняющий D/Dom .	COND	Нужна полная morphism specification.
T2-PO-173	Доказать small-extension obstruction class.	COND	Следует из CTRL-16.1.
T2-PO-174	Доказать lift torsor $H_N^{\wedge 2} \otimes I$.	COND	Полная obstruction theory.
T2-PO-175	Идентифицировать infinitesimal automorphisms с $H_N^{\wedge 1}$.	COND	Gauge completeness.
T2-PO-176	Построить controlling filtered L_∞ algebra NAPG.	OPEN	Главный алгебраический blocker.
T2-PO-177	Проверить Schlessinger H1.	OPEN	Fiber-product lifting.
T2-PO-178	Проверить Schlessinger H2.	OPEN	Dual-number compatibility.
T2-PO-179	Доказать H3 finite tangent.	COND-FD	Fredholm/finite sector.
T2-PO-180	Проверить H4 или явно отказаться от universality.	OPEN	Automorphism-sensitive.
T2-PO-181	Согласовать shift $g=C[1]$ и derived tangent degrees.	CLOSED	Фиксированная convention.
T2-PO-182	Доказать совместимость bracket maps с domains.	OPEN	Unbounded/partial maps.
T2-PO-183	Построить Hodge contraction p, i, h .	COND-HF	Опирается на v0.12.
T2-PO-184	Доказать homotopy-transfer convergence.	OPEN	Uniform multilinear estimates.
T2-PO-185	Построить Kuranishi recursion.	COND	Contraction margin $m_K > 0$.
T2-PO-186	Доказать MC iff $K=0$ в выбранной окрестности.	COND	Gauge and convergence.
T2-PO-187	Вычислить k_2, k_3 на модели A_2 .	OPEN-COMP	Нужны structural constants.
T2-PO-188	Построить miniversal local algebra.	COND	После T2-PO-176/185.
T2-PO-189	Доказать independence до right-equivalence.	OPEN	Смена metric/splitting.
T2-PO-190	Классифицировать stabilizer strata.	OPEN	Stack-level data.
T2-PO-191	Определить derived formal NAPG problem.	OPEN	Nilcomplete/infinitesimal cohesive.
T2-PO-192	Построить $\text{ModTriv}(I)$ certificate.	OPEN-COMP	Параметрическое family data.
T2-PO-193	Сертифицировать interval bound для $\ K(x)\ $.	OPEN-COMP	Validated numerics.
T2-PO-194	Согласовать Kuranishi carrier c	OPEN	Bridge theorem.

ID	Обязательство	Статус	Условие закрытия
	П_Е и β_Ass.		
T2-PO-195	Провести независимый moduli гип.	OPEN-IND	Внешний код и данные.
T2-PO-196	Сохранить физический status lock.	CLOSED	truth_layer_promotion=0.

173. Prior art, граница авторского вклада и контрольная точка

Классический prior art включает: функторы артиевых колец и критерии hull/prorepresentability Шлессингера; теорию деформаций Кодайры-Спенсера и локально полные семейства Кураниши; cohomology-controlled deformation theory Герштенхабера и Нейенхёйса-Ричардсона; quadratic deformation germs Goldman-Millson; derived formal moduli frameworks Lurie-Pridham. Эти результаты не являются авторскими результатами проекта.

Авторский слой Курпишева в этой главе состоит в типизированном включении moduli-Kuranishi apparatus в архитектуру NAPG/KLT-RBD: триада $H_N^1/H_N^2/H_N^3$ связывается с D/Dom, Evidence-D, projective harmonic gate, внутренним и внешним obstruction carriers, Hodge-Green certificate, модульным переходным горизонтом и трёхзначным предсказательным выводом.

[V0.13-1] Schlessinger, M. Functors of Artin Rings. Transactions of the AMS 130 (1968), 208-222.

[V0.13-2] Kodaira, K.; Spencer, D. C. On Deformations of Complex Analytic Structures I-II. Annals of Mathematics 67 (1958), 328-466. DOI 10.2307/1970009.

[V0.13-3] Kuranishi, M. On the Locally Complete Families of Complex Analytic Structures. Annals of Mathematics 75 (1962), 536-577. DOI 10.2307/1970211.

[V0.13-4] Kuranishi, M. New Proof for the Existence of Locally Complete Families of Complex Structures. Proc. Conf. Complex Analysis, Springer (1965), 142-154. DOI 10.1007/978-3-642-48016-4_13.

[V0.13-5] Nijenhuis, A.; Richardson, R. W. Cohomology and Deformations in Graded Lie Algebras. Bull. AMS 72 (1966), 1-29. DOI 10.1090/S0002-9904-1966-11401-5.

[V0.13-6] Goldman, W. M.; Millson, J. J. The Deformation Theory of Representations of Fundamental Groups of Compact Kähler Manifolds. Publ. Math. IHES 67 (1988), 43-96. DOI 10.1007/BF02699127.

[V0.13-7] Pridham, J. P. Unifying Derived Deformation Theories. Advances in Mathematics 224 (2010), 772-826. arXiv:0705.0344.

[V0.13-8] Lurie, J. Derived Algebraic Geometry IV: Deformation Theory. arXiv:0709.3091.

[V0.13-9] Kurpishev, I. B. Том I v197 RU; Том II T2-RP-v0.1-v0.12.

truth_layer_promotion=0; checkpoint=T2-RP-v0.13; next=T2-RP-v0.14. (16.33)

Глава 16 построила локальную модульную машину NAPG: от Artin deformation functor и small-extension obstruction calculus до derived tangent complex, Hodge-Green contraction, Kuranishi map, miniversal base, higher obstruction tower и moduli-safe predictive horizon. Главный отрицательный результат: равномерно ненулевой Kuranishi residual исключает интегрируемость выбранной ветви в сертифицированной локальной модели. Нулевой residual создаёт только candidate-lift, а не событие.

Следующая сборка tom2_v0_14 развивает каноническую главу 17: стратифицированные пространства модулей, wall-crossing, bifurcation loci, monodromy of branches и устойчивые переходные инварианты.

checkpoint=T2-RP-v0.13; source=T2-RP-v0.12; truth_layer_promotion=0; next=T2-RP-v0.14.

Глава 17. Стратифицированные пространства модулей, wall-crossing, bifurcation loci и монодромия ветвей

Контрольная точка T2-RP-v0.14 · кумулятивное продолжение tom2_v0_13

ОНТОЛОГИЯ

Пространство модулей не является единым гладким фоном. Оно состоит из страт, на которых тип объекта, размер стабилизатора, ранги касательного и obstruction-слоёв сохраняются, а границы страт фиксируют места возможной перестройки.

ГНОСЕОЛОГИЯ	Wall-crossing является знанием о смене классификационного режима, а не свидетельством наступившего физического события. Надёжный вывод требует карты ветвей, переходных инвариантов, достаточного основания D и явно заданного Dom .
ФЕНОМЕНОЛОГИЯ	Наблюдаемая ветвь может исчезать, раздваиваться, сливаться или возвращаться после обхода сингулярного локуса с иной маркировкой. Монодромия хранит память обхода, но не создаёт причинность сама по себе.
ГРАНИЦА	Все теоремы главы относятся к сертифицированным конечномерным аналитическим, алгебраическим или стратифицированным моделям. ПН.2, F-1-F-14 и физические мосты статуса не меняют; <code>truth_layer_promotion=0</code> .

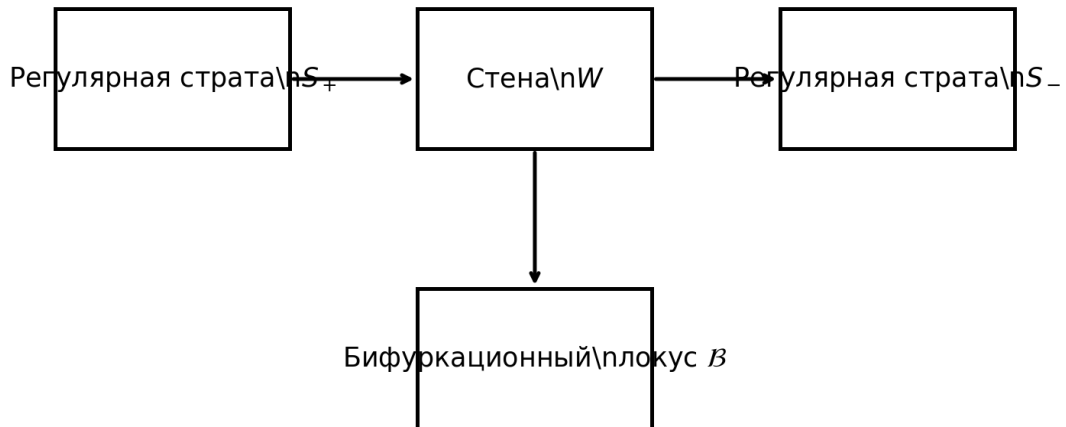
174. Модульное пространство как стратифицированный объект

Пусть M_N обозначает локальный или глобальный носитель классов NAPG-структур после факторизации по допустимым изоморфизмам. Даже если каждая регулярная точка допускает локальную Kuranishi-модель, объединение классов обычно не является многообразием: размер стабилизатора, число ветвей, ранг линейзации и тип препятствий могут скачкообразно меняться.

$$M_N = \bigsqcup_{\alpha \in A} S_\alpha, \quad S_\alpha \cap \overline{S_\beta} \neq \emptyset \Rightarrow S_\alpha \subset \overline{S_\beta}. \quad (17.1)$$

Стратификация считается допустимой для предсказательного слоя, если каждая S_α является гладкой локально замкнутой стратой, локальный модульный профиль постоянен на S_α , а frontier condition проверено. Whitney (a) и (b) не объявляются автоматически: они являются отдельными доказательными обязательствами.

Стратифицированное пространство модулей и переходные локусы



Переход разрешается только после проверки wall certificate, branch tracking и D/Dom.

Рисунок 17.1. Стратифицированное пространство модулей, стена и бифуркационный locus. Собственная схема Тома II.

175. Профиль страты и переходные инварианты

Для точки $x \in \mathcal{S}_\alpha$ вводится типизированный профиль, объединяющий локальные данные главы 16 и аналитический запас главы 15:

$$P_{str}(x) = (\dim H^1_x, \dim H^2_x, \dim H^3_x, \dim Aut_x, rank dK_x, mult_x, HS_x, \gamma_x, \lambda_x, D_x, Dom_x). \quad (17.2)$$

Здесь $mult_x$ обозначает кратность локального germ, HS_x - Hilbert-Samuel функцию, γ_x - сертифицированный спектральный зазор. Переходным инвариантом называется функция I на регулярной части, локально постоянная на каждой страте и снабжённая правилом сравнения при подходе к frontier.

$$I_{trans} : M_N^{reg} \rightarrow \Lambda, \quad I_{trans}|_{\{S_\alpha\}} = const. \quad (17.3)$$

Отсутствие правила сравнения означает, что значения на соседних стратах нельзя складывать, вычитать или ранжировать, даже если они записаны одинаковыми числами.

176. Wall, chamber и wall certificate

Пусть параметрическое пространство P разбито на камеры C_v и стены W_μ . Камера есть связная компонента $P \setminus W$, на которой сертифицированный модульный тип постоянен. Стена есть локус, где нарушается хотя бы один из ранговых, стабилизаторных, спектральных, доменных или ветвящихся признаков.

$$W = \Delta_{rank} \cup \Delta_{aut} \cup \Delta_{obs} \cup \Delta_{gap} \cup \Delta_{branch} \cup \Delta_D \cup \Delta_{Dom} \cup \Delta_{glue}. \quad (17.4)$$

Wall certificate $WC(t^*)$ состоит из локального уравнения стены, ориентации нормали или coorientation, перечня подходящих ветвей, односторонних пределов инвариантов, контроля multiplicity, Evidence-D и воспроизводимого вычислительного свидетельства.

17.3.1. Теорема постоянства в камере

Теорема 17.1. Пусть C является связной камерой, семейство moduli problems тривиализовано сертификатом $ModTriv(C)$, а C не пересекает W . Тогда профиль P_{str} и все сертифицированные локально постоянные переходные инварианты постоянны на C .

Доказательство. $ModTriv(C)$ задаёт совместимые идентификации controlling data, Hodge-Green contractions, Kuranishi germs, stabilizer groupoids и D/Dom . Отсутствие стен исключает изменение дискретных ранговых и ветвящихся данных. Связность C завершает доказательство.

177. Wall-crossing operator и предел его корректности

Для ориентированного пересечения стены путём γ определён частичный оператор перехода:

$$WC_{\{\gamma, t^*\}}: Inv(C_{-}) \rightarrow Inv(C_{+}). \quad (17.5)$$

Он определён только тогда, когда ветви с обеих сторон идентифицированы через общий degeneration datum. В аддитивном секторе допускается wall-crossing defect

$$\Delta_W I = I_{+} - T_{\{- \rightarrow +\}} I_{-}, \quad (17.6)$$

где $T_{\{- \rightarrow +\}}$ является доказанным transport map. Без $T_{\{- \rightarrow +\}}$ разность не типизирована. В общем NAPG-секторе wall-crossing может быть correspondence, span или functor между groupoids, а не числовой скачок.

Контртеорема 17.2. Равенство размерностей пространств инвариантов по обе стороны стены не задаёт канонического wall-crossing operator. Требуются идентификация ветвей и transport data.

178. Бифуркационный локус и reduced equation

Пусть $K_t(x)=0$ является локальным уравнением Кураниши. Бифуркационный локус определяется как множество параметров, где решение существует и линеаризация по x теряет регулярность:

$$\text{Bif}(K) = \{(t,x): K_t(x)=0, \text{rank } D_x K_t < r_{\text{reg}}\}. \quad (17.7)$$

Его проекция на параметрическую базу обозначается $V=\text{pr}_P \text{Bif}(K)$. Для одномерного kernel/cokernel после Lyapunov-Schmidt reduction задача сводится к скалярной функции $g(t,a)=0$. Типы fold, pitchfork и cusp разрешено употреблять лишь после проверки ненулевых производных, соответствующих нормальным формам.

$$\text{fold: } g=0, g_a=0, g_{aa} \neq 0, g_t \neq 0; \quad \text{cusp: } g=g_a=g_{aa}=0, g_{aaa} g_t \neq 0. \quad (17.8)$$

Наличие singular Jacobian является кандидатом бифуркации, но не доказывает число реальных ветвей, их устойчивость или физическую наблюдаемость.

179. Разделяющая теорема: wall не равен bifurcation

Теорема 17.3. В общем случае W и B не совпадают. Стена может возникать из смены стабильности, домена или стабилизатора при регулярном локальном уравнении; бифуркация может возникать внутри одной камеры выбранной внешней классификации.

- Пример wall без bifurcation: меняется GIT-поляризация и набор допустимых орбит, хотя локальная ветвь остаётся гладкой.
- Пример bifurcation без выбранной wall: семейство $g(t,a)=a^2-t$ имеет fold при $t=0$, даже если внешняя chamber decomposition не введена.
- Пример ложного совпадения: rank jump численного Jacobian, вызванный плохой обусловленностью, исчезает после интервальной сертификации.

180. Ветви, нормализация и branch ledger

Пусть $Z=\{K=0\}$ - локальный аналитический zero-locus. Для различения ветвей используется нормализация $v: Z^{\sim} \rightarrow Z$ либо эквивалентный branch cover над регулярной частью параметров. Ветвь b определяется как связная компонента нормализованного прообраза после удаления ramification locus.

$$\text{Branch}(Z/P) = \pi_0(Z^{\sim} \setminus \text{Ram}(v)). \quad (17.9)$$

Branch ledger хранит branch_id, local equation, multiplicity, orientation/coorientation, stabilizer, D/Dom, provenance, допустимые продолжения и список точек ветвления. Без branch_id утверждение «та же ветвь после перехода» не имеет проверяемого содержания.

Продолжение ветвей и монодромия вдоль допустимого контура

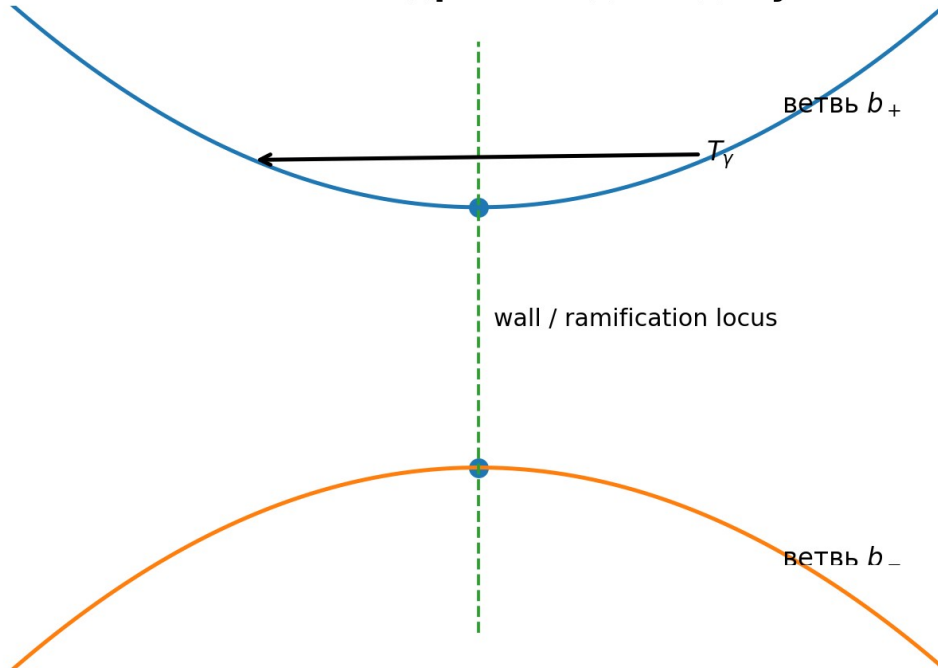


Рисунок 17.2. Продолжение ветвей и монодромия вдоль допустимого контура. Собственная схема Тома II.

181. Монодромия ветвей

Пусть $U = \mathbb{P}^1 \setminus B$ и над U задан конечный branch cover $\pi: B \rightarrow U$. Для базовой точки t_0 и петли $\gamma \in \pi_1(U, t_0)$ аналитическое продолжение задаёт перестановку ветвей:

$$Mon: \pi_1(U, t_0) \rightarrow Perm(B_{-}\{t_0\}). \quad (17.10)$$

Если на ветви дополнительно живёт локальная система V , возникает линейная монодромия

$$\rho: \pi_1(U, t_0) \rightarrow Aut(V_{-}\{t_0\}). \quad (17.11)$$

Монодромия зависит от выбранного punctured domain и класса допустимых путей. Она не равна holonomy главы 9 автоматически: для их сравнения требуется functor, переводящий branch transport в параллельный перенос соответствующего расслоения.

17.8.1. Теорема гомотопической инвариантности

Теорема 17.4. Если branch cover локально тривиален над U , то продолжение вдоль гомотопных петель с фиксированными концами задаёт одну и ту же перестановку ветвей. Следовательно, Mon факторизуется через фундаментальную группу.

182. No-global-label theorem

Теорема 17.5. Если образ Моп нетривиален, глобальная непрерывная нумерация всех ветвей над U невозможна.

Доказательство. Глобальная нумерация задавала бы тривиализацию branch cover и вынуждала бы каждую петлю сохранять каждую метку. Это противоречит существованию петли с нетривиальной перестановкой.

Следствие. Алгоритм KLT-RBD не должен считать переставленные после обхода ветви новыми объектами или, наоборот, насильственно сохранять исходную метку. Требуется хранить monodromy orbit.

183. Wall-crossing и монодромия: path dependence

Для пути γ , пересекающего последовательность стен $W_1, \dots, W_m$, полный transport задаётся упорядоченной композицией частичных correspondences:

$$T_\gamma = WC_m \circ \dots \circ WC_2 \circ WC_1. \quad (17.12)$$

Даже при одинаковых концах T_γ может зависеть от гомотопического класса пути в дополнении к higher-codimension discriminant. Путь-независимость требует плоской локальной системы или доказанных braid/cocycle relations между elementary wall operators.

$$WC_i WC_j = WC_j WC_i \text{ или } WC_i WC_j WC_i = WC_j WC_i WC_j \quad (17.13)$$

выводится только в конкретной модели, а не из самого слова wall-crossing.

184. Стратифицированная локальная тривиальность

В классическом стратифицированном секторе правильный аналог гладкой тривиальности обеспечивается isotopy-type условиями: proper stratified submersion, Whitney regularity и контролируемость. В Томе II это оформляется как сертификат $\text{StratTriv}(U)$, а не как автоматическое свойство любого конечного разбиения.

$\text{StratTriv}(U)$ содержит: Whitney (a)/(b) либо явно выбранную замену; frontier condition; properness или локально proper restriction; submersion на каждой страте; control data; совместимость с Kuranishi charts, stabilizers и Evidence-D.

Условная теорема 17.6. При $\text{StratTriv}(U)$ семейство топологически локально тривиально над U по стратам; следовательно, stratified homeomorphism type и конструктивные invariants постоянны внутри U .

185. Устойчивость переходных инвариантов

Пусть $I_t(b)$ - инвариант ветви b . Вводятся три уровня устойчивости:

- S0: chamber constancy - дискретный инвариант постоянен внутри камеры;
- S1: transport stability - после доказанного branch transport значения совпадают;
- S2: quantitative stability - существует оценка $\|I_t - T_{\{s \rightarrow t\}} I_s\| \leq L d(s, t)$;
- S3: wall-controlled stability - односторонние пределы существуют и defect подчинён сертифицированной wall formula.

Для S2 и S3 обязательны выбор нормы, тривиализация носителей и оценка обусловленности. Стабильность числа ветвей не влечёт стабильности каждой ветви, а стабильность суммы инвариантов не влечёт стабильности слагаемых.

186. Переходный индекс и проективно-гармонический слой

Для сертифицированной ветви b_t вводится структурный переходный профиль

$$P_W(t,b)=(dist(t,W), \sigma_{min}(D_xK_t), mult_b, MonOrb_b, \eta_K, \eta_H, \lambda_b, CGI_b). \quad (17.14)$$

Проективно-гармоническая координата λ_b допустима только если реперная четвёрка ветви определена и transport всех четырёх точек согласован. Общий PGL_2 -перенос сохраняет λ ; изменение λ связано с относительной деформацией репера, сменой D/Dom или выходом из projective class.

Условие $\lambda=-1$ не определяет wall и не отменяет obstruction residual. Оно используется лишь как дополнительный selector после wall, branch и evidence checks.

187. Совокупный горизонт T2-RP-v0.14

К ранее построенным горизонтам добавляется стратифицированно-ветвящийся слой:

$$\Delta_{WB} = \Delta_{strat} \cup \Delta_{wall} \cup \Delta_{bif} \cup \Delta_{ram} \cup \Delta_{mon} \cup \Delta_{path} \cup \Delta_{inv}. \quad (17.15)$$

$$\Delta_{safe}^{v0.14} = \Delta_{mod} \cup \Delta_{WB}. \quad (17.16)$$

Здесь Δ_{strat} фиксирует отказ стратификации; Δ_{wall} - пересечение стены; Δ_{bif} - потерю regularity reduced equation; Δ_{ram} - ветвление; Δ_{mon} - смену monodromy orbit; Δ_{path} - неопределённость пути; Δ_{inv} - потерю transport stability инварианта.

188. Главная условная теорема T2-RP-v0.14

Теорема 17.7 (Stratified wall-crossing-safe predictive theorem). [COND] Пусть на компактном параметрическом интервале или допустимом пути γ :

28. задано конечномерное аналитическое/алгебраическое семейство NAPG moduli problems с Kuranishi charts;
29. существует Whitney-совместимая стратификация и сертификат StratTriv вне Δ_{WB} ;
30. ветви представлены нормализованным branch cover и снабжены branch ledger;
31. wall operators типизированы как maps/correspondences и удовлетворяют требуемым cocycle/braid relations;
32. monodromy representation вычислено на заявленном punctured domain;
33. переходный инвариант имеет transport maps и сертифицированный уровень устойчивости S0-S3;
34. Evidence-D, Dom, Hodge-Green, external E, projective, global и moduli blockers закрыты;
35. γ не пересекает $\Delta_{safe}^{v0.14}$.

Тогда stratified moduli type, число ветвей в каждом monodromy orbit и transport class переходного инварианта постоянны вдоль γ . Следовательно, wall-crossing или bifurcation указанного сертифицированного типа внутри модели невозможны:

$$\gamma \cap \Delta_{safe}^{v0.14} = \emptyset \Rightarrow \text{NO-WALL-CROSSING-IN-MODEL.} \quad (17.17)$$

Если γ пересекает сертифицированную стену или Bif(K), система возвращает только CANDIDATE-WALL-CROSSING. Для положительного вывода нужны локальная wall formula, branch matching, post-wall existence и независимый доменный тест.

189. Blocker-safe вывод

$$Block_WB = B_strat \cup B_Whit \cup B_wall \cup B_bif \cup B_branch \cup B_mon \cup B_path \cup B_inv \cup B_D \cup B_Dom \cup B_glue \cup B_ind. (17.18)$$

Вердикт имеет ровно три значения: NO-WALL-CROSSING-IN-MODEL; CANDIDATE-WALL-CROSSING; ABSTAIN. Формула wall-crossing без branch ledger или transport map переводится в ABSTAIN, даже если график выглядит убедительно. Графики вообще отличаются поразительной уверенностью, особенно когда им не задали области определения.

Blocker-safe wall-crossing certificate WC-01-WC-24

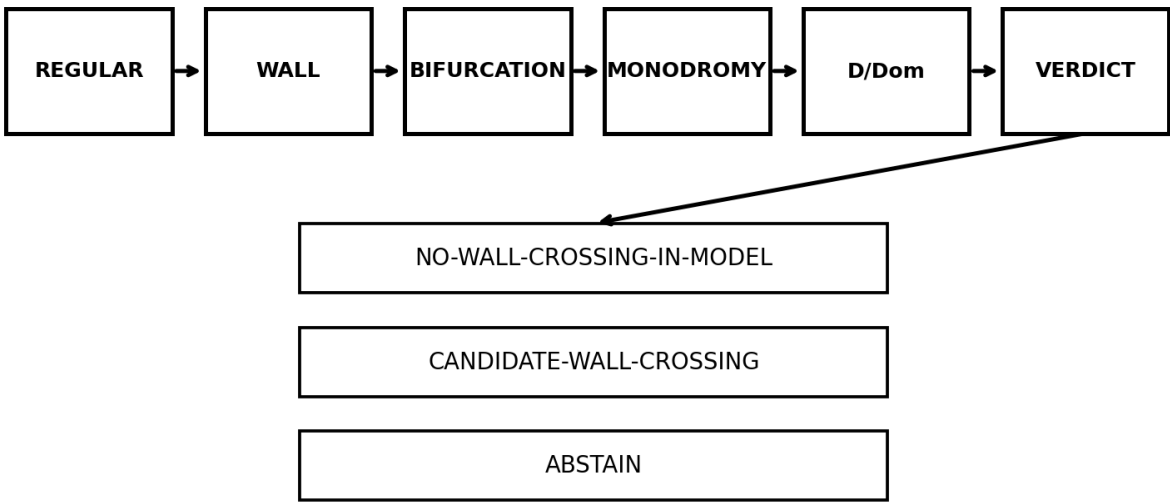


Рисунок 17.3. Blocker-safe wall-crossing certificate WC-01-WC-24. Собственная схема Тома II.

190. Контрпримеры и разделяющие модели

- Постоянный tangent rank, меняющийся stabilizer: coarse germ выглядит гладким, но stack stratum меняется.
- Одинаковое число ветвей, нетривиальная монодромия: две ветви переставляются после обхода discriminant.
- Wall без скачка выбранного инварианта: wall operator нетривиален, но рассматриваемая сумма сохраняется.
- Скачок численного инварианта без wall: сменена нормировка или базис без transport map.
- Bifurcation candidate без реальных ветвей: комплексные решения существуют, но real domain пуст.
- Нулевой Kuranishi residual на стене без globalization: локальный lift не склеивается.
- $\lambda = -1$ по обе стороны стены при различном D: harmonic value сохраняется, доказательный статус нет.
- Нетривиальная монодромия без физического времени: параметрический обход является геометрическим, а не динамическим процессом.

191. Вычислительный сертификат WC-MON v0.14

Минимальный воспроизводимый пакет WC-01-WC-24:

- WC-01 parameter/base schema; WC-02 Kuranishi atlas; WC-03 stratum labels; WC-04 frontier test;
- WC-05 Whitney-a numerical/symbolic test; WC-06 Whitney-b test; WC-07 control data; WC-08 properness flag;
- WC-09 discriminant elimination; WC-10 wall equations; WC-11 chamber decomposition; WC-12 coorientation;
- WC-13 branch normalization; WC-14 branch ledger; WC-15 ramification locus; WC-16 multiplicity;
- WC-17 continuation along paths; WC-18 monodromy permutations; WC-19 linear local-system monodromy;
- WC-20 wall operator typing; WC-21 cocycle/braid tests; WC-22 invariant stability bounds;
- WC-23 blocker-safe verdict; WC-24 sources, code, environment and artifact hashes.

Псевдокод

```

    INPUT family  $K_t$ , stratification candidate, path  $\gamma$ , branch data, invariant  $I$ ,  $D/\text{Dom}$ 
    CHECK Kuranishi charts; verify frontier/Whitney/control data; compute discriminant and chambers
    NORMALIZE zero locus; assign branch_id; continue branches; compute Mon and wall operators
    VERIFY transport typing, cocycle relations, stability margins, Evidence- $D/\text{Dom}$ 
    IF blockers  $\neq \emptyset$ : ABSTAIN
    ELIF  $\gamma \cap \Delta_{\text{safe}}^{\{v0.14\}} = \emptyset$ : NO-WALL-CROSSING-IN-MODEL
    ELSE: CANDIDATE-WALL-CROSSING + required post-wall tests.
  
```

(17.19)

192. Доказательные обязательства T2-PO-197-T2-PO-222

PO	Обязательство	Статус	Следующее действие
T2-PO-197	Построить конечную допустимую стратификацию moduli carrier	OPEN	Закрыть в v0.15 или специализированном сертификате
T2-PO-198	Проверить frontier condition	OPEN	Закрыть в v0.15 или специализированном сертификате
T2-PO-199	Доказать Whitney (a)	OPEN	Закрыть в v0.15 или специализированном сертификате
T2-PO-200	Доказать Whitney (b) либо заменяющий control package	OPEN	Закрыть в v0.15 или специализированном сертификате
T2-PO-201	Построить StratTriv вне discriminant	COND	Закрыть в v0.15 или специализированном сертификате
T2-PO-202	Определить wall equations и coorientation	MODEL	Закрыть в v0.15 или специализированном сертификате
T2-PO-203	Доказать chamber constancy	THM при ModTriv	Закрыть в v0.15 или специализированном сертификате
T2-PO-204	Типизировать wall operator	OPEN	Закрыть в v0.15 или специализированном сертификате
T2-PO-205	Доказать branch normalization	OPEN	Закрыть в v0.15 или специализированном сертификате
T2-PO-206	Сертифицировать multiplicities	OPEN	Закрыть в v0.15 или специализированном сертификате
T2-PO-207	Построить ramification locus	OPEN	Закрыть в v0.15 или специализированном сертификате
T2-PO-208	Вычислить branch monodromy	COMP	Закрыть в v0.15 или специализированном сертификате
T2-PO-209	Доказать homotopy invariance продолжения	THM при cover	Закрыть в v0.15 или специализированном сертификате
T2-PO-210	Проверить no-global-label	THM	Закрыть в v0.15 или

PO	Обязательство	Статус	Следующее действие
	criterion		специализированном сертификате
T2-PO-211	Различить wall и bifurcation loci	THM/EX	Закрывать в v0.15 или специализированном сертификате
T2-PO-212	Доказать reduced bifurcation normal form	MODEL	Закрывать в v0.15 или специализированном сертификате
T2-PO-213	Проверить path-independence либо braid relations	OPEN	Закрывать в v0.15 или специализированном сертификате
T2-PO-214	Построить transport для переходного инварианта	OPEN	Закрывать в v0.15 или специализированном сертификате
T2-PO-215	Сертифицировать уровень устойчивости S0-S3	OPEN	Закрывать в v0.15 или специализированном сертификате
T2-PO-216	Согласовать λ с branch transport	OPEN	Закрывать в v0.15 или специализированном сертификате
T2-PO-217	Согласовать Δ_{WB} с Δ_{mod}	COND	Закрывать в v0.15 или специализированном сертификате
T2-PO-218	Интервально сертифицировать расстояние до wall	OPEN	Закрывать в v0.15 или специализированном сертификате
T2-PO-219	Согласовать wall layer с Π_E и β_{Ass}	OPEN	Закрывать в v0.15 или специализированном сертификате
T2-PO-220	Построить независимый domain wall-run	OPEN	Закрывать в v0.15 или специализированном сертификате
T2-PO-221	Проверить физическую редукцию отдельно	PHY-HYP	Закрывать в v0.15 или специализированном сертификате
T2-PO-222	Заморозить WC-MON certificate и хеши	COMP	Закрывать в v0.15 или специализированном сертификате

193. Prior art, граница авторского вклада и контрольная точка

Классический prior art включает стратификации Уитни и условия (a)/(b); леммы изотопии Тома и стратифицированную локальную тривиальность; дискриминанты и монодромию особенностей; variation of GIT и wall-crossing; bifurcation theory и Lyapunov-Schmidt reduction; локальные системы и продолжение ветвей. Эти конструкции не заявляются как новые.

Авторский слой Курпишева в главе состоит в их типизированном соединении с NAPG/KLT-RBD: wall и bifurcation loci включаются в совокупный blocker-safe горизонт; ветви получают Reper/D/Dom ledger; монодромия отделяется от голономии и физической динамики; отрицательный прогноз формулируется через отсутствие пересечения сертифицированного горизонта; положительный выход ограничивается статусом candidate.

[V0.14-1] Whitney, H. Tangents to an Analytic Variety. Annals of Mathematics 81 (1965), 496-549.

[V0.14-2] Thom, R. Ensembles et morphismes stratifiés. Bulletin of the AMS 75 (1969), 240-284.

[V0.14-3] Mather, J. N. Notes on Topological Stability. Harvard notes (1970); published survey editions.

[V0.14-4] Milnor, J. Singular Points of Complex Hypersurfaces. Annals of Mathematics Studies 61, Princeton, 1968.

[V0.14-5] Goresky, M.; MacPherson, R. Stratified Morse Theory. Springer, 1988.

[V0.14-6] Dolgachev, I.; Hu, Y. Variation of Geometric Invariant Theory Quotients. IHES Publ. Math. 87 (1998), 5-56.

[V0.14-7] Thaddeus, M. Geometric Invariant Theory and Flips. JAMS 9 (1996), 691-723.

[V0.14-8] Golubitsky, M.; Schaeffer, D. Singularities and Groups in Bifurcation Theory. Springer, 1985.

[V0.14-9] Kurpishev, I. B. Том I v197 RU; Том II T2-RP-v0.1-v0.13.

truth_layer_promotion=0; checkpoint=T2-RP-v0.14; next=T2-RP-v0.15. (17.20)

Глава 17 построила стратифицированно-ветвящуюся машину предсказательного метода: chamber constancy, wall certificates, bifurcation loci, branch normalization, monodromy и transport stability сведены в единый blocker-safe контур. Главный доказательный результат остаётся отрицательным: вне сертифицированного горизонта переход данного типа невозможен внутри модели.

Следующая сборка tom2_v0_15 развивает главу 18: derived/stacky global moduli, gluing local Kuranishi charts, descent of obstruction theories, virtual tangent/obstruction complexes и условия существования глобального предсказательного носителя.

checkpoint=T2-RP-v0.14; source=T2-RP-v0.13; truth_layer_promotion=0; next=T2-RP-v0.15.

Глава 18. Глобальные derived/stacky-пространства модулей и предсказательный носитель

ОНТОЛОГИЯ	Глобальный объект модулей в общем случае является не множеством решений, а группоидом, стеком или derived-объектом, сохраняющим автоморфизмы, несовершенную трансверсальность и направления препятствий.
ГНОСЕОЛОГИЯ	Локальная карта Кураниши является представлением знания, но не самым глобальным объектом. Достоверность глобального вывода требует склейки, тройной и высшей когерентности, а также независимости от выбранного атласа.
ФЕНОМЕНОЛОГИЯ	Наблюдаемая ветвь является локальным проявлением moduli carrier. При обходе дискриминанта её метка может измениться посредством монодромии, хотя сам глобальный stack остаётся тем же.
ГРАНИЦА	Derived-структура, perfect obstruction theory и virtual class являются математическими носителями. Они не задают физическое время, вероятность события, причинность или экспериментальное подтверждение.

194. Три уровня глобального пространства модулей

Для одной и той же задачи необходимо различать три уровня. Coarse moduli space $|\mathcal{M}|$ хранит классы изоморфизма как точки, но обычно забывает стабилизаторы и высшие морфизмы. Stack $\mathcal{M}$ сохраняет объекты, изоморфизмы и descent. Derived stack $\mathcal{M}^{\text{der}}$ дополнительно сохраняет не transverse-пересечения, cotangent complex и высшие obstruction directions.

$$|\mathcal{M}| \leftarrow \mathcal{M} \leftarrow \mathcal{M}^{\text{der}}. \quad (18.1)$$

Отображения в (18.1) являются забывающими. Восстановление справа налево в общем случае невозможно: одинаковый coarse space может соответствовать различным стабилизаторам и различным derived enhancements.

Определение 18.1. Глобальным NAPG-moduli object называется stacky/derived-объект $\mathcal{M}_N$ вместе с атласом, виртуальным касательным комплексом и структурами D/Dom , удовлетворяющими условиям разделов 195-205. До их проверки термин «глобальное пространство модулей» используется только как рабочее обозначение.

195. Локальные карты Кураниши и footprints

Локальная карта задаётся пятёркой

$$\mathcal{K}_i = (U_i, E_i, s_i, G_i, \psi_i), \quad (18.2)$$

где U_i - гладкое конечномерное пространство или орбифолдная карта; $E_i \rightarrow U_i$ - obstruction bundle; s_i - секция; G_i - конечная или Lie-группа допустимых симметрий; $\psi_i; s_i^{-1}(0)/G_i \rightarrow F_i \subset |\mathcal{W}|$ - homeomorphism на footprint. В NAPG-карте дополнительно фиксируются допустимая частичная операция, структурные данные $\mathcal{G}$, Reper-слой и Evidence-D.

$$vdim(\mathcal{K}_i) = \dim U_i - \text{rank } E_i - \dim G_i \quad (18.3)$$

в регулярном локальном секторе. Формула (18.3) является Euler characteristic виртуального tangent complex, но не утверждает гладкость нулевого локуса.

196. Coordinate changes и слабая 2-когерентность

На overlap F_{ij} требуется coordinate change Φ_{ij} , включающий базовое отображение φ_{ij} , отображение obstruction bundles $\hat{h}\varphi_{ij}$, гомоморфизм стабилизаторов и совместимость секций:

$$s_j \circ \varphi_{ij} = \hat{h}\varphi_{ij} \circ s_i. \quad (18.4)$$

На тройном overlap обычного равенства карт обычно слишком много. Требуется 2-изоморфизм

$$\alpha_{ijk} \cdot \Phi_{jk} \circ \Phi_{ij} \Rightarrow \Phi_{ik}, \quad (18.5)$$

а на четверных overlap - pentagon/coherence condition для α . Пара попарно согласованных карт без (18.5) и высшей когерентности не задаёт глобальный stack.

От локальных карт Кураниши к глобальному derived/stacky-носителю

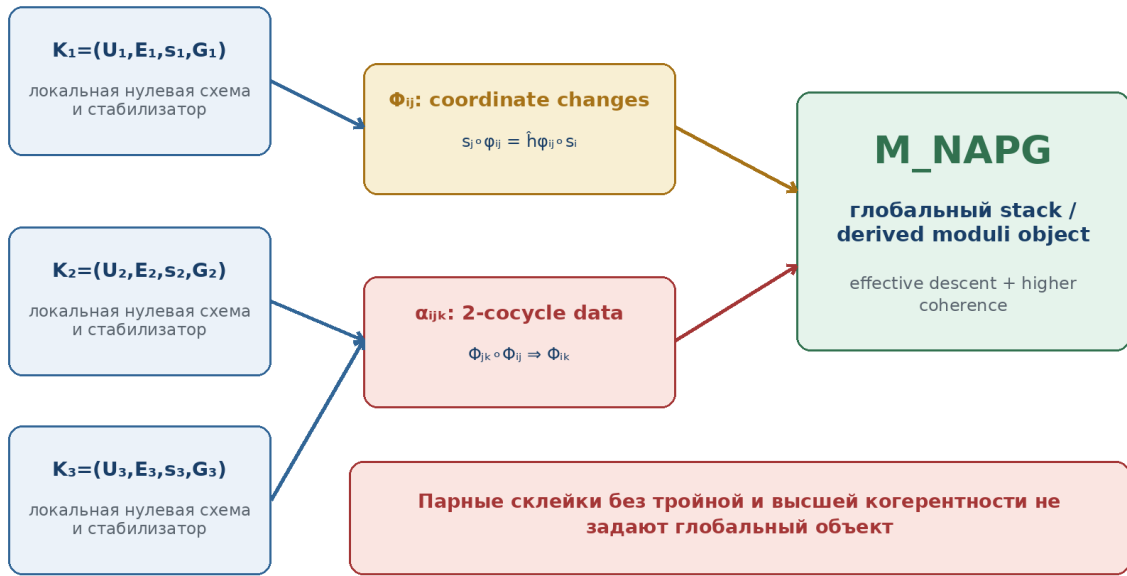


Рисунок 18.1. Homotopy-coherent descent локальных карт Кураниши к глобальному derived/stacky-носителю. Собственная схема Тома II.

197. Čech nerve и effective descent

Пусть $U_0 = \coprod_i U_i$, а $U_\bullet$ - Čech nerve атласа. Глобальность формулируется как эквивалентность объекта с totalization косимплициальной диаграммы:

$$\mathcal{M}(U) \simeq \text{Tot}(\mathcal{M}(U_\bullet)). \quad (18.6)$$

Условие (18.6) включает существование локальных объектов, equivalences на двойных overlap, 2-morphisms на тройных overlap и все higher coherences. В 1-категориальном секторе оно редуцируется к обычному cocycle gluing; в stacky/derived-секторе требуется homotopy-coherent descent.

Теорема 18.2 (Descent no-shortcut). [ТНМ в выбранной 2-категории] Если данные ограничены только объектами на U_i и эквивалентностями на U_{ij} , но тройная когерентность не задана, то из них не следует существование глобального объекта. Доказательство: obstruction to descent находится именно в несогласованности композиций на U_{ijk} ; без её тривиализации totalization не определён.

198. Виртуальный касательный комплекс

В точке x локальной quotient/Kuranishi-карты естественно возникает трёхчленный комплекс

$$\mathbb{T}_x^{\text{vir}} = [g_x \rightarrow T_x U_i \rightarrow E_{i,x}], \quad (18.7)$$

размещённый в степенях $-1, 0, +1$. Его когомологии имеют строго различные роли:

- $H^{-1}(\mathbb{T}_x^{\text{vir}})$ - инфинитезимальные автоморфизмы и стабилизаторы;
- $H^0(\mathbb{T}_x^{\text{vir}})$ - допустимые инфинитезимальные деформации по модулю gauge;
- $H^1(\mathbb{T}_x^{\text{vir}})$ - первичные obstruction directions.

$$\text{vdim}_x = -\dim H^{-1} + \dim H^0 - \dim H^1. \quad (18.8)$$

Квазиизоморфные комплексы имеют одинаковые когомологии и Euler characteristic. Поэтому предсказательный профиль должен зависеть от quasi-isomorphism class, а не от выбранного числа локальных переменных и уравнений.

Виртуальный касательный комплекс и сохраняемая информация

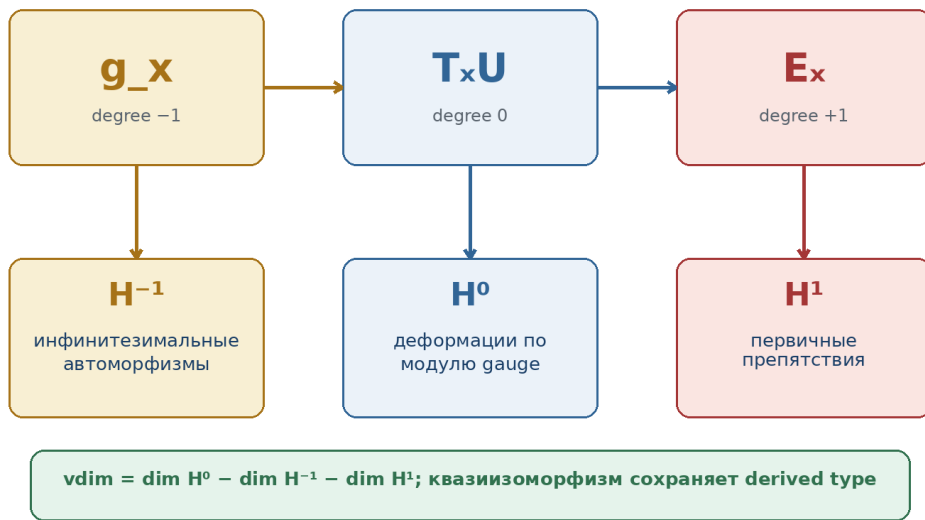


Рисунок 18.2. Трёхчленный виртуальный касательный комплекс: автоморфизмы, деформации и препятствия. Собственная схема Тома II.

199. Perfect obstruction theory и intrinsic normal cone

В Deligne-Mumford-подобном алгебро-геометрическом секторе perfect obstruction theory задаётся морфизмом

$$\varphi: E^\bullet \rightarrow L_{\mathcal{M}}, \quad E^\bullet \text{ perfect}, \quad \text{amp}(E^\bullet) \subset [-1, 0], \quad (18.9)$$

для которого $h^0(\varphi)$ является изоморфизмом, а $h^{-1}(\varphi)$ - эпиморфизмом. Виртуальный tangent complex равен $(E^\bullet)^\vee$; obstruction sheaf задаётся $h^1((E^\bullet)^\vee)$. Для общих Artin/stacky-задач амплитуда может включать степень -1 tangent automorphisms и требует более широкого комплекса.

$$Ob_{\mathcal{M}} = h^1((E^\bullet)^\vee), \quad \mathcal{N}_{\mathcal{M}} = h^1/h^0(L_{\mathcal{M}}^\vee). \quad (18.10)$$

Intrinsic normal cone $\mathfrak{s}_{\mathcal{M}}$ вкладывается в соответствующий vector-bundle stack после выбора perfect obstruction theory. Этот аппарат позволяет строить virtual fundamental class при дополнительных properness/orientation гипотезах. В Томе II он используется как глобальный носитель препятствий, а не как свидетельство физической реализации.

200. Склейка локальных obstruction theories

Пусть на U_i заданы perfect complexes $E_i^\bullet$ и quasi-isomorphisms $q_{ij}: E_i^\bullet|_{U_{ij}} \rightarrow E_j^\bullet|_{U_{ij}}$. На тройных overlap требуется гомотопия

$$q_{jk} \circ q_{ij} \simeq q_{ik}, \quad (18.11)$$

совместимая с higher coherences. В stable ∞ -category perfect complexes удовлетворяют descent, но выбранные строгие модели не склеиваются одним равенством матриц.

В центрально-абелевом секторе дефект строгой склейки можно записать как

$$c_{ijk} = q_{ik}^{-1} q_{jk} q_{ij} \in Z, \quad [c] \in \check{Cech} H^2(X, Z). \quad (18.12)$$

При указанных central-band гипотезах исчезновение $[c]$ является условием strictification. В общем nonabelian/higher случае универсальный один класс H^2 не заявляется: корректным объектом остаётся homotopy totalization.

201. Детерминант, ориентация и виртуальная размерность

$$\det(\mathbb{T}^{vir}) = \bigotimes_j (\det H^j(\mathbb{T}^{vir}))^{\wedge \{(-1)^j\}}. \quad (18.13)$$

Ориентация является дополнительной структурой на determinant line и необходима для знаковых virtual invariants. Равенство $\text{vdim}=0$ не означает отсутствие obstruction или stabilizer: вклады H^{-1} и H^1 могут взаимно компенсироваться в Euler characteristic.

Теорема 18.3 (Presentation invariance). [THM] Quasi-isomorphism виртуальных комплексов сохраняет их cohomology dimensions, Euler characteristic и determinant line up to canonical isomorphism. Следовательно, эти данные допустимы как инварианты moduli presentation при наличии согласованного descent.

202. Branch stack и монодромия

В регулярном ветвящемся секторе локальные ветви собираются не обязательно в глобально пронумерованное множество, а в étale/covering stack $\mathfrak{B} \rightarrow P \backslash \Delta$. Монодромия задаёт действие

$$Mon: \pi_1(P \backslash \Delta, p_0) \rightarrow Perm(\mathfrak{B}_{p_0}). \quad (18.14)$$

Нетривиальное действие запрещает глобальную маркировку ветвей. Stacky branch carrier хранит орбиты и stabilizers, тогда как coarse branch count их забывает. Это продолжает главу 17, но теперь branch ledger является частью глобального descent package.

203. Глобальный предсказательный носитель KLT-RBD

Определение 18.4. Глобальный предсказательный носитель задаётся кортежем

$$PredCar_N = (\mathcal{M}_N^{der \rightarrow P}, \mathbb{T}^{vir}, Ob_N, c_N, \mathfrak{B}_N, Rep_N, \lambda_N, D_N, Dom_N, E_N). \quad (18.15)$$

Компоненты имеют следующие роли: $\mathcal{M}_N^{der}$ - глобальный moduli object; $\mathbb{T}^{vir}$ - virtual tangent complex; Ob_N и c_N - obstruction sheaf/cone; $\mathfrak{B}_N$ - branch stack; Rep_N - Reper atlas; λ_N - проективно-гармоническая координата; D_N - Evidence-D; Dom_N - admissible domain; E_N - внешний комплекс и мост Π_E .

Существование $PredCar_N$ разрешается только при десяти сертификатах: effective atlas descent; coordinate-change coherence; derived/perfect enhancement; perfectness и фиксированная amplitude; branch descent; Reper descent; Evidence-D descent; Dom compatibility; глобальная определённость λ вне полюсов; независимый воспроизводимый вычислительный пакет.

204. Local-to-global no-go theorem

Теорема 18.5. [ТНМ] Исчезновение всех локальных obstruction classes не влечёт существование глобального объекта. Пусть локальные объекты ξ_i существуют и локально liftable, а на overlap выбраны equivalences g_{ij} . На тройном overlap возникает

$$c_{ijk} = g_{ki} g_{jk} g_{ij}. \quad (18.16)$$

Если c_{ijk} задаёт нетривиальный descent class или не допускает coherent trivialization, глобальный объект отсутствует, хотя все локальные Kuranishi residuals равны нулю. Следовательно:

$$local\ lift + local\ obstruction = 0 \not\Rightarrow global\ lift. \quad (18.17)$$

Это основной запрет главы: локальная разрешимость не является глобальным событием. Иначе атлас превращается в империю независимых районов, каждый из которых объявил себя всей планетой.

205. Coarse-moduli no-go theorem

Теорема 18.6. [THM] Coarse moduli space не определяет stacky/derived moduli object. Например, quotient stack $[A^1/\mu_2]$ имеет coarse space A^1 , но сохраняет нетривиальный stabilizer μ_2 в образе нуля; обычное A^1 имеет тот же coarse тип без такого stabilizer. Их virtual tangent profiles различаются.

$$|\mathcal{M}_1| \cong |\mathcal{M}_2| \not\Rightarrow \mathcal{M}_1 \simeq \mathcal{M}_2 \text{ и } \not\Rightarrow \mathcal{M}_1^{der} \simeq \mathcal{M}_2^{der}. \quad (18.18)$$

206. Глобальные невязки и условная численная реализация

После выбора метрик, тривиализаций и uniform spectral gap вводятся три отдельные невязки:

$$\eta_{desc} = \|\text{defect of higher descent}\|, \quad \eta_{ob} = \|h(ob)\|, \quad \eta_{ext} = \|\Pi_E(ob)\|. \quad (18.19)$$

Их нельзя складывать без нормировки, потому что они живут в разных носителях. Для решения используется blocker vector, а не одно магическое число. Численная малость η_{desc} не заменяет точную 2-когерентность, если interval certificate не исключает ноль/неноль однозначно.

207. Глобальный переходный горизонт

$$\Delta_{stack} = \Delta_{desc} \cup \Delta_{coh} \cup \Delta_{perf} \cup \Delta_{amp} \cup \Delta_{vrank} \cup \Delta_{orient} \cup \Delta_{branch} \cup \Delta_{mon} \cup \Delta_{Rep} \cup \Delta_D \cup \Delta_{Dom} \cup \Delta_{ext} \cup \Delta_{ind}. \quad (18.20)$$

$$\Delta_{safe}^{v0.15} = \Delta_{safe}^{v0.14} \cup \Delta_{stack}. \quad (18.21)$$

Здесь Δ_{desc} - отказ effective descent; Δ_{coh} - нарушение higher coherence; Δ_{perf} - потеря perfectness; Δ_{amp} - изменение Tor-amplitude; Δ_{vrank} - изменение virtual cohomology ranks; Δ_{orient} - потеря orientation data; Δ_{branch} и Δ_{mon} - ветвление и монодромия; остальные компоненты фиксируют Reper, D/Dom, внешний E-мост и независимость проверки.

208. Глобальный структурный профиль

$$P_stack(p) = ([amp \mathbb{T}^{vir}], h^{-1}, h^0, h^1, vdim, [det], [desc], MonOrb, \eta_{ob}, \eta_{ext}, \lambda, CGI). \quad (18.22)$$

Профиль сравнивается только после transport между fibres и идентификации ветвей. Сырые координаты Kuranishi charts, число локальных уравнений и имена ветвей не являются глобальными инвариантами.

209. Главная условная теорема T2-RP-v0.15

Теорема 18.7 (Global-stack-safe predictive theorem). [COND] Пусть над связной камерой U параметрического пространства выполнены условия:

1. задан proper или контролируемо локально тривиальный stacky/derived family $\mathfrak{M}^{\text{der}} \rightarrow U$;
2. локальные Kuranishi charts образуют effective homotopy-coherent descent datum;
3. виртуальные tangent complexes perfect и связаны quasi-isomorphisms постоянной amplitude;
4. cohomology ranks, determinant/orientation class и branch monodromy orbit сертифицированы;
5. Reper atlas, λ , Evidence-D, Dom и внешний E-мост спускаются и совместимы;
6. предыдущие Hodge-Green, Kuranishi, wall-crossing и globalization blockers закрыты;
7. путь $\gamma \subset U$ не пересекает $\Delta_{\text{safe}}^{\wedge\{v0.15\}}$;
8. для запрещающего вывода существует uniform positive residual margin соответствующего obstruction class.

Тогда глобальный профиль P_{stack} постоянен вдоль γ с точностью до доказанного transport, и переход, требующий изменения этого профиля или исчезновения uniformly nonzero global obstruction, невозможен внутри заявленной модели.

$$\gamma \cap \Delta_{\text{safe}}^{\wedge\{v0.15\}} = \emptyset \Rightarrow \text{NO-GLOBAL-TRANSITION-IN-MODEL.} \quad (18.23)$$

Если γ пересекает Δ_{stack} либо глобальная obstruction residual допускает ноль, система возвращает только CANDIDATE-GLOBAL-TRANSITION. Положительный вывод требует существования post-transition global object, branch matching и независимой проверки.

210. Blocker-safe вердикт

$$Block_stack=B_atlas\cup B_2coc\cup B_eff\cup B_perf\cup B_amp\cup B_vtan\cup B_branch\cup B_Rep\cup B_D\cup B_Dom\cup B_E\cup B_ind.$$

(18.24)

Допустимы ровно три результата: NO-GLOBAL-TRANSITION-IN-MODEL; CANDIDATE-GLOBAL-TRANSITION; ABSTAIN. Наличие локального zero-locus при ненулевом Block_stack всегда приводит к ABSTAIN.

Глобальный предсказательный носитель: шлюзы и вердикт

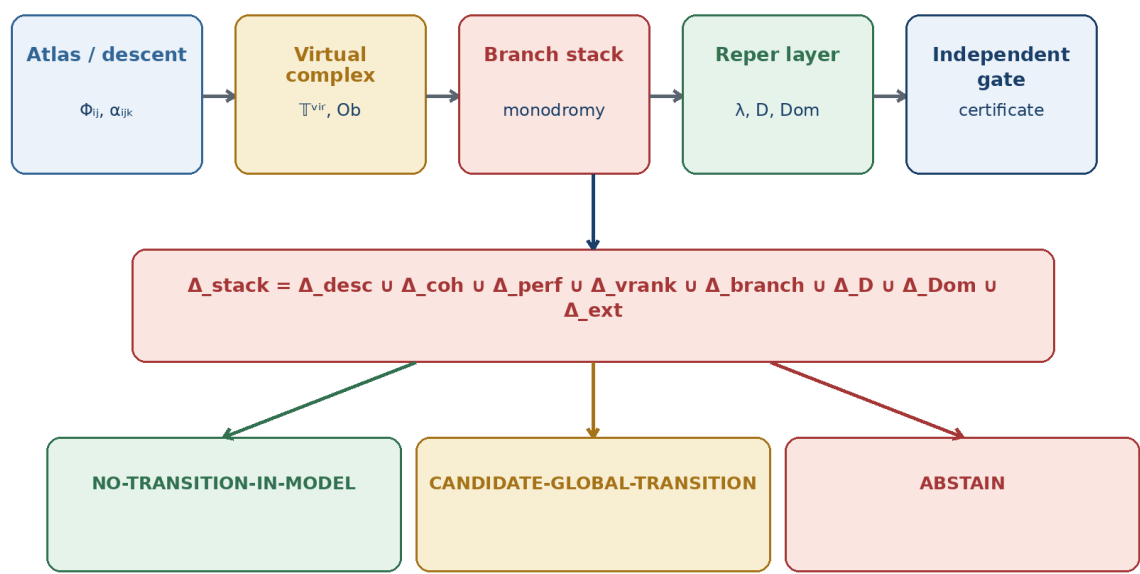


Рисунок 18.3. Глобальный predictive carrier и blocker-safe трёхзначный вердикт. Собственная схема Тома II.

211. Контрпримеры и разделяющие модели

- Локальные нулевые Kuranishi maps при нетривиальном gerbe/descent class: локальные решения есть, глобального объекта нет.
- Одинаковый coarse space при различных stabilizers: stacky тип различается.
- Одинаковая virtual dimension при различных H^{-1} и H^1 : cancellation скрывает автоморфизмы и obstruction directions.
- Perfect complexes одной Euler characteristic, но не quasi-isomorphic: предсказательный tangent type различается.
- Склеенный stack без склеенного Evidence-D: математический объект существует, авторизованный Reper-кандидат отсутствует.
- Глобальный $\lambda=-1$ при невалидном Dom: harmonic selector определён формально, но prediction gate закрыт.
- Нетривиальный virtual class без временной динамики: enumerative invariant не является событием.
- Численно малый descent defect без интервального сертификата: нельзя отличить ноль от плохо обусловленного ненуля.

212. Вычислительный сертификат STACK-GLOB v0.15

- STACK-01 atlas inventory; STACK-02 footprint cover; STACK-03 coordinate-change typing; STACK-04 pairwise compatibility;
- STACK-05 triple 2-cocycle; STACK-06 quadruple coherence; STACK-07 stabilizer groups; STACK-08 Morita/equivalence checks;
- STACK-09 Čech nerve; STACK-10 totalization/effective descent; STACK-11 local tangent complexes; STACK-12 quasi-isomorphisms;
- STACK-13 amplitude; STACK-14 cohomology ranks; STACK-15 virtual dimension; STACK-16 determinant/orientation;
- STACK-17 local obstruction sections; STACK-18 global obstruction sheaf/cone; STACK-19 branch stack; STACK-20 monodromy;
- STACK-21 Reper descent; STACK-22 Evidence-D descent; STACK-23 Dom descent; STACK-24 λ invariance and pole checks;
- STACK-25 external E/Π_E compatibility; STACK-26 global horizon; STACK-27 blocker-safe verdict; STACK-28 code/data/environment hashes.

Псевдокод

INPUT local charts $\mathcal{K}_i$, coordinate changes Φ_{ij} , 2-morphisms α_{ijk} , virtual complexes, path γ , Reper/D/Dom/E data
CHECK footprints; verify pairwise maps; verify triple and quadruple coherence
BUILD Čech nerve and test effective descent
GLUE virtual complexes up to quasi-isomorphism; compute H^{-1}, H^0, H^1 , vdim, determinant
BUILD branch stack and monodromy; descend Reper, D, Dom and λ
COMPUTE Δ_{stack} and residual margins
IF blockers $\neq\emptyset$: ABSTAIN
ELSE IF $\gamma \cap \Delta_{\text{safe}} = \emptyset$ and residual $\geq\epsilon$: NO-GLOBAL-TRANSITION-IN-MODEL
ELSE: CANDIDATE-GLOBAL-TRANSITION

213. Доказательные обязательства T2-PO-223-T2-PO-252

PO	Обязательство	Статус	Условие закрытия
T2-PO-223	Определить 2-категорию локальных NAPG-Kuranishi charts.	COND	Полная спецификация объектов, 1- и 2-морфизмов.
T2-PO-224	Доказать покрытие footprints.	MODEL-CLOSED	Конечный atlas certificate.
T2-PO-225	Типизировать coordinate changes.	MODEL-CLOSED	Проверка (18.4) на каждой модели.
T2-PO-226	Построить triple 2-cocycle.	OPEN	Явные α_{ijk} .
T2-PO-227	Проверить quadruple coherence.	OPEN	Pentagon/higher homotopy certificate.
T2-PO-228	Классифицировать stabilizers.	COND	Stacky local models.
T2-PO-229	Доказать Morita/presentation invariance.	COND	Equivalence of atlases.
T2-PO-230	Построить global derived enhancement.	OPEN	Controlling $\infty/L\infty$ -model.
T2-PO-231	Построить virtual tangent complex.	MODEL-CLOSED	Локальный трёхчленный сектор.
T2-PO-232	Доказать существование perfect obstruction theory.	OPEN	BF-type morphism $E\bullet \rightarrow L_{\mathfrak{M}}$.
T2-PO-233	Зафиксировать Tor-amplitude.	COND	Проверка perfectness.
T2-PO-234	Построить obstruction sheaf и cone.	COND	Global POT/derived enhancement.
T2-PO-235	Склеить local obstruction theories.	OPEN	Homotopy-coherent quasi-isomorphisms.
T2-PO-236	Вычислить descent obstruction.	COND	Central band либо full totalization.
T2-PO-237	Доказать сохранение perfectness при descent.	COND	Derived descent theorem в выбранной категории.
T2-PO-238	Построить determinant/orientation data.	OPEN	Orientation line certificate.
T2-PO-239	Построить branch stack.	COND	Normalization/étale sector.
T2-PO-240	Вычислить monodromy.	MODEL-CLOSED	Конечный branch cover.
T2-PO-241	Доказать Reper descent.	OPEN	Совместимость четырёх точек.
T2-PO-242	Доказать Evidence-D descent.	OPEN	Provenance functor и cocycle.

PO	Обязательство	Статус	Условие закрытия
T2-PO-243	Доказать Dom descent.	OPEN	Совместимость admissible domains.
T2-PO-244	Доказать глобальность λ .	COND	Projective transitions и pole exclusion.
T2-PO-245	Согласовать global carrier с П_Е.	OPEN	Natural transformation on stack.
T2-PO-246	Доказать существование PredCar_N.	OPEN	Закрыть PO-223-245.
T2-PO-247	Доказать invariant profile theorem.	COND	Local triviality + transport.
T2-PO-248	Зафиксировать local-to-global no-go.	CLOSED	Теорема 18.5.
T2-PO-249	Доказать global horizon theorem.	COND	Uniform family hypotheses.
T2-PO-250	Построить interval/numerical descent certificate.	OPEN	Validated numerics.
T2-PO-251	Выполнить независимый STACK-RUN.	OPEN	Независимый код, данные и hashes.
T2-PO-252	Заблокировать автоматический физический экспорт.	CLOSED	truth_layer_promotion=0; B8.

214. Prior art и граница авторского вклада

Классический prior art главы включает cotangent complexes и obstruction theories; intrinsic normal cone и perfect obstruction theory; homotopical/derived algebraic geometry; derived smooth manifolds; Kuranishi atlases и Kuranishi 2-categories. Авторский слой Курпишева состоит в blocker-safe соединении этих аппаратов с NAPG/KLT-RBD: глобальный carrier обязан одновременно сохранять derived tangent type, branch monodromy, Rerper-четвёрку, Evidence-D, Dom, внешний E-мост и отрицательный режим воздержания.

[V0.15-1] Behrend, K.; Fantechi, B. The Intrinsic Normal Cone. Invent. Math. 128 (1997), 45-88. arXiv: alg-geom/9601010. [\[источник\]](#)

[V0.15-2] Toën, B.; Vezzosi, G. Homotopical Algebraic Geometry II: Geometric Stacks and Applications. Mem. AMS 193 (2008), no. 902. arXiv: math/0404373. [\[источник\]](#)

[V0.15-3] Spivak, D. I. Derived Smooth Manifolds. Duke Math. J. 153 (2010), 55-128. arXiv: 0810.5174. [\[источник\]](#)

[V0.15-4] Joyce, D. A New Definition of Kuranishi Space. arXiv: 1409.6908. [\[источник\]](#)

[V0.15-5] Joyce, D. Kuranishi Spaces as a 2-Category. arXiv: 1510.07444. [\[источник\]](#)

[V0.15-6] McDuff, D.; Wehrheim, K. Smooth Kuranishi Atlases with Isotropy. arXiv: 1508.01556. [\[источник\]](#)

[V0.15-7] Illusie, L. Complexe cotangent et déformations I-II. Lecture Notes in Mathematics 239, 283. Springer, 1971-1972. [\[источник\]](#)

[V0.15-8] Stacks Project. Cotangent Complex; Obstruction Theories; Algebraic Stacks. [\[источник\]](#)

[V0.15-9] Kurpishev, I. B. Том I v197 RU; Том II T2-RP-v0.1-v0.14. [\[источник\]](#)

215. Контрольная точка и граница вывода

truth_layer_promotion=0; checkpoint=T2-RP-v0.15; next=T2-RP-v0.16. (18.25)

Глава 18 построила глобализационный слой предсказательного метода: локальные карты, 2-когерентность, virtual tangent complexes, perfect obstruction data, branch stacks, Reper/D/Dom descent и внешний E-мост сведены в один типизированный carrier. Основной доказанный запрет состоит в том, что local lift и coarse moduli не определяют global derived/stacky object.

Следующая сборка tom2_v0_16 развивает виртуальные циклы, интегрирование по moduli carrier, intersection-theoretic и enumerative invariants, а также строгий запрет превращать virtual count в вероятность будущего события.

checkpoint=T2-RP-v0.15; source=T2-RP-v0.14; truth_layer_promotion=0; next=T2-RP-v0.16.

Глава 19. Виртуальные циклы, enumerative-инварианты и вероятностный firewall

ОНТОЛОГИЯ	Виртуальный фундаментальный класс представляет геометрический объект пересечения, в котором фактическая размерность пространства решений заменяется ожидаемой размерностью tangent-obstruction theory. Он существует в цикловом, гомологическом или бордизмовом носителе, а не в пространстве вероятностных исходов.
ГНОСЕОЛОГИЯ	Интеграл по виртуальному классу сообщает индексную, intersection-theoretic или enumerative информацию при заданных perfectness, properness, orientation и insertion-гипотезах. Это знание не содержит частотной или байесовской семантики, пока отдельно не заданы Ω , σ -алгебра, мера, link-модель и эмпирическая проверка.
ФЕНОМЕНОЛОГИЯ	Наблюдателю виртуальное число может выглядеть как “счёт решений”, однако знак, кратность, рациональный stack-вес и компенсация ветвей показывают, что речь идёт о структурном следе модульной задачи, а не о доле будущих случаев.
ГРАНИЦА	Глава не утверждает существование глобального virtual class для общей NAPG без perfect obstruction theory и ориентации. Никакой virtual count, Gromov-Witten-, Donaldson-Thomas- или локализационный инвариант не интерпретируется как вероятность физического, химического, экономического либо иного события без отдельного вероятностного и независимого эмпирического моста.

216. Четыре несовпадающих слоя знания

Глава 18 завершила глобализацию локальных карт Кураниши до `stacky/derived moduli carrier`. Следующий шаг состоит в том, чтобы получить из этого `carrier` числовые или когомологические инварианты. Здесь возникает особенно опасная подмена: число, полученное интегрированием по виртуальному классу, внешне напоминает вероятность. Строгая сборка разделяет четыре слоя.

Слой	Основной объект	Допустимый вывод	Недопустимая подмена
V0: виртуальная геометрия	$[\mathfrak{M}]^{\text{vir}}$, POT, intrinsic cone	класс ожидаемой размерности	не вероятность
V1: intersection/enumerative	$\int [\mathfrak{M}]^{\text{vir}} \alpha$	индекс, степень, signed/weighted count	не частота будущих случаев
P0: вероятностная модель	$(\Omega, \mathcal{F}, P)$, Y , $p\theta$	вероятность при заданной мере	не следует из V0-V1
E0: эмпирическая проверка	данные, split, calibration, external run	оценка качества прогноза	не заменяется красивым инвариантом

$V0 \rightarrow V1$ не влечёт $P0 \rightarrow E0$. (19.1)

Формула (19.1) является центральным доказательным замком главы. V0 и V1 могут быть полностью строгими математически, но вероятностный мост всё равно отсутствует. Это не недостаток virtual geometry, а корректное различие типов объектов.

217. Цикловый носитель и виртуальная размерность

Пусть $\mathcal{M}$ является proper Deligne-Mumford-подобным модульным объектом либо иным объектом, для которого определены Chow-группы или подходящая гомологическая теория. Пусть задана perfect obstruction theory

$$\varphi: E^\bullet \rightarrow L_{\mathcal{M}}, \quad \text{amp}(E^\bullet) \subset [-1, 0]. \quad (19.2)$$

Виртуальная размерность определяется рангом perfect complex, а не фактической локальной размерностью грубого пространства:

$$\text{vdim}(\mathcal{M}) = \text{rk}(E^\bullet) = \text{rk}(E^{-1}) - \text{rk}(E^{-2}). \quad (19.3)$$

Если в точке используется трёхчленный stacky tangent complex, вклад стабилизаторов уже входит в Euler characteristic. Поэтому vdim может быть нулевой при одновременно ненулевых пространствах автоморфизмов и препятствий. Нулевая виртуальная размерность не означает, что moduli object состоит из конечного множества гладких точек.

218. Конструкция виртуального фундаментального класса

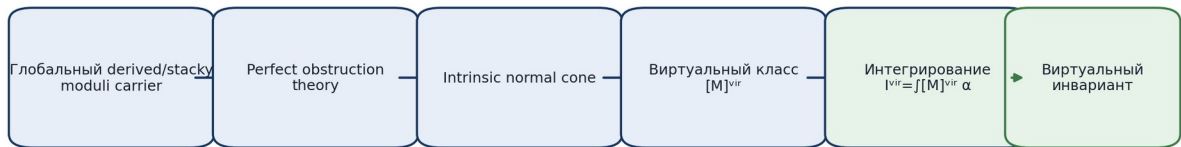
Intrinsic normal cone $c_{\mathcal{M}}$, построенный из локальных normal cones и склеенный в bundle stack $\mathcal{E}=h^1/h^0((E\bullet)v)$, вкладывается в $\mathcal{E}$. Виртуальный фундаментальный класс определяется refined Gysin pullback нулевой секции:

$$[\mathcal{M}]^{vir} = 0_{\mathcal{E}}! [c_{\mathcal{M}}] \in A_{vdim(\mathcal{M})}. \quad (19.4)$$

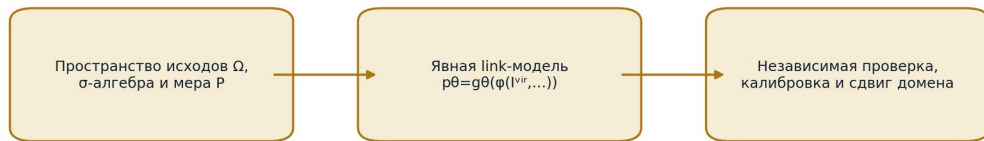
Формула (19.4) разрешена только при закрытом пакете: global obstruction theory, compatible cone, proper carrier, определённый Gysin-оператор и выбранная теория коэффициентов. Для derived smooth/analytic реализаций носитель может быть гомологическим или бордизмовым; равенство различных реализаций требует отдельной comparison theorem.

Теорема 19.1 (Presentation independence, условная форма). [COND] Если две perfect obstruction theories связаны совместимым quasi-isomorphism и индуцируют одну и ту же embedding data intrinsic cone, то соответствующие virtual classes совпадают после канонической идентификации носителей. Произвольные неэквивалентные obstruction theories могут давать различные классы; поэтому “moduli space alone” в общем случае недостаточно.

От derived-модуля к виртуальному инварианту и вероятностному firewall



ВЕРОЯТНОСТНЫЙ FIREWALL: виртуальный инвариант не является вероятностью



Только завершённый нижний мост разрешает вероятностный вывод; иначе: PROBABILITY-UNAVAILABLE.

Рисунок 19.1. Om derived/stacky moduli carrier к виртуальному инварианту и отдельному вероятностному мосту. Собственная схема Тома II.

219. Интегрирование по виртуальному классу

Пусть α принадлежит операционному Chow-кольцу, когомологии или иной совместимой cohomology theory и имеет степень, дополняющую vdim до нуля. Виртуальный инвариант задаётся спариванием

$$I^{\text{vir}}(\mathcal{M}; \alpha) = \int_{[\mathcal{M}]^{\text{vir}}} \alpha = \deg(\alpha \cap [\mathcal{M}]^{\text{vir}}). \tag{19.5}$$

При наличии evaluation maps ev_i и insertions α_i используется формула

$$\langle \alpha_1, \dots, \alpha_n \rangle^{\text{vir}} = \int_{[\mathcal{M}]^{\text{vir}}} \prod_i \text{ev}_i^* \alpha_i. \tag{19.6}$$

Если суммарная степень insertions не согласована с vdim , числовой degree не определён либо автоматически равен нулю по размерностным причинам. Нулевой результат в таком случае может отражать grading, а не отсутствие геометрических объектов.

Проверка	Требование	При отказе
носитель	properness или compact support	degree не определён
размерность	$\deg \alpha = \text{vdim}$	число не получается
ориентация	совместимая determinant orientation	знак/класс неоднозначен
стабилизаторы	stack normalization	веса и знаменатели несертифицированы
insertions	глобальность и transport	инвариант зависит от карты
коэффициенты	фиксированная Chow/homology theory	несравнимые значения

220. Regular zero locus и excess intersection

Базовая конечномерная модель помогает отделить классическую геометрию от виртуального ремонта. Пусть U - гладкое многообразие, $E \rightarrow U$ - ориентированное векторное расслоение, а $s \in \Gamma(E)$. Нулевой локус $Z=s^{-1}(0)$ имеет ожидаемую размерность $\dim U - \text{rk } E$. Если s трансверсально нулевой секции, то

$$[Z]^{\text{vir}} = [Z], \quad \text{vdim} = \dim U - \text{rk } E. \quad (19.7)$$

При нетрансверсальности фактическая размерность Z может быть больше ожидаемой, но виртуальный класс остаётся в ожидаемой степени и кодирует excess intersection. Поэтому virtual count является поправленным intersection number, а не буквальным количеством точек нулевого множества.

Лемма 19.2 (Transverse reduction). [ТНМ в конечномерной ориентированной модели] Если s трансверсально нулевой секции и Z компактен, виртуальный класс совпадает с обычным фундаментальным классом Z . Доказательство следует из идентификации normal cone с normal bundle и обычного Thom/Gysin pullback.

221. Деформационная инвариантность

Пусть $\pi: \mathcal{M} \rightarrow B$ является proper семейством, снабжённым relative perfect obstruction theory, совместимой с базой, а insertions продолжаются по семейству. Для $b \in B$ обозначим fibre через $\mathcal{M}_b$. При выполнении base-change/Gysin-условий

$$[\mathcal{M}_b]^{\vee i} = i_b^* [\mathcal{M}]^{\vee i}_{rel}. \quad (19.8)$$

Если B связна и путь не пересекает локусы потери properness, perfectness, orientation, chamber или insertion data, degrees виртуальных классов постоянны:

$$I^{\vee i}(\mathcal{M}_b; \alpha_b) = \text{const}. \quad (19.9)$$

Теорема 19.3 (Virtual deformation invariance). [COND] При hypotheses (19.8), properness и совместимом transport insertions виртуальный инвариант локально постоянен на связной базе. Это структурный отрицательный прогноз: изменение данного invariant невозможно без выхода из сертифицированного сектора. Теорема не сообщает, с какой вероятностью параметрическая система достигнет такого выхода.

222. Equivariant localization

Если алгебраический тор T действует на $\mathfrak{M}$ и perfect obstruction theory T -эquivариантна, virtual localization выражает глобальный класс через fixed loci $F \subset \mathfrak{M}^T$:

$$[\mathfrak{M}]^{v\sharp} = i_* \sum_F [F]^{v\sharp} / e_T(N_F^{v\sharp}) \quad (19.10)$$

в локализованной equivariant Chow theory. Знаменатель является Euler class виртуального normal complex. Формула не является разложением вероятности по альтернативам: слагаемые могут иметь знаки, полюса в equivariant parameters и рациональные веса.

Локализационный сертификат обязан хранить fixed loci, virtual normal complexes, invertibility Euler classes, chamber конвенции и финальную отмену формальных параметров. Числовой ответ без этих данных не считается воспроизводимым.

223. Когда virtual count действительно enumerative

Enumerative interpretation разрешается только при дополнительном наборе достаточных условий. Типичный безопасный пакет включает: нулевую virtual dimension; proper moduli carrier; отсутствие boundary contributions; изолированные reduced решения; тривиальные либо учтённые стабилизаторы; согласованную ориентацию; и доказательство того, что multiplicity каждой точки равна требуемому геометрическому весу.

$$I^{v,i} = \sum [x] m_x / |Aut(x)|. \quad (19.11)$$

Даже формула (19.11) обычно является signed/weighted stack count. Она совпадает с буквальным числом геометрических объектов только если $m_x=1$, ориентационные знаки положительны и $Aut(x)$ тривиальны. В противном случае слово “count” должно сопровождаться точным типом веса.

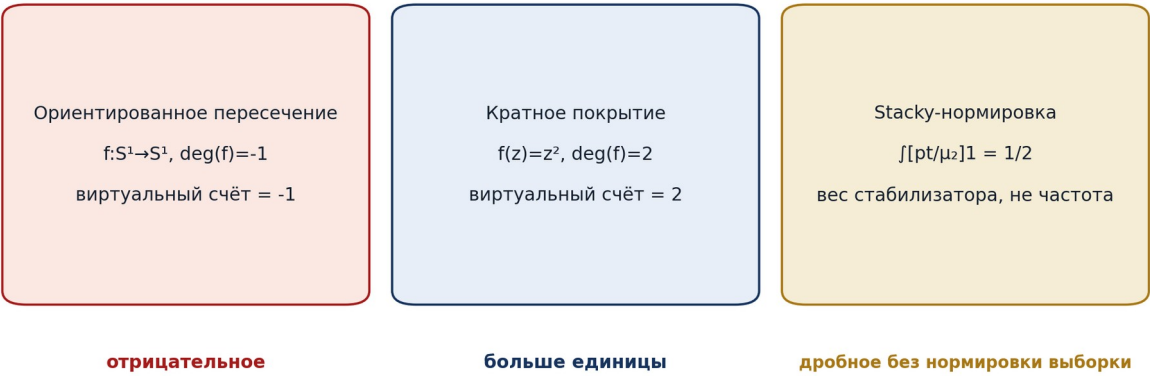
224. Три модели, разрушающие вероятностную подмену

Первая модель: отображение $f:S^1 \rightarrow S^1$ степени -1. Signed preimage count регулярного значения равен -1. Это корректный ориентированный intersection number, но отрицательная вероятность невозможна.

Вторая модель: $f(z)=z^2$ имеет степень 2. Signed count равен 2, что также не принадлежит $[0,1]$.

Третья модель: для stack $[pt/\mu_2]$ стандартная stack-интеграция учитывает стабилизатор весом 1/2. Число лежит в $[0,1]$, но без выборочного пространства и нормировки оно является stack-весом, а не вероятностью.

Три разделяющие модели: виртуальное число не обязано лежать в $[0,1]$



Ни один из этих корректных математических результатов сам по себе не задаёт вероятность события.

Рисунок 19.2. Отрицательный, превышающий единицу и stacky-дробный virtual count. Собственная схема Тома II.

225. Теорема невозможности универсальной вероятностной интерпретации

Теорема 19.4 (Additivity-probability no-go). [ТНМ] Не существует отображения P^{vir} из класса всех нульмерных ориентированных virtual cycles в $[0,1]$, которое одновременно удовлетворяет следующим требованиям:

36. $P^{vir}(\emptyset)=0$;
37. $P^{vir}([pt]_+)=1$ для положительно ориентированной точки;
38. $P^{vir}(X \sqcup Y)=P^{vir}(X)+P^{vir}(Y)$ для дизъюнктного объединения;
39. P^{vir} зависит только от virtual degree.

Доказательство. Из нормировки и аддитивности для двух положительно ориентированных точек следует $P^{vir}([pt]_- + [pt]_+)=2$, что противоречит требованию значений в $[0,1]$. Дополнительно ориентационное обращение даёт degree -1. Следовательно, любая вероятностная интерпретация обязана отказаться хотя бы от одной из этих структур, ввести нормировку и добавить внешнюю модель.

virtual degree $\neq$ probability measure. (19.12)

226. Вероятностный мост

Определение 19.5. Вероятностный мост к прикладному событию задаётся кортежем

$$B_{prob}=(\Omega,\mathcal{F},P,Y,\varphi,g_\theta,\mathcal{L},Cal,Val,Ext). \quad (19.13)$$

- Ω и $\mathcal{F}$ задают пространство исходов и измеримые события;
- P является вероятностной мерой, установленной моделью или процедурой оценки;
- $Y \in \{0,1\}$ либо иной наблюдаемый target фиксирует событие;
- φ извлекает признаки из virtual/Reper-профиля без утечки результата;
- g_θ отображает признаки в $[0,1]$ и имеет обучаемые либо заданные параметры;
- $\mathcal{L}$ является proper scoring rule или заранее выбранной функцией потерь;
- Cal и Val задают калибровку и валидацию;
- Ext означает независимый внешний запуск.

$$p_\theta = g_\theta(\varphi(P_{vir}, P_{stack}, \lambda, CGI, D, Dom)). \quad (19.14)$$

Формула (19.14) является модельной гипотезой, а не следствием intersection theory. Даже если g_θ монотонна по virtual invariant, выбор монотонности и масштаба должен быть обоснован данными или предметной теорией.

227. Калибровка, discriminative quality и transportability

Вероятностный прогноз должен отдельно проходить calibration и discrimination. Идеальная population-calibration выражается как

$$E[Y \mid p_\theta] = p_\theta. \tag{19.15}$$

В конечной выборке используются заранее определённые оценки, интервалы и proper scores. Хорошая ранжирующая способность не гарантирует калибровку, а хорошая калибровка на обучающем домене не гарантирует transportability при сдвиге распределения.

Сертификат	Проверяемый вопрос	Минимальный результат
CAL	соответствуют ли вероятности частотам?	calibration curve + interval
DISC	разделяет ли модель классы?	предзаданный discrimination metric
SHIFT	сохраняется ли условное распределение?	domain-shift audit
SPLIT	не использован ли результат при выборе модели?	blind train/validation/test
EXT	повторяется ли эффект независимо?	external run c frozen protocol
ABST	умеет ли система воздерживаться?	coverage-risk или blocker rule

228. Виртуальный Репер-сертификат

Для интеграции virtual geometry в KLT-RBD вводится не одиночное число, а типизированный сертификат

$$\text{VirtCert}=(\mathcal{M}^{\text{der}}, E^\bullet, c_\bullet \mathcal{M}, [\mathcal{M}]^{\text{vir}}, \alpha, \text{or}, \text{prop}, \text{src}, \text{code}, D, \text{Dom}). \quad (19.16)$$

Его Репер-четвёрка имеет вид

$$\text{Rep_vir}=(R_{\text{vir}}, I_{\text{vir}}, U_{\text{vir}}; D_{\text{vir}}), \quad (19.17)$$

- R_{vir} : вычисленный virtual class и invariant в фиксированном carrier;
- I_{vir} : тип инварианта, insertions и правило сравнения;
- U_{vir} : допустимое семейство деформаций, камер и локализаций;
- D_{vir} : perfect obstruction theory, ориентация, properness, источники, код, данные и хеши.

Проективно-гармоническая координата λ разрешена лишь после построения реперной четвёрки (19.17). Она не извлекается канонически из одного virtual degree. В частности, равенство $\lambda=-1$ не превращает I^{vir} в вероятность и не закрывает вероятностный мост B_{prob} .

229. Проективно-гармонический и enumerative шлюз

$$Gate_vir=1 \Leftrightarrow Cert_VFC=1 \wedge Valid(D)=1 \wedge Dom=1 \wedge Block_vir=\emptyset. (19.18)$$

$$Gate_prob=1 \Leftrightarrow Gate_vir=1 \wedge Cert_prob=1 \wedge Ext=1. (19.19)$$

Шлюз (19.18) разрешает только математический virtual/enumerative вывод. Шлюз (19.19) является дополнительным и разрешает вероятностный вывод. Ниже этого разделения прогнозная система обязана возвращать PROBABILITY-UNAVAILABLE, даже если virtual invariant вычислен точно до последнего знака.

230. Горизонты виртуального и вероятностного слоя

$$\Delta_{VFC} = \Delta_{POT} \cup \Delta_{amp} \cup \Delta_{prop} \cup \Delta_{or} \cup \Delta_{comp} \cup \Delta_{ins} \cup \Delta_{loc} \cup \Delta_{wall} \cup \Delta_{num}. \quad (19.20)$$

Здесь фиксируются потеря perfectness, смена amplitude, отказ properness, ориентационный дефект, нарушение compatibility, смена insertions, локализационный полюс, wall-crossing и численная несертифицированность.

$$\Delta_{prob} = \Delta_{\Omega} \cup \Delta_{meas} \cup \Delta_{link} \cup \Delta_{cal} \cup \Delta_{shift} \cup \Delta_{sel} \cup \Delta_{ext}. \quad (19.21)$$

Вероятностный горизонт отражает смену пространства исходов, меры, link-модели, калибровки, домена, селекционной процедуры и независимой валидации.

$$\Delta_{safe}^{v0.16} = \Delta_{safe}^{v0.15} \cup \Delta_{VFC} \cup \Delta_{prob}. \quad (19.22)$$

231. Главная условная теорема T2-RP-v0.16

Теорема 19.6 (Virtual-cycle-safe predictive theorem). [COND] Пусть над связной камерой U выполнены условия:

40. задано proper семейство global derived/stacky NAPG-carriers $\mathfrak{M} \rightarrow U$;
41. существует совместимая relative perfect obstruction theory постоянной amplitude;
42. intrinsic normal cones и virtual classes совместимы с base change;
43. ориентация, determinant data и stack normalization сохраняются;
44. insertions и branch labels транспортируются без пересечения wall/ramification loci;
45. Reper, λ , Evidence-D, Dom и внешний E-мост валидны;
46. вычислительный сертификат VFC-ENUM воспроизводим;
47. путь γ не пересекает $\Delta_{\text{safe}}^{\wedge\{v0.16\}}$.

Тогда virtual profile

$$P_{VFC}(t) = ([\mathfrak{M}_t]^{v^i}, vdim, I^{v^i}_t, supp, sign, denom, chamber, \lambda_t, CGI_t) \quad (19.23)$$

постоянен вдоль γ с точностью до доказанного transport. В частности, изменение I^{vir} данного типа внутри модели невозможно:

$$\gamma \cap (\Delta_{\text{safe}}^{\wedge\{v0.15\}} \cup \Delta_{VFC}) = \emptyset \Rightarrow \text{NO-VIRTUAL-CHANGE-IN-MODEL}. \quad (19.24)$$

Вероятностное следствие не возникает автоматически. Оно разрешается только при Gate_prob=1 и отдельной проверке Δ_{prob} . При отсутствии B_prob вывод имеет форму PROBABILITY-UNAVAILABLE независимо от значения I^{vir} .

232. Двухступенчатый blocker-safe вердикт

Степень	Условия	Допустимый вердикт
V: virtual	Δ_VFC не пересечён, POT/propet/orientation закрыты	NO-VIRTUAL-CHANGE-IN-MODEL
V: virtual	пересечён virtual horizon, но carrier сохранён	CANDIDATE-VIRTUAL-JUMP
V: virtual	есть неустранённый математический blocker	ABSTAIN
P: probability	Gate_prob=1, calibration и Ext закрыты	CALIBRATED-PROBABILITY
P: probability	virtual слой есть, B_prob отсутствует	PROBABILITY-UNAVAILABLE
P: probability	мост задан, но blocker не закрыт	ABSTAIN

Двухступенчатый blocker-safe вердикт T2-RP-v0.16



Только совместное прохождение обеих ступеней разрешает прикладной вероятностный прогноз.

Рисунок 19.3. Двухступенчатый virtual/probability verdict и запрет автоматического экспорта. Собственная схема Тома II.

233. Контрпримеры и разделяющие модели

- Virtual degree постоянен в деформации, но вероятностная частота меняется из-за смены sampling mechanism: V-слой устойчив, P-слой нарушен.
- Вероятность откалибрована в одном домене, но virtual class меняется при wall-crossing: эмпирический мост не сохраняет математический тип.
- Virtual invariant равен нулю из-за cancellation положительных и отрицательных вкладов, хотя решения существуют.
- Virtual invariant ненулевой, но moduli carrier не proper: degree зависит от выбранной compactification.
- Localization sum конечна, но отдельные слагаемые имеют полюса; интерпретация каждого слагаемого как вероятности невозможна.
- Stack count $1/|G|$ совпадает численно с долей, но изменение стабилизатора меняет число без изменения частоты наблюдаемого события.
- $\lambda=-1$ для Rep_vir при отсутствующем B_prob: структурная гармония не создаёт меру P.
- Хорошая Brier-калибровка на post-selected sample исчезает на frozen external run: селекционный blocker делает прогноз недействительным.
- Одинаковый virtual degree при различных support cycles: число теряет геометрическое расположение и branch information.
- Одинаковая вероятность при различных virtual invariants: вероятностная модель сознательно сжимает математический профиль.

234. Вычислительный сертификат VFC-ENUM-PROB v0.16

- VFC-01 carrier inventory; VFC-02 properness/compact-support; VFC-03 perfect obstruction theory; VFC-04 amplitude;
- VFC-05 intrinsic normal cone; VFC-06 zero-section Gysin map; VFC-07 virtual dimension; VFC-08 orientation/determinant;
- VFC-09 stack stabilizers; VFC-10 virtual class construction; VFC-11 insertion typing; VFC-12 degree compatibility;
- VFC-13 base-change; VFC-14 deformation invariance; VFC-15 fixed loci; VFC-16 virtual normal Euler classes;
- VFC-17 localization sum; VFC-18 chamber/wall ledger; VFC-19 branch transport; VFC-20 exact/rational arithmetic;
- VFC-21 interval numerical certificate; VFC-22 VirtCert/Reper; VFC-23 λ /CGI gate; VFC-24 probability sample space;
- VFC-25 measure/link specification; VFC-26 calibration; VFC-27 domain shift; VFC-28 independent external run;
- VFC-29 two-stage blocker-safe verdict; VFC-30 code/data/environment/source hashes.

Псевдокод

INPUT global carrier, POT, cone, orientation, insertions, family path γ , Reper/D/Dom/E, optional probability bridge
CHECK properness; build $[M]^{\wedge \text{vir}}$; verify insertion degree; compute exact/interval invariant
CHECK base-change, walls, localization denominators, branch transport and Δ_{VFC}
IF virtual blocker: *RETURN* ABSTAIN
IF γ avoids Δ_{VFC} and invariant has certified constant transport: $V_{\text{VERDICT}} = \text{NO-VIRTUAL-CHANGE-IN-MODEL}$
ELSE $V_{\text{VERDICT}} = \text{CANDIDATE-VIRTUAL-JUMP}$
IF probability bridge absent: $P_{\text{VERDICT}} = \text{PROBABILITY-UNAVAILABLE}$
ELSE verify $\Omega, P, \text{link}, \text{calibration}, \text{shift}, \text{external run}$ and Δ_{prob}
RETURN ($V_{\text{VERDICT}}, P_{\text{VERDICT}}, \text{certificate}, \text{hashes}$)

235. Доказательные обязательства T2-PO-253-T2-PO-282

PO	Обязательство	Статус	Условие закрытия
T2-PO-253	Зафиксировать cycle/homology carrier для virtual class.	CLOSED/CL	Chow/homology specification.
T2-PO-254	Построить global virtual fundamental class NAPG.	COND	Global POT + intrinsic cone.
T2-PO-255	Определить virtual dimension и grading.	CLOSED/CL	Rank/Euler characteristic.
T2-PO-256	Доказать properness либо compact-support substitute.	OPEN	Domain-specific compactness theorem.
T2-PO-257	Типизировать insertions и degree matching.	CLOSED/CL	Формулы (19.5)-(19.6).
T2-PO-258	Доказать base-change compatibility.	COND	Relative POT and refined Gysin.
T2-PO-259	Доказать deformation invariance.	COND	Theorem 19.3 hypotheses.
T2-PO-260	Построить equivariant virtual localization.	COND	T-action + equivariant POT.
T2-PO-261	Сертифицировать virtual normal Euler classes.	OPEN	No zero denominators in localization.
T2-PO-262	Зафиксировать orientation/determinant data.	OPEN	Global compatible orientation.
T2-PO-263	Учесть stabilizer weights.	COND	Stack integration convention.
T2-PO-264	Согласовать VFC с PredCar v0.15.	COND	Compatibility diagram.
T2-PO-265	Определить VirtCert и Reper_vir.	MODEL-CLOSED	Формулы (19.16)-(19.17).
T2-PO-266	Построить канонический λ -мост к virtual data.	OPEN	Нужна χ_{vir} ; автоматизма нет.
T2-PO-267	Доказать additivity-probability no-go.	CLOSED	Theorem 19.4.
T2-PO-268	Задать пространство исходов Ω и σ -алгебру.	OPEN/EMP	Domain-specific event protocol.
T2-PO-269	Задать/оценить вероятностную меру P .	OPEN/EMP	Sampling/model assumptions.
T2-PO-270	Зафиксировать link model g_θ .	OPEN/EMP	Pre-registered functional form.
T2-PO-271	Доказать или проверить calibration.	OPEN/EMP	Frozen calibration protocol.
T2-PO-272	Проверить discrimination отдельно.	OPEN/EMP	Pre-specified metric.
T2-PO-273	Проверить transportability/domain shift.	OPEN/EMP	External target domain.
T2-PO-274	Исполнить independent external run.	OPEN/EMP	EXT-RUN with frozen code/data.
T2-PO-275	Построить Δ_{VFC} .	MODEL-CLOSED	Horizon ledger (19.20).

PO	Обязательство	Статус	Условие закрытия
T2-PO-276	Построить Δ_{prob} .	MODEL-CLOSED	Horizon ledger (19.21).
T2-PO-277	Доказать virtual-profile constancy.	COND	Theorem 19.6 H1-H8.
T2-PO-278	Проверить wall-crossing jump formula.	OPEN	Domain-specific comparison.
T2-PO-279	Построить interval VFC computation.	COMP/OPEN	Exact arithmetic or certified bounds.
T2-PO-280	Заморозить VFC-ENUM-PROB certificate.	COMP	VFC-01-VFC-30 and hashes.
T2-PO-281	Заблокировать автоматический physical/probability export.	CLOSED	Probability firewall; B8.
T2-PO-282	Закрыть главную теорему v0.16.	COND	All mathematical and empirical bridges.

236. Prior art и граница авторского вклада

Классический prior art главы включает intersection theory и refined Gysin maps; intrinsic normal cone и perfect obstruction theory; virtual moduli cycles; Gromov-Witten classes; virtual localization; weighted Euler-characteristic интерпретацию Donaldson-Thomas invariants. Авторский вклад настоящей главы состоит не в переименовании virtual fundamental class, а в его встраивании в blocker-safe архитектуры KLT-RBD: отдельные VirtCert, Reper/D/Dom, два горизонта, двухступенчатый вердикт и доказанный запрет универсальной вероятностной интерпретации.

[V0.16-1] Fulton, W. Intersection Theory. 2nd ed., Springer, 1998. DOI 10.1007/978-1-4612-1700-8. [классический источник]

[V0.16-2] Behrend, K.; Fantechi, B. The Intrinsic Normal Cone. Invent. Math. 128 (1997), 45-88. arXiv: alg-geom/9601010. [первичный источник]

[V0.16-3] Li, J.; Tian, G. Virtual Moduli Cycles and Gromov-Witten Invariants of Algebraic Varieties. JAMS 11 (1998), 119-174. arXiv: alg-geom/9602007. [первичный источник]

[V0.16-4] Kontsevich, M.; Manin, Yu. Gromov-Witten Classes, Quantum Cohomology, and Enumerative Geometry. Comm. Math. Phys. 164 (1994), 525-562. arXiv: hep-th/9402147. [первичный источник]

[V0.16-5] Graber, T.; Pandharipande, R. Localization of Virtual Classes. Invent. Math. 135 (1999), 487-518. arXiv: alg-geom/9708001. [первичный источник]

[V0.16-6] Behrend, K. Donaldson-Thomas Type Invariants via Microlocal Geometry. Ann. Math. 170 (2009), 1307-1338. arXiv: math/0507523. [первичный источник]

[V0.16-7] Behrend, K.; Fantechi, B. Symmetric Obstruction Theories and Hilbert Schemes of Points on Threefolds. Algebra Number Theory 2 (2008), 313-345. [первичный источник]

[V0.16-8] Stacks Project. Chow Groups of Spaces; Cotangent Complex; Obstruction Theories; Gysin Maps. [справочный первичный корпус]

[V0.16-9] Kurpishev, I. B. Том I v197 RU; Том II T2-RP-v0.1-v0.15. [внутренний авторский корпус]

237. Контрольная точка и граница вывода

truth_layer_promotion=0; checkpoint=T2-RP-v0.16; next=T2-RP-v0.17. (19.25)

Глава 19 построила virtual/enumerative слой предсказательного метода и одновременно установила его жёсткий предел: virtual fundamental class и его интегралы являются математическими инвариантами при собственных гипотезах, но не вероятностями будущих событий. Вероятностный прогноз появляется только после отдельного пространства исходов, меры, link-модели, калибровки, transportability-аудита и независимого внешнего запуска. До этого система не “оценивает шанс”, а честно сообщает PROBABILITY-UNAVAILABLE.

Следующая сборка tom2_v0_17 развивает категорифицированные, motivic и refined virtual invariants, generating series, функциональные уравнения и строгий запрет трактовать коэффициенты производящих рядов как временную динамику без эволюционного оператора и эмпирического моста.

checkpoint=T2-RP-v0.16; source=T2-RP-v0.15; truth_layer_promotion=0; next=T2-RP-v0.17.

Глава 20. Категорифицированные, мотивные и уточнённые виртуальные инварианты

Глава 19 построила виртуальный цикл и запретила считать его степенью вероятности. Настоящая глава поднимает носитель на следующий уровень: от числа и класса к категории, мотиву, mixed-Hodge или cohomological объекту, а затем к completed generating series. Центральная задача состоит не в производстве ещё более впечатляющей формулы, а в точном учёте того, какие данные сохраняются при декатегорификации и какие не возникают вообще. Главный предел главы: grading, charge и степень модуля не являются временем до тех пор, пока не заданы временная шкала, оператор эволюции и наблюдательный мост.

ОНТОЛОГИЯ	Категорифицированный инвариант является объектом категории с морфизмами, расширениями, градуировками и возможными higher-структурами. Его класс в K_0 , мотив, Hodge-полином и число являются разными уровнями бытия математического носителя.
ГНОСЕОЛОГИЯ	Каждый переход вниз по лестнице реализаций может быть неконсервативным. Равенство числовых специализаций не даёт права восстанавливать категорию или мотив без отдельной теоремы о консервативности.
ФЕНОМЕНОЛОГИЯ	Производящий ряд показывает распределение инвариантов по зарядам, степеням или классам. Последовательность коэффициентов похожа на “историю”, но это сходство является визуальным, а не динамическим.
ГРАНИЦА	Глава не строит общую motivic Donaldson-Thomas theory для NAPG и не вводит физическую BPS-интерпретацию. Все такие мосты сохраняют статус COND. Коэффициент формального ряда не считается состоянием во времени без τ , $U(t,s)$, наблюдаемой и EXT-RUN.

238. Лестница носителей и правило неповышения статуса

Определение 20.1. Лестницей refined-носителей называется диаграмма

$$\mathcal{C}_Y \in \mathcal{C}_Y \rightarrow [\mathcal{C}_Y] \quad K_0(\mathcal{C}_Y) \rightarrow \mathcal{C}_Y \quad R_{\text{mot}} \rightarrow \text{Real}(\mathcal{C}_Y) \rightarrow I_Y \quad R_{\text{num}}. \quad (20.1)$$

Здесь $\mathcal{C}_Y$ является категорией или стабильной ∞ -категорией объектов класса Y ; K_0 выполняет декатегорификацию; R_{mot} является выбранным мотивным кольцом или его локализацией/пополнением; Real обозначает Hodge-, ℓ -adic-, Poinecaré- или Euler-реализацию; I_Y является числовым либо полиномиальным инвариантом.

Правило 20.A. Стрелки (20.1) направлены от более богатого носителя к более грубому. Обратная стрелка не допускается без отдельно доказанного lifting/reconstruction theorem. В частности, равенство $I_Y = I_{Y'}$ не означает эквивалентности $\mathbb{V}_Y \simeq \mathbb{V}_{Y'}$.

ЛЕСТНИЦА КАТЕГОРИФИКАЦИИ И ПОТЕРИ ИНФОРМАЦИИ

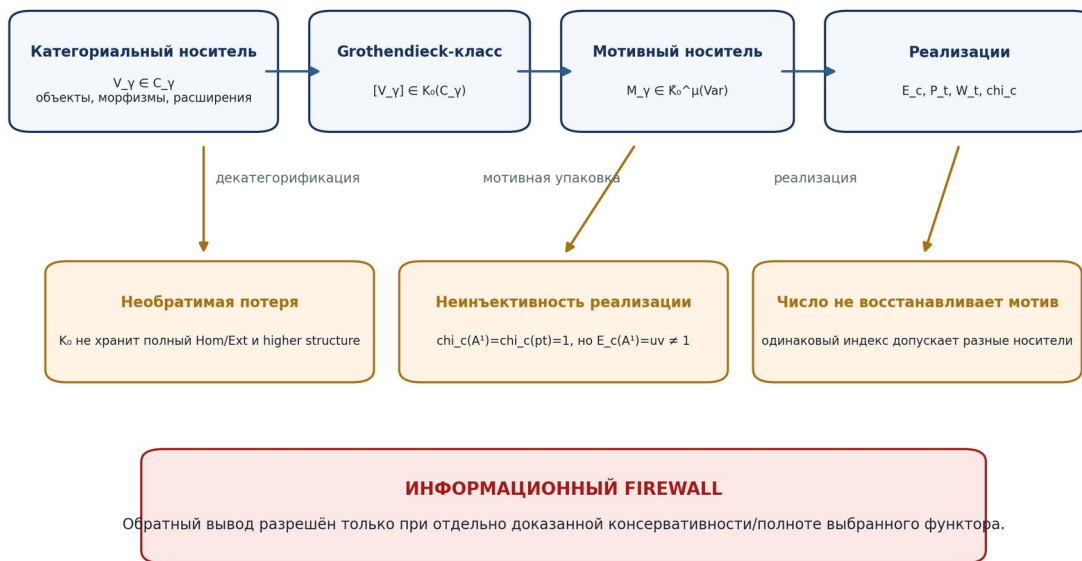


Рисунок 20.1. Лестница категорификации, мотивных реализаций и информационных потерь. Собственная схема Тома II.

239. Категорификация и декатегорификация

Определение 20.2. Категорификацией числового или кольцевого инварианта A называется выбор категории $\mathcal{C}$, дополнительной структуры на $\mathcal{C}$ и отображения декатегорификации $\text{des}: K_0(\mathcal{C}) \rightarrow A$, при котором заданный инвариант получается из класса категоризированного объекта. Это определение фиксирует минимальную структуру; в конкретной теории могут потребоваться dg-, A_∞ -, stable- ∞ - или monoidal-данные.

Grothendieck-группа аддитивной/триангулированной категории порождается символами $[X]$ с отношениями аддитивности. Для точного треугольника $X \rightarrow Y \rightarrow Z \rightarrow X[1]$ действует

$$[Y] = [X] + [Z]. \quad (20.2)$$

Отношение (20.2) намеренно стирает конкретный класс расширения. Поэтому K_0 хранит additive shadow, но не всю геометрию Hom, Ext, t-структур и higher compositions.

Теорема 20.1 (Decategorification no-go). [ТНМ] Функтор K_0 не является консервативным на естественных классах tensor-triangulated categories. Существуют неэквивалентные категории с изоморфными Grothendieck-группами.

Доказательство. Для поля k рассмотрим $\text{Perf}(k)$ и $\text{Perf}(k[\epsilon]/(\epsilon^2))$. Оба базовых кольца локальны, поэтому K_0 их категорий совершенных комплексов изоморфен $\mathbb{Z}$ посредством ранга. Однако tensor-unit имеет кольцо эндоморфизмов k в первом случае и $k[\epsilon]/(\epsilon^2)$ во втором. Tensor-triangulated equivalence должна сохранять unit и его эндоморфизмы, что невозможно. Следовательно, совпадение K_0 не восстанавливает категорию.

240. Мотивный носитель и Grothendieck-кольцо разновидностей

Пусть k — поле. Grothendieck-кольцо $K_0(\text{Var}_k)$ порождается классами $[X]$ k -разновидностей с scissors relation

$$[X] = [Z] + [X \setminus Z] \text{ для замкнутого } Z \subset X, \quad [X] \cdot [Y] = [X \times Y]. \quad (20.3)$$

Обозначим $\mathbb{L} = [\mathbb{A}^1]$ классом аффинной прямой. В motivic DT- и vanishing-cycle контекстах обычно требуется локализация по $\mathbb{L}$, присоединение $\mathbb{L}^{\wedge \{1/2\}}$, μ -эквивариантность и пополнение относительно размерности или эффективного конуса. Каждая такая операция меняет носитель и обязана входить в Evidence-D.

Определение 20.3. Motivic carrier NAPG-кандидата есть кортеж

$$\text{MotCar} = (R_{\text{mot}}, \mathbb{L}^{\wedge \{1/2\}}, \text{Fil}, \text{Comp}, \mu^{\text{or}}, \text{src}, D, \text{Dom}), \quad (20.4)$$

где явно указаны коэффициентное кольцо, выбранная квадратная корень-мера, фильтрация и пополнение, монодромический слой, orientation data, происхождение и домен.

Граница. Символ $[X]$ является классом в конкретном Grothendieck-кольце. Он не равен множеству точек X , числу точек, Euler characteristic или вероятности.

241. Реализации и теорема числовой неразличимости

Реализацией называется кольцевой или групповой гомоморфизм из мотивного носителя в более вычислимый объект. Типичные примеры: Hodge-Deligne polynomial $E_c(X;u,v)$, weight polynomial, Poincaré polynomial и compactly supported Euler characteristic χ_c .

$$\chi_c : K_0(\text{Var}_{\mathbb{C}}) \rightarrow \mathbb{Z}, \quad E_c : K_0(\text{Var}_{\mathbb{C}}) \rightarrow \mathbb{Z}[u,v]. \quad (20.5)$$

Теорема 20.2 (Numerical realization no-go). [ТНМ] Euler-реализация χ_c не инъективна.

Доказательство. Для точки pt и аффинной прямой $\mathbb{A}^1$ имеем $\chi_c(pt)=1$ и $\chi_c(\mathbb{A}^1)=1$. Однако $E_c(pt;u,v)=1$, тогда как $E_c(\mathbb{A}^1;u,v)=uv$. Следовательно, их мотивные классы различаются по Hodge-реализации, хотя числовая Euler-реализация совпадает.

Следствие. Числовой инвариант может быть устойчивым и воспроизводимым, но не быть полным.

Предсказательный алгоритм обязан хранить realization ledger и запрещать обратное восстановление данных, потерянных специализацией.

Уровень	Объект	Сохраняет	Может потерять
C	$\forall \gamma \in \gamma$	объекты, morphisms, extensions, higher structure	—
K	$[\forall \gamma] \in K_0$	аддитивные классы	extension classes, полный Hom/Ext
M	$\notin R_{\text{mot}}$	склейку, произведения, монодромию по выбранному носителю	конкретный категориальный lift
R	E_c, P_t, W_t	градуированные размеры/веса	часть мотивной структуры
N	χ_c, degree	одно число или конечный вектор	градуировки, знаки, носитель, branch data

242. Power structures и плетистические операции

Пусть R является полным λ -кольцом с Adams-операциями ψ_r и полным идеалом I . Для $f \in R$ определяется plethystic exponential

$$PExp(f) = \exp(\sum_{r \geq 1} \psi_r(f)/r), \quad PLog = PExp^{-1}. \quad (20.6)$$

Формула (20.6) корректна только после спецификации коэффициентного кольца, пополнения и делимости, необходимой для экспоненты. В геометрическом power structure выражение $A(t)^{[X]}$ кодирует конфигурации точек на X и не является обычным возведением чисел в степень.

Лемма 20.3. [ТНМ] Если R полно относительно I и $\psi_r(I) \subset I^r$, то $PExp$ задаёт биекцию между I и $1+I$. Доказательство следует из формальной экспоненты и логарифма в полном фильтрованном кольце. При отсутствии полноты равенство является лишь формальным шаблоном и не разрешает подстановку числовых значений.

243. Motivic vanishing cycles и orientation data

Для критического локуса $X = \text{Crit}(f)$ гладкой пары (U, f) motivic vanishing cycle хранит больше информации, чем взвешенная Euler characteristic. В глобальном d-critical или derived-контексте локальные циклы склеиваются только при совместимых orientation data и переходных тождествах.

$$MF^{\wedge}_{\varphi} \{U, f\} \in \text{--}X^{\wedge}\{\mu\}, \quad \text{Real}(MF^{\wedge}_{\varphi} \{U, f\}) = \text{vanishing-cycle realization.} \quad (20.7)$$

NAPG-импорт (20.7) получает статус COND. Требуются: критическая chart-модель; независимость от chart; orientation gerbe; совместимость с derived stack главы 18; связь с virtual class главы 19; доказанная functoriality по NAPG-морфизмам.

Запрет 20.B. Наличие функции, похожей на потенциал, не даёт права использовать motivic vanishing cycles. Необходимо доказать, что локальный carrier действительно является критическим локусом и что переходы сохраняют заданную d-critical/derived структуру.

244. Refined-инварианты и реализационный паспорт

Уточнённый инвариант сохраняет дополнительную градуировку, вес, spin, Hodge-тип или монодромию. В минимальном абстрактном виде

$$\Omega_{\mathcal{Y}}^{\{ref\}}(y) = \sum_j (-1)^j \dim \mathcal{H}_{\mathcal{Y}}^j \cdot y^{j/2}. \quad (20.8)$$

Конвенция знаков, полуцелых степеней и weight shifts зависит от теории. Поэтому объектом сравнения служит не голая формула, а паспорт $\text{RefCert}=(\mathcal{H}_{\mathcal{Y}}, \text{grading}, \text{weight}, \text{shift}, \text{duality}, \text{realization}, \text{source}, D, \text{Dom})$.

Specialization map $y \mapsto 1$ или $y \mapsto -1$ может давать числовой индекс, но она обычно неинъективна. Например, Laurent-полиномы $y+y^{-1}$ и 2 имеют одинаковое значение при $y=1$, хотя refined-профили различны.

245. Cohomological Hall algebra

Для подходящего quiver-with-potential или 3-Calabi-Yau контекста cohomological Hall algebra имеет градуированное пространство

$$\text{CoHA} = \bigoplus_{\gamma \in \Gamma_+} H^{\bullet}_{\{c, G_{\gamma}\}}(\text{Rep}_{\gamma}, \phi_{\{\text{Tr } W\}}), \quad (20.9)$$

а произведение строится через correspondences, pull-push operations и vanishing cycles. Ассоциативность произведения является теоремой конкретной СоНА-конструкции и не следует из одной аддитивной градуировки.

Для NAPG возможный СоНА-мост требует: категории объектов/расширений; стеков коротких точных последовательностей; proper/smooth conditions для pull-push; orientation/vanishing-cycle data; proof of associativity; совместимости с частичным произведением $\odot$. До закрытия этих пунктов обозначение $\text{CoHA}_{\text{NAPG}}$ является OPEN-CANDIDATE.

246. BPS-cohomology и интегральность

В cohomological DT theory числовые BPS-инварианты заменяются mixed Hodge structures или cohomological BPS spaces. Схематически

$$BPS_Y \in MHM(M_Y), \quad \Omega_Y^{\{ref\}} = Real(BPS_Y). \quad (20.10)$$

Интегральность числового инварианта может быть следствием существования категоризированного носителя, но не означает существования физической частицы. Термин BPS в настоящей главе используется только как имя классического математического слоя DT-теории; физический экспорт требует отдельного тома и независимого моста.

PBW/freeness statements для CoHA фиксируют структурную генерацию алгебры BPS-слоем при собственных гипотезах. Они не задают временной порядок рождения объектов: порядок в PBW-базисе является алгебраическим.

247. Производящие ряды как завершённые градуированные объекты

Пусть Γ_+ — положительный конус классов, R — коэффициентное кольцо, а $R[[\Gamma_+]]$ — его completion. Refined generating series определяется как

$$Z_{ref}(y, \hbar) = 1 + \sum_{0 \neq \gamma \in \Gamma_+} \Omega_{\gamma}^{ref}(y, \hbar) \hbar^{1+\hat{I}(\gamma)}. \tag{20.11}$$

Переменная $\hbar$ маркирует класс γ . Она не является моментом времени, если отдельно не задана карта $\tau: \Gamma_+ \rightarrow T$. Даже при $\Gamma_+ = \mathbb{N}$ индекс p может означать длину, заряд, степень, число точек, Chern character, размерность представления или порядок возмущения.

Компонент ряда	Математическая роль	Чего он не задаёт
$\gamma \in \Gamma$	градуировка/заряд/класс	момент времени
Ω_{γ}	коэффициентный invariant	вероятность или частоту
x^{γ}	формальный моном	состояние системы
PExp/PLog	упаковка multi-particle/combinatorial data	эволюционный оператор
functional equation	алгебраическая симметрия	причинность
radius of convergence	аналитическая область числовой реализации	физический горизонт без модели

248. Квантовый тор и упорядоченные факторизации

Если Γ снабжена кососимметрической формой $\langle \cdot, \cdot \rangle$, motivic DT series часто живёт в quantum torus с умножением

$$x^\alpha x^\beta = \mathbb{L}^{\langle \alpha, \beta \rangle / 2} x^{\alpha + \beta}. \quad (20.12)$$

При ненулевой форме порядок множителей существенен. Wall-crossing утверждает инвариантность соответствующего ordered product при изменении стабильности, а не покадровую временную эволюцию каждого коэффициента. Лучи центрального заряда задают порядок в факторизации, но не физические даты.

Определение 20.4. Series certificate включает

$(\Gamma, R, \text{completion}, \text{pairing}, \text{ordering}, \text{chamber}, \text{PExp/PLog}, \text{convergence_status}, D, \text{Dom})$. Без этого произведение и перестановка факторов не считаются типизированными.

249. Rationality и функциональные уравнения

В ряде curve-counting задач generating functions являются разложениями рациональных функций или удовлетворяют duality/functional equations. Эти свойства являются сильными структурными ограничениями, но не задают trajectory law.

$$Z(q^{-1}) = q^a \cdot \varepsilon \cdot Z(q) \quad \text{или} \quad Z(q) = P(q)/Q(q). \quad (20.13)$$

Формула (20.13) связывает коэффициенты как алгебраические данные. Она не сообщает, как состояние при времени t переходит в состояние при $t+\Delta t$. Даже recurrence relation для коэффициентов становится динамикой только после определения state vector, transition map и интерпретации шага индекса.

250. Теорема неидентифицируемости времени по коэффициентам

Теорема 20.4 (Coefficient-time non-identifiability). [ТНМ] Формальный ряд $Z(q)=\sum_{n\geq 0}a_nq^n$ сам по себе не определяет временную шкалу, длительности между наблюдениями или эволюционный оператор.

Доказательство. Ряд определяет функцию коэффициентов $a:\mathbb{N}\rightarrow\mathbb{R}$. Выберем две инъективные временные разметки $\tau_1(n)=n$ и $\tau_2(n)=n^2$ в $\mathbb{R}_{\geq 0}$. Они присваивают одной и той же последовательности различные интервалы: $\tau_1(n+1)-\tau_1(n)=1$, тогда как $\tau_2(n+1)-\tau_2(n)=2n+1$. Никакое свойство коэффициентов не выбирает одну разметку. Более того, ряд не содержит операторов $U(\tau(n+1),\tau(n))$, поэтому не определяет переход между состояниями. Следовательно, time metric и dynamics неидентифицируемы.

graded coefficient $\neq$ time-stamped state; generating series $\neq$ flow. (20.14)

ФОРМАЛЬНЫЙ РЯД И ВРЕМЕННАЯ ДИНАМИКА: ТИПОВОЙ БАРЬЕР

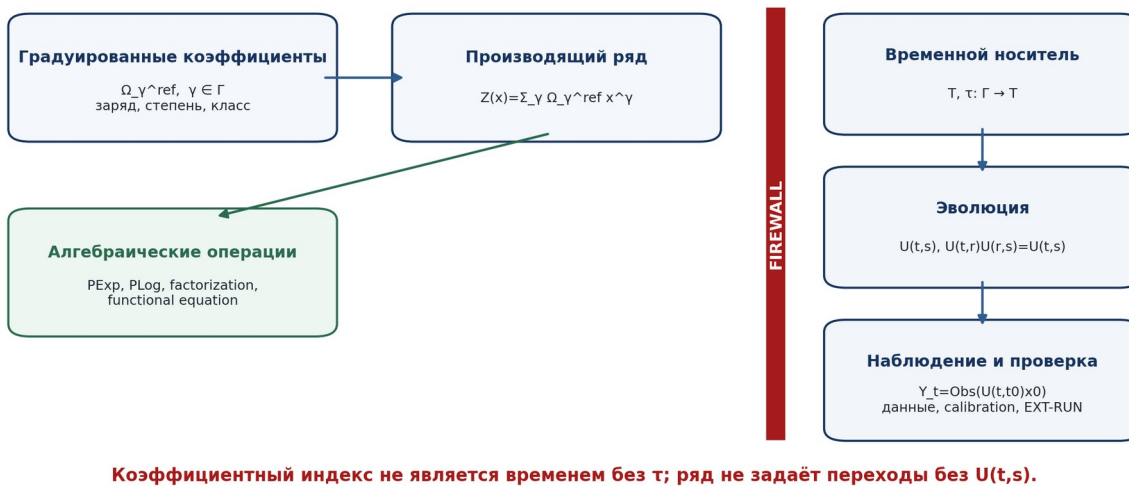


Рисунок 20.2. Типовой барьер между производящим рядом и временной динамикой. Собственная схема Тома II.

251. Минимальный динамический мост

Определение 20.5. Динамический мост задаётся кортежем

$$B_{dyn}=(T,S,\tau,U,\mathcal{G},\iota,Obs,noise,Cal,Ext,D,Dom). \quad (20.15)$$

- T — временной носитель с выбранной топологией/мерой и направлением;
- S — пространство состояний;
- $\tau:\Gamma \rightarrow T$ связывает grading с моментами или интервалами;
- $U(t,s):S \rightarrow S$ — evolution family, определённая при $t \geq s$;
- $\mathcal{G}$ — генератор, уравнение или kernel, если он существует;
- ι — embedding refined/motivic data в state/parameter space;
- Obs — наблюдательная карта;
- $noise$ — вероятностная или интервальная модель ошибок;
- Cal и Ext — калибровка и независимый внешний запуск;
- D/ Dom — достаточное основание и допустимая область.

Основные тождества evolution family:

$$U(t,t)=Id, \quad U(t,r) \circ U(r,s)=U(t,s), \quad t \geq r \geq s. \quad (20.16)$$

Без (20.16) символ “эволюция” остаётся метафорой или независимым набором операторов.

252. Полугруппы, генераторы и transfer operators

Для автономной линейной модели может использоваться strongly continuous semigroup $U(t)=e^{\{tA\}}$. Генератор определяется пределом

$$Ax = \lim_{t \downarrow 0} (U(t)x - x)/t, \quad x \in \text{Dom}(A). \quad (20.17)$$

Для неавтономной модели требуется двухпараметрическое $U(t,s)$, а для вероятностных состояний — Markov/transfer operator с сохранением положительности и массы. Ни одно из этих свойств не следует из positivity коэффициентов generating series: положительный коэффициент не является positive operator.

NAPG-версия transfer bridge должна также сохранять реперные ограничения, D/Dom , partial operation domains и blocker-safe abstention. Существование такого оператора в общей NAPG остаётся OPEN.

253. Path-space carrier и причинный порядок

Временной прогноз требует не только маргинальных состояний, но и допустимых путей. Вводится path-space $\mathcal{P}(S)$ и мера/множество допустимых траекторий Ω . Причинный kernel $K_{\{t,s\}}$ должен удовлетворять композиции Чепмена–Колмогорова или её детерминированному аналогу.

$$K_{\{t,s\}} = K_{\{t,r\}} \circ K_{\{r,s\}}. \quad (20.18)$$

Формальный ряд может кодировать суммы по путям после того, как path model уже задана. Обратный вывод “есть ряд, значит есть путь” недопустим. Один и тот же partition function допускает различные microscopic path models.

254. Эмпирический мост и операционализация

Динамический мост становится эмпирическим только после спецификации наблюдаемой Y_t , частоты измерения, censoring, selection mechanism, train/validation/test split и критериев фальсификации. Внешний слой имеет вид

$$Y_t = Obs(U(t, t_0) | (_ref)) + \varepsilon_t. \quad (20.19)$$

Формула (20.19) является моделью измерения. Она не выводится из мотивного кольца. Параметры Obs, ε_t и τ должны быть определены до раскрытия контрольного результата, иначе коэффициенты ряда могут быть постфактум переименованы во “временные признаки”.

255. Мотивно-refined Reper-сертификат

Определение 20.6. Полный сертификат главы имеет вид

$$MotRefCert=(\mathbb{V},K_0,\mathcal{M},Real,\Omega_{ref},Z_{ref},B_{dyn},B_{emp},src,code,D,Dom). \quad (20.20)$$

Ему сопоставляется Reper-четвёрка

$$Rep_{mot}=(R_{mot},I_{mot},U_{mot};D_{mot}), \quad (20.21)$$

- R_{mot} : фактически построенный категориальный/мотивный/refined carrier;
- I_{mot} : выбранный invariant, realization и правило сравнения;
- U_{mot} : допустимые chamber, grading, completion, specialization и dynamic bridges;
- D_{mot} : orientation, source provenance, software, exact/interval arithmetic, time map, evolution law и external evidence.

Проективно-гармоническая координата λ вычисляется только для типизированной четвёрки (20.21). Она не извлекается из одного коэффициента и не назначает индексу временной смысл.

256. Информационные остатки и refined-CGI

Вместо преждевременного сведения всех ошибок к одному числу вводится вектор остатков

$$R_{ref}=(r_{cat},r_{K_0},r_{mot},r_{real},r_{spec},r_{series},r_{time},r_{evol},r_{obs},r_{ext}). \quad (20.22)$$

Компоненты измеряют соответственно потерю категориальных данных, неопределённость декатегорификации, motivic orientation/gluing, неконсервативность realization, ошибку специализации, дефект completed series, отсутствие time map, нарушение evolution law, observational mismatch и внешний validation gap.

Скалярный индекс $CGI_{ref}=\|W R_{ref}\|$ разрешён только после публикации весового оператора W и анализа чувствительности. Изменение W может менять ranking кандидатов, поэтому W входит в D и контрольный хеш.

257. Три переходных горизонта v0.17

$$\Delta_{mot} = \Delta_{cat} \cup \Delta_{or} \cup \Delta_{glue} \cup \Delta_{comp} \cup \Delta_{real} \cup \Delta_{spec}. \quad (20.23)$$

$$\Delta_{series} = \Delta_{ring} \cup \Delta_{order} \cup \Delta_{wall} \cup \Delta_{PExp} \cup \Delta_{conv} \cup \Delta_{func}. \quad (20.24)$$

$$\Delta_{dyn} = \Delta_{time} \cup \Delta_{state} \cup \Delta_U \cup \Delta_{gen} \cup \Delta_{path} \cup \Delta_{obs} \cup \Delta_{cal} \cup \Delta_{ext}. \quad (20.25)$$

Первый горизонт фиксирует смену категориального/мотивного carrier, orientation, gluing, completion, realization и specialization. Второй — смену coefficient ring, порядка в quantum torus, wall, plethystic admissibility, режима сходимости и functional equation. Третий — изменение времени, state space, evolution family, generator, path model, observation, calibration и внешней проверки.

$$\Delta_{safe}^{v0.17} = \Delta_{safe}^{v0.16} \cup \Delta_{mot} \cup \Delta_{series} \cup \Delta_{dyn}. \quad (20.26)$$

258. Главная условная теорема T2-RP-v0.17

Теорема 20.5 (Motivic-series-dynamic safe theorem). [COND] Пусть над связной камерой параметров выполнены условия:

48. существует глобальный categorified/refined carrier $\mathbb{V}_\gamma$ с доказанным descent;
49. orientation и motivic vanishing-cycle data согласованы;
50. Grothendieck, motivic и realization maps типизированы и естественны;
51. coefficient ring complete, а PExp/PLog и ordered products определены;
52. grading cone, chamber и wall-crossing transport фиксированы;
53. MotRefCert, Evidence-D и Dom валидны;
54. если заявлен временной вывод, то задан B_{dyn} с (20.16) и B_{emp} с (20.19);
55. путь $\gamma(I)$ не пересекает $\Delta_{\text{safe}}^{\{v0.17\}}$.

Тогда motivic/refined profile

$$P_{\text{ref}}(t) = ([\mathbb{V}_t], \mathcal{M}_t, \text{Real}_t, \Omega_t^{\{ref\}}, Z_t, \text{chamber}_t, \lambda_t, \text{CGI}_{\text{ref}}, t) \quad (20.27)$$

постоянен вдоль пути с точностью до доказанного transport. Если временной мост отсутствует, допустим только вывод

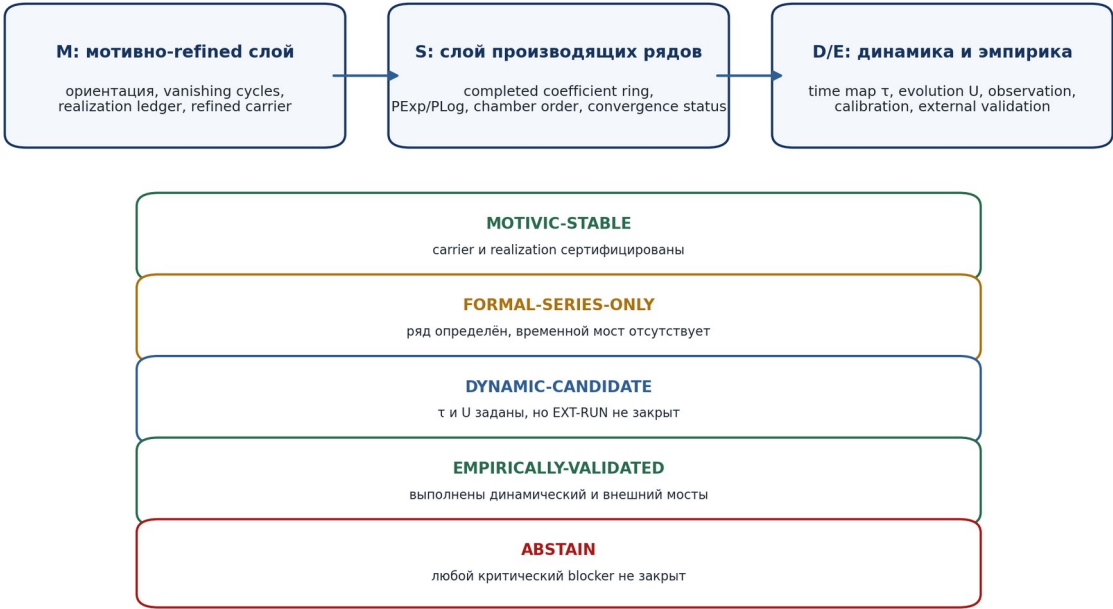
$$NO\text{-}REFINED\text{-}CHANGE\text{-}IN\text{-}MODEL \text{ или } FORMAL\text{-}SERIES\text{-}ONLY. \quad (20.28)$$

Если B_{dyn} и B_{emp} закрыты, дополнительно разрешается проверка динамического профиля. Даже тогда теорема не утверждает физическую универсальность: она ограничена выбранными state space, time map, evolution law, observation и доменом.

259. Трёхступенчатый blocker-safe вердикт

Степень	Необходимые условия	Допустимый результат
M: categorified/motivic	carrier, orientation, descent, realization	MOTIVIC-STABLE / CANDIDATE-MOTIVIC-JUMP / ABSTAIN
S: generating series	completion, ordering, PExp/PLog, chamber	SERIES-STABLE / CANDIDATE-SERIES-JUMP / FORMAL-SERIES-ONLY
D: dynamics	τ , state space, $U(t,s)$, generator/path law	DYNAMIC-CANDIDATE / NO-DYNAMIC-CHANGE-IN-MODEL / ABSTAIN
E: empirical	Obs, calibration, frozen split, EXT-RUN	EMPIRICALLY-VALIDATED / FALSIFIED-IN-DOMAIN / ABSTAIN

ТРЁХСТУПЕНЧАТЫЙ MOTIVIC / SERIES / DYNAMIC VERDICT



Ни мотив, ни refined polynomial, ни коэффициент ряда не получают физический статус без отдельного моста.

Рисунок 20.3. Трёхступенчатый motivic/series/dynamic verdict. Собственная схема Тома II.

260. Контрпримеры и разделяющие модели

- $\text{Perf}(k)$ и $\text{Perf}(k[\epsilon]/\epsilon^2)$ имеют $K_0 \cong \mathbb{Z}$, но не эквивалентны как tensor-triangulated categories.
- $\mathbb{A}^1$ и pt имеют одинаковую χ_c , но разные Hodge-Deligne realizations uv и 1 .
- Разные refined polynomials могут иметь одинаковую specialization при $y=1$.
- Один и тот же ряд $Z(q)$ допускает временные разметки $\tau(n)=n$ и $\tau(n)=n^2$.
- Рекуррентность коэффициентов не задаёт state space: scalar recurrence и companion-matrix system имеют разные carriers.
- Рациональная функция может иметь несколько Laurent-разложений в разных камерах; их порядок не является временем.
- Положительные коэффициенты не гарантируют Markov property и нормировку суммы к единице.
- Quantum-torus product зависит от порядка, но ordered ray factorization является wall-crossing datum, а не chronology.
- Нулевой числовой индекс может возникать из cancellation ненулевых cohomological pieces.
- Ненулевой motivic class может иметь нулевую Euler realization.
- Функциональное уравнение $q \mapsto q^{-1}$ выражает duality, а не обратимость временной эволюции.
- $\lambda=-1$ для Rep_{mot} не создаёт τ , $U(t,s)$, Obs или EXT-RUN.

261. Вычислительный сертификат MOT-REF-SER-DYN v0.17

- MOT-01 category/carrier inventory; MOT-02 morphism and Ext typing; MOT-03 K_0 relations; MOT-04 tensor/monoidal data;
- MOT-05 Grothendieck motivic ring; MOT-06 localization by $\mathbb{L}$; MOT-07 square-root convention; MOT-08 completion/filtration;
- MOT-09 vanishing-cycle chart; MOT-10 orientation data; MOT-11 descent/gluing; MOT-12 realization ledger;
- MOT-13 Hodge/weight/Poincaré data; MOT-14 numerical specialization; MOT-15 information-loss tests; MOT-16 refined invariant;
- MOT-17 CoHA correspondence; MOT-18 associativity/PBW test; MOT-19 BPS carrier; MOT-20 integrality certificate;
- MOT-21 generating series; MOT-22 coefficient monoid; MOT-23 PExp/PLog; MOT-24 quantum-torus ordering;
- MOT-25 wall/functional equation; MOT-26 exact/formal/convergent status; MOT-27 time map τ ; MOT-28 state space;
- MOT-29 evolution cocycle; MOT-30 observation/calibration/EXT-RUN; MOT-31 blocker-safe verdict; MOT-32 source/code/data/environment hashes.

Псевдокод

```

INPUT categorified carrier, motivic ring, realizations, refined coefficients, chamber, optional dynamic bridge
CHECK category/ $K_0$ /motive/realization types and information-loss ledger
BUILD  $Z_{ref}$  in certified completion; CHECK ordering, PExp/PLog and wall data
IF no  $\tau$  or  $U(t,s)$ : RETURN FORMAL-SERIES-ONLY
CHECK evolution cocycle, observation model, calibration and EXT-RUN
IF any blocker: RETURN ABSTAIN
ELSE RETURN domain-bounded refined/dynamic verdict + hashes
    
```

262. Доказательные обязательства T2-PO-283–T2-PO-314

PO	Обязательство	Статус	Условие закрытия
T2-PO-283	Определить категориальный carrier общей NAPG.	OPEN	Concrete stable/dg/∞ category.
T2-PO-284	Построить functorial K_0 .	COND	Exact/triangulated structure and naturality.
T2-PO-285	Доказать tensor compatibility декатегорификации.	OPEN	Monoidal enhancement.
T2-PO-286	Зафиксировать motivic coefficient ring.	MODEL-CLOSED	Ring/localization/completion passport.
T2-PO-287	Построить motivic measure NAPG.	OPEN	Scissors/product theorem.
T2-PO-288	Проверить $\mathbb{L}^{\wedge\{1/2\}}$ convention.	COND	Orientation and coefficient extension.
T2-PO-289	Построить motivic vanishing cycles.	OPEN	Critical charts + orientation data.
T2-PO-290	Доказать chart independence.	OPEN	d-critical/derived comparison theorem.
T2-PO-291	Построить realization functors.	COND	Hodge/weight/ℓ-adic realization.
T2-PO-292	Вести information-loss ledger.	CLOSED/PROTO	MOT-15 tests.
T2-PO-293	Определить refined invariant.	MODEL-CLOSED	Grading, sign, shift, duality.
T2-PO-294	Построить CoHA_NAPG.	OPEN	Extension stacks and pull-push.
T2-PO-295	Доказать ассоциативность CoHA.	OPEN	Correspondence composition.
T2-PO-296	Построить BPS-cohomology carrier.	OPEN	PBW/integrality package.
T2-PO-297	Зафиксировать grading monoid Г.	CLOSED/TYPE	Positive cone and support.
T2-PO-298	Определить completed series ring.	CLOSED/TYPE	Filtration and completeness.
T2-PO-299	Проверить PExp/PLog.	COND	λ-ring/Adams hypotheses.
T2-PO-300	Построить quantum-torus pairing.	OPEN	Skew form and ordering.
T2-PO-301	Доказать wall-crossing factorization.	OPEN	Stability structure and transport.
T2-PO-302	Классифицировать формальный/аналитический статус ряда.	MODEL-CLOSED	Convergence ledger.
T2-PO-303	Доказать no-time theorem.	CLOSED	Theorem 20.4.
T2-PO-304	Задать time map τ.	OPEN-DOMAIN	External temporal semantics.
T2-PO-305	Задать state space S.	OPEN-DOMAIN	Domain-specific states.
T2-PO-306	Построить evolution family U(t,s).	OPEN	Cocycle and regularity.
T2-PO-307	Построить generator/path kernel.	OPEN	Semigroup or nonautonomous theorem.
T2-PO-308	Доказать NAPG-совместимость эволюции.	OPEN	Preservation of D/Dom/⊙.
T2-PO-309	Задать observation map.	OPEN-DOMAIN	Operational measurement model.
T2-PO-310	Провести calibration/validation.	OPEN-EMP	Frozen protocol and data.
T2-PO-311	Выполнить независимый EXT-RUN.	OPEN-EMP	External preregistered run.
T2-PO-312	Согласовать λ и CGI_ref.	COND	Weight/source sensitivity certificate.
T2-PO-313	Реализовать MOT-REF-SER-DYN код.	OPEN-COMP	Exact/interval executable package.

PO	Обязательство	Статус	Условие закрытия
T2-PO-314	Закреть главную теорему v0.17.	COND	All categorified, series, dynamic and empirical bridges.

263. Prior art и граница авторского вклада

Классический prior art главы включает Grothendieck-кольца и power structures; motivic zeta functions и vanishing cycles; motivic Donaldson–Thomas invariants и wall-crossing; cohomological Hall algebras; generalized DT theory; cohomological BPS-categorification; Hall-algebraic curve counting. Авторский слой Тома II состоит в их типизированном включении в NAPG/KLT-RBD, информационном ledger, тройном motivic-series-dynamic firewall, Reper/D/Dom-сертификате и отрицательной теореме о неидентифицируемости времени по коэффициентам.

[V0.17-1] Kontsevich, M.; Soibelman, Y. Stability structures, motivic Donaldson–Thomas invariants and cluster transformations. arXiv:0811.2435. [первичный источник]

[V0.17-2] Kontsevich, M.; Soibelman, Y. Cohomological Hall algebra, exponential Hodge structures and motivic Donaldson–Thomas invariants. arXiv:1006.2706. [первичный источник]

[V0.17-3] Joyce, D.; Song, Y. A theory of generalized Donaldson–Thomas invariants. arXiv:0810.5645. [первичный источник]

[V0.17-4] Bridgeland, T. Hall algebras and curve-counting invariants. arXiv:1002.4374. [первичный источник]

[V0.17-5] Davison, B.; Meinhardt, S. Cohomological Donaldson–Thomas theory of a quiver with potential and quantum enveloping algebras. arXiv:1601.02479. [первичный источник]

[V0.17-6] Bussi, V.; Joyce, D.; Meinhardt, S. On motivic vanishing cycles of critical loci. arXiv:1305.6428. [первичный источник]

[V0.17-7] Denef, J.; Loeser, F. Motivic Igusa zeta functions. arXiv:math/9803040. [первичный источник]

[V0.17-8] Gusein-Zade, S. M.; Luengo, I.; Melle-Hernández, A. On the power structure over the Grothendieck ring of varieties and its applications. arXiv:math/0605467. [первичный источник]

[V0.17-9] Behrend, K. Donaldson–Thomas type invariants via microlocal geometry. arXiv:math/0507523. [первичный источник]

[V0.17-10] Kurpishev, I. B. Том I v197 RU; Том II T2-RP-v0.1–v0.16. [внутренний авторский корпус]

264. Контрольная точка и граница вывода

truth_layer_promotion=0; checkpoint=T2-RP-v0.17; next=T2-RP-v0.18. (20.29)

Глава 20 построила лестницу $\text{categorified} \rightarrow \text{motivic} \rightarrow \text{refined} \rightarrow \text{numerical}$, формализовала производящие ряды и установила их предел: grading не является временем, а коэффициенты не задают evolution law . Для динамического вывода необходимы отдельные τ , state space , $U(t,s)$, $\text{path/observation model}$, calibration и независимый внешний запуск. До их построения результат остаётся математическим профилем и не получает физического статуса.

Следующая сборка tom2_v0_18 развивает нелинейные эволюционные полугруппы, $\text{transfer operators}$, $\text{path-space carriers}$, causal kernels и связь с реперным прогнозом при явной временной, вероятностной и эмпирической спецификации.

$\text{checkpoint}=T2\text{-RP-v0.17}$; $\text{source}=T2\text{-RP-v0.16}$; $\text{truth_layer_promotion}=0$; $\text{next}=T2\text{-RP-v0.18}$.

Глава 21. Нелинейные эволюционные полугруппы, transfer operators, path-space carriers и причинные ядра

ОНТОЛОГИЯ	Временная структура начинается не с последовательности индексов, а с пространства состояний, направленного временного носителя и правила перехода. Траектория существует лишь после задания совместимых переходов или меры на пространстве путей.
ГНОСЕОЛОГИЯ	Оператор эволюции сообщает, как модель переносит состояние; transfer-оператор сообщает, как переносятся наблюдаемые или меры; эмпирическая причинность требует ещё наблюдений, интервенций, контроля смещения и независимой проверки.
ФЕНОМЕНОЛОГИЯ	Наблюдаемый поток данных является проекцией скрытой или расширенной траектории. Память, запаздывание и ветвление могут требовать увеличения состояния до истории, поэтому одно текущее значение не всегда является достаточным носителем будущего.
ГРАНИЦА	Полугруппа, Markov kernel, Volterra kernel, Koopman-спектр, $\lambda=-1$ или низкий CGI сами по себе не доказывают физическую причинность, вероятность будущего события или переносимость за пределы заявленного Dom.

Статус главы: theorem/conditional/computational package. В ней строится математический временной интерфейс, необходимый после динамического firewall главы 20. Физическая и эмпирическая интерпретации остаются отдельными слоями. ПН.2 и F-1–F-14 статуса не меняют.

truth_layer_promotion=0; source=T2-RP-v0.17; checkpoint=T2-RP-v0.18. (21.1)

265. Типы времени, состояния и эволюции

Определение 21.1. Временным носителем называется ориентированное частично упорядоченное множество $(T, \leq)$, снабжённое топологией или измеримой структурой, достаточной для выбранного класса эволюций. Пространство состояний S может быть метрическим, банаховым, гильбертовым, стратифицированным или категориальным объектом, но его тип фиксируется до определения перехода.

Чтобы не смешивать компонент U реперной четвёрки с оператором эволюции, в настоящей главе оператор обозначается каллиграфической буквой $\mathcal{U}$. Для $t \geq s$ вводится частично определённая карта

$$(\mathcal{U}s): \text{Dom}_{\{t,s\}} \ S_s \rightarrow S_t. \quad (21.2)$$

Автономный случай задаётся $S_t=S$ и $\mathcal{U}(t,s)=\mathcal{I}(t-s)$. Неавтономный случай требует двух параметров, потому что переход зависит не только от длительности, но и от положения интервала на временной оси.

Минимальный реестр типов

Объект	Строгая роль и ограничение
T	Временной носитель; индекс, физическое время, логическое время и порядок раскрытия данных не отождествляются автоматически.
S_t	Состояние в момент t ; при изменении носителя требуется state bundle или поле состояний.
$\mathcal{U}(t,s)$	Evolution family с явным Dom; композиция допускается только при совместимости промежуточных областей.
Obs_t	Наблюдательная карта; без неё состояние модели не становится измерением.
D_t / Dom_t	Достаточное основание, provenance, допустимый режим и ограничения применимости.

266. Нелинейная эволюционная полугруппа

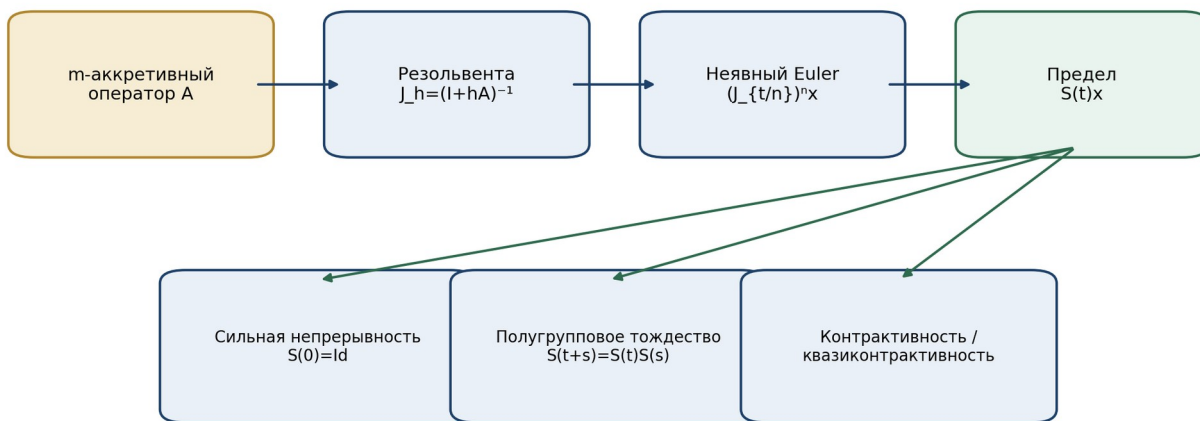
Определение 21.2. Нелинейной полугруппой на замкнутом множестве C банахова пространства X называется семейство отображений $\{\mathcal{N}(t)\}_{t \geq 0}$, для которого

$$\mathcal{N}(0) = Id_C, \quad \mathcal{N}(t+s) = \mathcal{N}(t) \circ \mathcal{N}(s), \quad \lim_{t \downarrow 0} \mathcal{N}(t)x = x. \quad (21.3)$$

Контрактивность означает $\|\mathcal{N}(t)x - \mathcal{N}(t)y\| \leq \|x - y\|$. Квазиконтрактивность допускает множитель $e^{\omega t}$. Для частичной NAPG-операции дополнительно требуется инвариантность допустимого сектора: $\mathcal{N}(t)C_{adm} \subseteq C_{adm}$ и сохранение D/Dom .

Полугрупповое тождество является свойством композиции переходов. Оно не определяет единицу времени, не выбирает наблюдаемую и не сообщает, является ли параметр t физическим, вычислительным или деформационным.

Нелинейная полугруппа: генератор, резольвента и траектория



Стрелки означают доказанные логические зависимости, а не физическую причинность.

Рисунок 21.1. Нелинейная полугруппа: генератор, резольвента и неявная Euler-схема. Собственная схема Тома II.

267. Аккретивные и m -аккретивные генераторы

Для многозначного оператора $A \subseteq X \times X$ резольвента определяется формально как $J_h = (I + hA)^{-1}$. Оператор аккретивен, если его резольвента не расширяет расстояния на своей области. Он m -аккретивен, если дополнительно $\text{Range}(I + hA) = X$ для всех $h > 0$ в соответствующем режиме.

Теорема 21.1 (Crandall–Liggett generation, специализированная форма). [ТНМ/prior art] Пусть X — банахово пространство, A — m -аккретивный оператор и $x \in \text{Dom}(A)$. Тогда предел неявных Euler-приближений

$$\mathcal{J}(t)x = \lim_{m \rightarrow \infty} (I + (t/m)A)^{-m}x \quad (21.4)$$

существует равномерно на компактных временных интервалах и задаёт нелинейную контрактивную полугруппу. В NAPG данная теорема применима только после доказательства m -аккретивности конкретного оператора, замкнутости допустимого сектора и совместимости резольвенты с пакетной структурой.

Следствие 21.1. Вычислительная схема может сертифицировать переход лишь при контроле ошибки дискретизации, устойчивости резольвенты и неизменности Dom . Запись $\exp(-tA)x$ без этих условий является обозначением цели, а не доказанным объектом.

268. Неавтономные evolution families и интерфейс Като

Определение 21.3. Неавтономным evolution family называется семейство $\mathcal{U}(t,s)$, $t \geq s$, удовлетворяющее

$$\mathcal{U}(s,s)=Id, \quad \mathcal{U}(t,r) \circ \mathcal{U}(r,s) = \mathcal{U}(t,s). \quad (21.5)$$

Для уравнения $u'(t)+A(t)u(t)=0$ необходимо контролировать зависимость $\text{Dom } A(t)$, устойчивость семейства резольвент, измеримость или регулярность $t \mapsto A(t)$ и существование общего admissible core. Исходная теория Като показывает, что эволюционные операторы требуют самостоятельного пакета условий и не сводятся к подстановке t в автономную экспоненту.

NAPG-версия вводит transport-domain condition: если $x \in \text{Dom}_{\{r,s\}}$, то $\mathcal{U}(r,s)x$ должно принадлежать $\text{Dom}_{\{t,r\}}$; иначе композиция (21.5) не типизирована. На стратифицированной базе дополнительно требуется совместимость с переходами между стратами.

269. Динамика состояний и Коорман-оператор наблюдаемых

Пусть $\Phi_t: S \rightarrow S$ — измеримое отображение состояния. Коорман-оператор действует не на состояниях, а на наблюдаемых $f: S \rightarrow \mathbb{C}$:

$$(\mathcal{K}_t f)(x) = f(\Phi_t(x)). \quad (21.6)$$

Даже если Φ_t нелинейно, $\circ_t$ линейен по f . Если $\Phi_{t+s} = \Phi_t \circ \Phi_s$, то с выбранной convention выполняется $\mathcal{K}_{t+s} = \mathcal{K}_s \circ \mathcal{K}_t$ либо обратный порядок; convention фиксируется в сертификате. Спектр Коорман-оператора может выявлять моды наблюдаемых, но не создаёт причинного механизма и не идентифицирует скрытые состояния без условия наблюдаемости.

Теорема 21.2 (no-state-reconstruction). [ТНМ] Если семейство наблюдаемых не разделяет точки S , то из всех значений $\mathcal{K}_t f$ в данном семействе нельзя однозначно восстановить состояние. Доказательство следует из существования $x \neq y$ с $f(x) = f(y)$ для всех выбранных f .

270. Perron–Frobenius и transfer-операторы

Для меры μ pushforward задаётся

$$\mathcal{P}_t \mu = (\Phi_t)_\# \mu, \quad (\mathcal{P}_t \mu)(B) = \mu(\Phi_t^{-1}(B)). \quad (21.7)$$

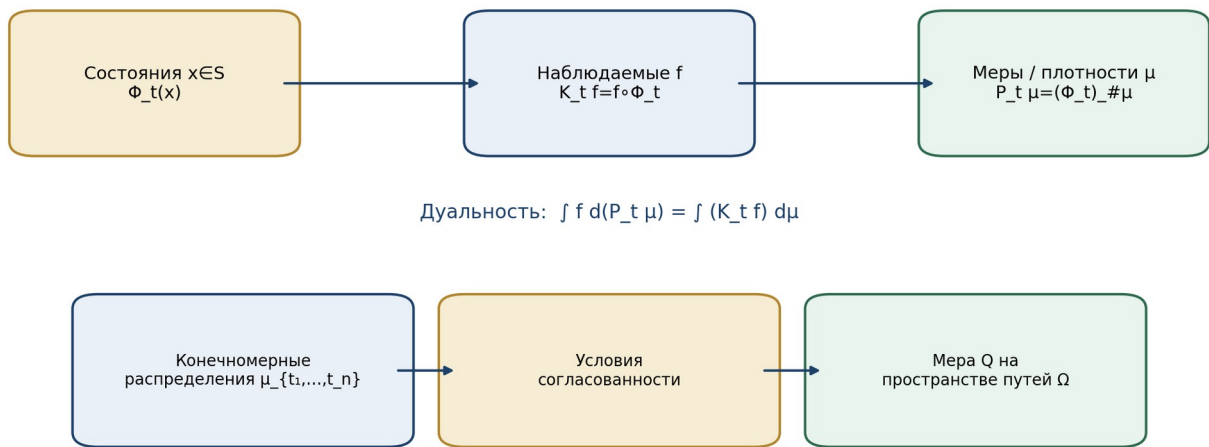
В подходящем L^1 -секторе $\mathcal{P}_t$ действует на плотностях и дуален Коорман-оператору:

$$\int S f d(\mathcal{P}_t \mu) = \int S (\mathcal{K}_t f) d\mu. \quad (21.8)$$

Ключевое различие: нелинейность Φ_t не делает pushforward нелинейным как оператор на мерах. Transfer-оператор может быть положительным и сохранять массу, но это свойства операторного представления, а не доказательство того, что физическая система действительно следует Φ_t .

Для piecewise monotone maps классическая линия Lasota–Yorke связывает transfer-операторы с существованием инвариантных мер при дополнительных вариационных оценках. В NAPG аналогичная оценка должна включать вариацию по реперному carrier, сохранение Dom и отсутствие перехода через структурный горизонт.

Два операторных представления и path-space carrier



Маргиналы без согласованности не создают траектории; оператор на мерах не создаёт эмпирическую причинность.

Рисунок 21.2. Динамика состояний, Коорман/Perron–Frobenius duality и переход к path-space carrier. Собственная схема Тома II.

271. Markov kernels и Chapman–Kolmogorov

Определение 21.4. Переходным Markov kernel называется $K_{\{t,s\}}(x,B)$, который для фиксированного x является вероятностной мерой по B , а для фиксированного B измерим по x . Согласованность требует

$$K_{\{t,s\}}(x,B) = \int_S K_{\{t,r\}}(y,B) K_{\{r,s\}}(x,dy), \quad t \geq r \geq s. \quad (21.9)$$

Формула (21.9) является вероятностным аналогом evolution-family identity. Она не следует из одного набора одномоментных распределений и не устанавливает причинную интерпретацию без фильтрации, non-anticipation и модели вмешательств.

Для детерминированной эволюции $K_{\{t,s\}}(x, \cdot) = \delta_{\{\mathcal{U}(t,s)x\}}$. Обратное неверно: общий Markov kernel не обязан быть порождён единственным детерминированным потоком.

272. Path-space carrier и цилиндрическая согласованность

Пусть Ω является пространством путей: $C(T, S)$, $D(T, S)$ либо $S^{\wedge T}$ с цилиндрической σ -алгеброй. Координатный процесс $X_t(\omega) = \omega(t)$ переводит меру Q на Ω в конечномерные распределения

$$\mu_{\{t_1, \dots, t_m\}} = Q \circ (X_{\{t_1\}}, \dots, X_{\{t_m\}})^{-1}. \quad (21.10)$$

Теорема 21.3 (Kolmogorov consistency, стандартная форма). [ТНМ/prior art] Для стандартных борелевских пространств согласованное семейство конечномерных распределений определяет меру на цилиндрическом path space. Согласованность включает инвариантность относительно перестановок и маргинализацию при удалении координат.

Гладкость, непрерывность или càdlàg-свойство траекторий не следуют из одной extension theorem. Для концентрации меры на $C(T, S)$ или $D(T, S)$ требуются отдельные moment/tightness estimates.

Следствие 21.2. Одномоментные распределения $\{\mu_t\}$ не определяют совместный закон пути. В частности, независимый Bernoulli-процесс и процесс $X_t = Z$ с одной случайной величиной Z имеют одинаковые Bernoulli-маргиналы, но радикально различную временную зависимость.

273. Детерминированные path carriers и орбиты

Для детерминированного evolution family каждой начальной точке x сопоставляется путь

$$\omega_x(t) = \mathcal{U}(t, t_0)x. \quad (21.11)$$

Отображение $x \mapsto \omega_x$ определяет орбитный carrier. Его инъективность не гарантируется: различные начальные состояния могут сливаться при необратимой динамике. Поэтому восстановление прошлого требует отдельной обратимости или observability theorem.

Для нелинейной контрактивной полугруппы слияние траекторий допустимо. Следовательно, текущий Repet-узел может не содержать достаточной информации для единственного ретро-Repet восстановления.

274. Причинные Volterra kernels и память

Markov kernel описывает переход условного распределения. Volterra kernel описывает направленную память. Типовая интегральная эволюция имеет вид

$$x(t) = f(t) + \int_{t_0}^t B(t, s, x(s)) ds. \quad (21.12)$$

Причинность здесь выражена треугольной областью $s \leq t$. Для линейного ядра $B(t, s)$ условие $B(t, s) = 0$ при $s > t$ является support-level non-anticipation. Резольвентное ядро требует собственного существования и сходимости; оно не совпадает с Markov transition kernel и обычно не удовлетворяет Chapman–Kolmogorov.

Система с памятью может быть немарковской на S , но марковской на расширенном пространстве историй $H_t = \{x|_{[t_0, t]}\}$. Это расширение является математической конструкцией, а не доказательством того, что эмпирическая система хранит именно такую память.

275. Non-anticipation как строгий причинный firewall

Определение 21.5. Оператор F на пространстве путей не предвосхищает будущее, если для любых ω, ω' , совпадающих на $[t_0, t]$, выполняется

$$(F\omega)(t) = (F\omega')(t). \quad (21.13)$$

Для интегрального оператора с достаточно регулярным ядром $\text{triangular support } s \leq t$ является достаточным условием (21.13). Если ядро имеет ненулевую часть при $s > t$, оператор использует будущие значения и не является причинным относительно данной временной ориентации.

Теорема 21.4 (kernel non-anticipation). [ТНМ] Пусть $(F\omega)(t) = \int_{\mathcal{T}} B(t, s)\omega(s)ds$ и $B(t, s) = 0$ почти всюду при $s > t$. Тогда F не предвосхищает будущее. Если существует измеримое множество положительной меры с $s > t$ и $B(t, s) \neq 0$, то при подходящем выборе двух путей, совпадающих до t , non-anticipation нарушается.

276. Фильтрации, адаптированность и наблюдаемость

В вероятностном path-space вводится фильтрация $\mathbb{F}_t = \sigma(X_s: s \leq t)$ либо её завершение. Процесс Y_t адаптирован, если Y_t измерим относительно $\mathbb{F}_t$. Адаптированность запрещает явное использование будущих координат, но сама по себе не доказывает причинность: общая скрытая причина может порождать адаптированные корреляции.

Наблюдаемость означает возможность восстановить существенный класс состояний по истории $Obs_s(x_s)$, $s \leq t$. Идентифицируемость параметров и наблюдаемость состояния являются разными обязательствами и получают отдельные РО.

277. Причинный kernel не равен причинному механизму

Даже корректный $K_{\{t,s\}}$ задаёт условный переход в выбранной модели. Для вывода о вмешательстве необходима спецификация action/intervention map, различение наблюдательного и интервенционного законов и проверка transportability. Поэтому

$$\text{transition kernel} \neq \text{intervention kernel} \neq \text{physical cause.} \quad (21.14)$$

Статистическая зависимость, semigroup composition и temporal precedence являются необходимыми или полезными структурами, но ни одна из них отдельно не является достаточной для причинного утверждения.

278. Реперная траектория и временной Reper

Определение 21.6. Временной Reper в момент t имеет вид

$$Rep_t = (R_t, I_t, U_t; D_t), \quad \lambda_t = cr(U_t, I_t; R_t, D_t). \quad (21.15)$$

Реперной траекторией называется путь $t \rightarrow Rep_t$, для которого определены transport maps всех компонентов и доказана их совместимость с $\mathcal{U}(t,s)$, D/Dom и obstruction layers. Компонент U_t в (21.15) обозначает поле возможностей и не тождественна evolution operator $\mathcal{U}(t,s)$.

Точечное выполнение $\lambda_t = -1$ для всех t не задаёт траекторию, если отсутствуют переходы между Rep_s и Rep_t . Аналогично, существование $\mathcal{U}(t,s)$ не гарантирует гармоничность, Evidence-D или отсутствие препятствий.

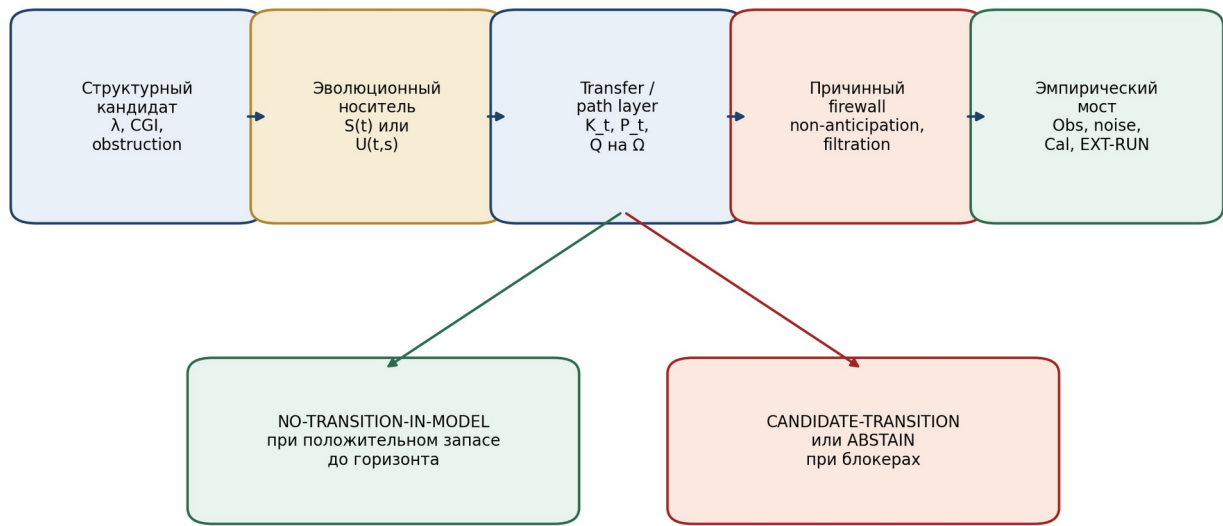
279. Path-Reper carrier

Полный носитель пути задаётся кортежем

$$PathRep=(\Omega,Q/\mathfrak{U},\{Rep_t\},\mathfrak{U},K,B,Obs,\mathbb{F},D,Dom,src,code). \quad (21.16)$$

Здесь Q является вероятностной мерой либо $\mathfrak{U}$ — детерминированным/интервальным множеством допустимых путей; K обозначает Markov/transfer channel; B — memory kernel; $\mathbb{F}$ — filtration. Нельзя одновременно использовать Q и $\mathfrak{U}$ как взаимозаменяемые объекты: первый кодирует вероятности, второй — допустимость без вероятностной массы.

Временной интерфейс предсказательного реперного метода



Ни $\lambda=-1$, ни полугруппа, ни transfer operator по отдельности не являются доказательством будущего события.

Рисунок 21.3. Строгий временной интерфейс предсказательного реперного метода. Собственная схема Тома II.

280. Динамическая проективно-гармоническая координата

Пусть компоненты Rep_t лежат в projective-Reper atlas и не пересекают полюсный локус. Тогда λ_t является наблюдаемой структурной координатой пути. При достаточной регулярности

$$d\lambda_t/dt = D\lambda(Rep_t) \cdot \dot{Rep}_t. \quad (21.17)$$

Формула (21.17) требует differentiable lift и не действует на произвольном path space. Для càdlàg-путей используется jump decomposition, для интервальных данных — enclosure Λ_t , для стохастических процессов — отдельный calculus.

Гармонический hitting time $\tau_H = \inf\{t: \lambda_t = -1\}$ является случайной или детерминированной величиной только после задания path law или trajectory. Из ряда коэффициентов, статического carrier или набора независимых snapshots τ_H не определяется.

281. Transfer-оператор реперной базы

Для RBD-графа с состояниями $z=(Rep,Evidence,Dom,obstruction)$ вводится transition/transfer operator $\mathcal{T}_{\{t,s\}}$. Он считается допустимым, если сохраняет типы узлов, provenance, запрещённые переходы и массу только в вероятностном режиме.

$$\mathcal{T}_{\{t,s\}}: \mathcal{M}(S_s) \rightarrow \mathcal{M}(S_t), \quad \mathcal{T}_{\{t,r\}}\mathcal{T}_{\{r,s\}} = \mathcal{T}_{\{t,s\}}. \quad (21.18)$$

В детерминированном режиме $\mathcal{T}$ является pushforward. В вероятностном — Markov operator. В possibilistic режиме он действует на множества или capacity. Эти три режима не смешиваются одним словом “вероятность”.

282. Генератор и локальный прогноз

Если $\mathcal{T}_t$ образует strongly continuous semigroup на пространстве наблюдаемых или мер, генератор L определяется на своей области. Локальная формула

$$d/dt \mathcal{T}_t f|_{t=0} = Lf \quad (21.19)$$

имеет смысл только для $f \in \text{Dom}(L)$. Численная аппроксимация генератора по конечным данным является inverse problem и требует регуляризации, оценки смещения, identifiability и held-out проверки. Один fitted matrix не считается сертификатом истинного генератора.

283. Устойчивость к возмущениям и ошибка траектории

Для двух evolution families вводится ошибка

$$e_{\mathcal{U}}(t,s;x)=d(\mathcal{U}(t,s)x,\tilde{\mathcal{U}}(t,s)x). \quad (21.20)$$

Контрактивность даёт контроль распространения начальной ошибки, но не модельной ошибки. Для нелинейного уравнения с m -аккретивным генератором устойчивость к perturbation $A \rightarrow \tilde{A}$ требует графовой или resolvent convergence. Для path law применяется расстояние между мерами, выбранное заранее: total variation, Wasserstein, bounded-Lipschitz или иное.

Выбор метрики влияет на численный вывод и входит в Evidence-D. Нельзя сообщать “малое различие траекторий” без указания carrier, coupling и масштаба.

284. Динамический и причинный вектор невязок

Вместо одной неразличимой ошибки вводится

$$R_time=(r_sg,r_gen,r_res,r_tr,r_path,r_CK,r_mem,r_na,r_obs,r_cal,r_ext). \quad (21.21)$$

Компоненты измеряют дефект полугруппы, генератора, резольвенты, transfer duality, path consistency, Chapman–Kolmogorov, memory-resolvent, non-anticipation, наблюдаемости, калибровки и внешней проверки. Скаляр $CGI_time=\|W_time\ R_time\|$ допустим только при опубликованном W_time и sensitivity analysis.

285. Переходные горизонты главы 21

$$\Delta_{sg} = \Delta_{dom} \cup \Delta_{cont} \cup \Delta_{comp} \cup \Delta_{accr} \cup \Delta_{res}. \quad (21.22)$$

$$\Delta_{tr} = \Delta_{pos} \cup \Delta_{mass} \cup \Delta_{dual} \cup \Delta_{spec} \cup \Delta_{inv}. \quad (21.23)$$

$$\Delta_{path} = \Delta_{cons} \cup \Delta_{tight} \cup \Delta_{reg} \cup \Delta_{branch} \cup \Delta_{hist}. \quad (21.24)$$

$$\Delta_{causal} = \Delta_{order} \cup \Delta_{NA} \cup \Delta_{filt} \cup \Delta_{interv} \cup \Delta_{transport}. \quad (21.25)$$

Общий временной горизонт определяется как

$$\Delta_{safe}^{v0.18} = \Delta_{safe}^{v0.17} \cup \Delta_{sg} \cup \Delta_{tr} \cup \Delta_{path} \cup \Delta_{causal}. \quad (21.26)$$

Пересечение горизонта означает необходимость смены математического режима или появление кандидата перехода. Оно не означает наступление физического события.

286. Теорема постоянства временного профиля

Теорема 21.5 (Temporal-profile stability). [COND] Пусть на компактном интервале I задано семейство, для которого:

56. существует общий complete metric/Banach carrier и фиксирован admissible sector;
57. генераторы m -аккретивны либо evolution family построено по доказанной неавтономной теореме;
58. operator domains и transport-domain condition согласованы;
59. transfer operators положительны и сохраняют требуемую массу в вероятностном режиме;
60. конечномерные распределения согласованы и path carrier существует;
61. Markov/Volterra kernels типизированы, а non-anticipation доказан;
62. Rep_t , λ_t , Evidence-D и Dom определены вдоль всего пути;
63. наблюдательная модель и калибровка фиксированы до внешнего теста;
64. путь параметров не пересекает $\Delta_{\text{safe}}^{\wedge\{v0.18\}}$.

Тогда сертифицированный профиль

$$P_time(t)=(class(\mathcal{U}_t),class(\mathcal{T}_t),class(Q_t),rank/stratum,\lambda_t,CGI_time,t) \quad (21.27)$$

локально постоянен с точностью до доказанного transport. Если дополнительно расстояние до целевого transition set имеет положительную нижнюю границу $\varepsilon>0$, то переход данного типа невозможен внутри модели.

$$NO-TEMPORAL-TRANSITION-IN-MODEL. \quad (21.28)$$

Если горизонт пересечён или запас исчезает, разрешён только статус CANDIDATE-TEMPORAL-TRANSITION. При незакрытых Dom, path consistency, non-anticipation, calibration или EXT-RUN выдаётся ABSTAIN.

287. Отрицательная теорема о статических снимках

Теорема 21.6 (Snapshot no-go). [ТНМ] Набор состояний $\{x_t:t \in \Gamma\}$ без совместимых переходов не определяет evolution family. Действительно, даже для двух моментов можно выбрать множество различных отображений, переводящих x_s в x_t и различающихся на остальных состояниях. Следовательно, snapshots не идентифицируют генератор, path law или причинный kernel.

Это распространяется на реперные снимки: последовательность λ_t или CGI_t без transport и path certificate не является динамической моделью.

288. Контрпримеры и разделяющие модели

- Одинаковые одномоментные Bernoulli-маргиналы имеют независимый процесс и полностью коррелированный процесс $X_t=Z$; path laws различны.
- Два разных потока могут иметь одну и ту же инвариантную меру; invariant measure не восстанавливает генератор.
- Нелинейная state map порождает линейный pushforward на мерах; “нелинейный процесс” и “нелинейный transfer operator” не тождественны.
- Положительный оператор, не сохраняющий единицу или массу, не является Markov operator.
- Chapman–Kolmogorov может выполняться в модели, но наблюдаемая может использовать будущие данные и нарушать non-anticipation.
- Volterra memory equation не является Markov на текущем состоянии, но может стать Markov после расширения до истории.
- Сильная непрерывность полугруппы не задаёт физическую единицу времени; перепараметризация $t \mapsto ct$ меняет генератор.
- Одинаковый набор траекторий допускает разные вероятностные веса; path set не определяет path measure.
- Одинаковая path measure допускает разные каузальные интерпретации при наличии скрытых переменных.
- $\lambda_t = -1$ для каждого t не гарантирует совместимость Rep_t с одним evolution family.
- Нулевой semigroup defect на конечной сетке не доказывает тождество для всех t, s .
- Низкий CGI_time при выбранном W_{time} может исчезнуть после разумной смены весов; sensitivity analysis обязателен.

289. Вычислительный сертификат EVOL-TRANSFER-PATH v0.18

- EVOL-01 time carrier and order; EVOL-02 state-space type; EVOL-03 admissible sector; EVOL-04 operator domains;
- EVOL-05 semigroup identity; EVOL-06 strong continuity; EVOL-07 contraction/quasi-contraction; EVOL-08 generator graph;
- EVOL-09 accretivity; EVOL-10 range condition; EVOL-11 resolvent solver; EVOL-12 Crandall–Liggett approximation;
- EVOL-13 nonautonomous stability; EVOL-14 evolution-family cocycle; EVOL-15 domain transport; EVOL-16 stratum compatibility;
- EVOL-17 Koopman action; EVOL-18 Perron–Frobenius pushforward; EVOL-19 duality test; EVOL-20 positivity/mass;
- EVOL-21 invariant-measure test; EVOL-22 finite-dimensional distributions; EVOL-23 Kolmogorov consistency; EVOL-24 path regularity/tightness;
- EVOL-25 Markov kernel; EVOL-26 Chapman–Kolmogorov; EVOL-27 Volterra kernel; EVOL-28 resolvent/memory test;
- EVOL-29 non-anticipation; EVOL-30 filtration/adaptedness; EVOL-31 observability/identifiability; EVOL-32 Reper transport;
- EVOL-33 λ_{CGI_time} path profile; EVOL-34 interval and perturbation bounds; EVOL-35 blocker-safe verdict; EVOL-36 hashes for source/code/data/environment.

Псевдокод

```

INPUT state carrier S, time T, generator/evolution family, transfer/path/causal data, Rep_t, D, Dom
CHECK types, domains, semigroup/evolution identities, accretivity/resolvent or Kato hypotheses
BUILD Koopman/PF dual pair; verify positivity and mass only in probabilistic mode
CHECK finite-dimensional consistency; construct/validate path carrier
CHECK Chapman–Kolmogorov or Volterra memory separately; certify non-anticipation
COMPUTE  $\lambda_t$ , CGI_time, distance to  $\Delta_{safe}^{v0.18}$ 
IF any blocker THEN ABSTAIN
ELSE IF certified positive separation THEN NO-TEMPORAL-TRANSITION-IN-MODEL
ELSE CANDIDATE-TEMPORAL-TRANSITION
RECORD hashes and truth_layer_promotion=0.
    
```

290. Доказательные обязательства T2-PO-315–T2-PO-348

PO	Обязательство	Статус	Основание / следующий шаг
T2-PO-315	Типизация временного носителя и порядка	CLOSED	Определение 21.1
T2-PO-316	Типизация state bundle и evolution domains	CLOSED	(21.2)
T2-PO-317	Нелинейная semigroup axioms	CLOSED	(21.3)
T2-PO-318	m-аккретивность конкретного NAPG-генератора	OPEN	Требуется модель
T2-PO-319	Crandall–Liggett generation для выбранного A	COND	После PO-318
T2-PO-320	Инвариантность admissible sector под резольventой	OPEN	NAPG-specific
T2-PO-321	Неавтономная Kato stability	OPEN	Семейство A(t)
T2-PO-322	Transport-domain compatibility	OPEN	Проверка композиций
T2-PO-323	Koopman functoriality	CLOSED	(21.6)
T2-PO-324	Perron–Frobenius pushforward и duality	CLOSED	(21.7)–(21.8)
T2-PO-325	Положительность и сохранение массы	COND	Зависит от режима
T2-PO-326	Lasota–Yorke-type estimate для RBD/NAPG	OPEN	Новая оценка
T2-PO-327	Markov-kernel measurability	OPEN	Доменная модель
T2-PO-328	Chapman–Kolmogorov consistency	COND	(21.9)
T2-PO-329	Kolmogorov path-space extension	COND	Стандартный Borel sector
T2-PO-330	Tightness/regularity path law	OPEN	Moment estimates

PO	Обязательство	Статус	Основание / следующий шаг
T2-PO-331	Детерминированный orbit carrier	CLOSED	(21.11)
T2-PO-332	Volterra-kernel existence/uniqueness	OPEN	Kernel-specific
T2-PO-333	Resolvent memory kernel	OPEN	Analytic package
T2-PO-334	Non-anticipation theorem	CLOSED	Теорема 21.4
T2-PO-335	Filtration and adaptedness	COND	Probability bridge
T2-PO-336	Observability of Reper state	OPEN	Obs-specific
T2-PO-337	Parameter identifiability	OPEN	Data-specific
T2-PO-338	Reper trajectory transport	OPEN	NAPG-specific
T2-PO-339	Global definition of λ_t	COND	Projective atlas
T2-PO-340	Hitting-time well-posedness	OPEN	Path law required
T2-PO-341	RBD transfer operator	OPEN	Software/data model
T2-PO-342	Generator inference error bound	OPEN	Independent data
T2-PO-343	Perturbation/resolvent convergence	OPEN	Model-specific
T2-PO-344	Dynamic residual weights W_{time}	OPEN	Sensitivity analysis
T2-PO-345	Temporal-profile stability theorem	COND	H1–H9
T2-PO-346	Snapshot no-go	CLOSED	Теорема 21.6
T2-PO-347	Empirical calibration and EXT-RUN	OPEN	Независимый запуск
T2-PO-348	Physical/causal interpretation	OPEN	Отдельный bridge

291. Prior art и граница авторского вклада

Классический prior art главы включает генерацию нелинейных контрактивных полугрупп m -аккретивными операторами; неавтономные evolution equations; операторное представление динамики по Купману; transfer/Perron–Frobenius operators и инвариантные меры; Kolmogorov extension для path spaces; Markov kernels и Volterra memory equations. Авторский слой Тома II состоит в их типизированном включении в NAPG/KLT-RBD с Evidence-D, Dom, λ /CGI, obstruction horizons, blocker-safe вердиктом и запретом подмены математической эволюции эмпирической причинностью.

[V0.18-1] Crandall, M. G.; Liggett, T. M. Generation of semi-groups of nonlinear transformations on general Banach spaces. American Journal of Mathematics 93 (1971), 265–298. DOI 10.2307/2373376. [первичный источник]

[V0.18-2] Kato, T. Integration of the equation of evolution in a Banach space. Journal of the Mathematical Society of Japan 5 (1953), 208–234. DOI 10.2969/jmsj/00520208. [первичный источник]

[V0.18-3] Koopman, B. O. Hamiltonian systems and transformation in Hilbert space. PNAS 17 (1931), 315–318. DOI 10.1073/pnas.17.5.315. [первичный источник]

[V0.18-4] Ruelle, D. Generalized zeta-functions for Axiom A basic sets. Bulletin of the AMS 82 (1976), 153–156; IHES prepublication P/75/104. [первичный источник]

[V0.18-5] Lasota, A.; Yorke, J. A. On the existence of invariant measures for piecewise monotonic transformations. Transactions AMS 186 (1973), 481–488. DOI 10.1090/S0002-9947-1973-0335758-1. [первичный источник]

[V0.18-6] Kolmogorov, A. N. Grundbegriffe der Wahrscheinlichkeitsrechnung. Springer, 1933; и On the analytic methods of probability theory, 1938. [первичный источник]

[V0.18-7] Nagy, J.; Nováková, E. Concerning resolvent kernels of Volterra integral equations. Comment. Math. Univ. Carolinae 12 (1971), 737–752. [первичный источник]

[V0.18-8] Kurpishev, I. B. Том I v197 RU; Том II T2-RP-v0.1–v0.17. [внутренний авторский корпус]

В Том I уже закреплены blocker-safe домены, независимая проверка и главная условная теорема предсказательного метода; настоящая глава не повышает их статус, а добавляет временной carrier и operator/path obligations. $\text{NfileciteÖturn5file9Q}$

292. Контрольная точка и граница вывода

truth_layer_promotion=0; checkpoint=T2-RP-v0.18; next=T2-RP-v0.19. (21.29)

Глава 21 построила строгий временной интерфейс: нелинейная полугруппа или *evolution family* задаёт переход состояний; Коорман/Перрон–Фробениус операторы задают перенос наблюдаемых и мер; *path-space carrier* задаёт совместные траектории; Markov/Volterra kernels кодируют соответственно переход и память; *non-anticipation* отделяет причинно допустимое использование прошлого от утечки будущего. Ни один слой не заменяет остальные.

Следующая сборка *tom2_v0_19* развивает стохастические эволюции, Markov semigroups и их генераторы, martingale problems, stopping times, фильтрации, interventions и строгую границу между прогнозом, управлением и причинным выводом.

checkpoint=T2-RP-v0.18; source=T2-RP-v0.17; truth_layer_promotion=0; next=T2-RP-v0.19.

Глава 22. Стохастические эволюции, martingale problems, stopping times, управление и причинный вывод

ОНТОЛОГИЯ	Стохастическая эволюция задаётся не одной траекторией, а законом на пространстве путей, фильтрацией и правилом условного перехода. Причинное вмешательство изменяет механизм порождения закона и потому не совпадает с условным наблюдением.
ГНОСЕОЛОГИЯ	Markov semigroup кодирует прогноз при фиксированном режиме; controlled law кодирует результат выбранной policy; intervention law требует структурных допущений. Эти три знания имеют разные основания и разные тесты.
ФЕНОМЕНОЛОГИЯ	Случайность проявляется как множество возможных ветвей с весами. Остановка выбирает момент по уже раскрытой истории, а не по будущему. Управление меняет ветвление, но не превращает статистическую зависимость в причинный закон без идентификации.
ГРАНИЦА	Ни martingale property, ни optional stopping, ни Girsanov change of measure, ни HJB-уравнение, ни $\lambda=-1$ не доказывают физическую причинность или неизбежность события. Все выводы действуют только в заявленном stochastic Dom.

Статус главы: theorem/conditional/computational package. Глава добавляет стохастический и интервенционный интерфейс к временному carrier v0.18. Физические мосты, ПН.2 и F-1–F-14 статуса не меняют.

$$truth_layer_promotion=0; source=T2-RP-v0.18; checkpoint=T2-RP-v0.19. \quad (22.1)$$

293. Стохастический базис и usual conditions

Определение 22.1. Стохастическим базисом называется пятёрка $(\Omega, \mathbb{F}, (\mathbb{F}_t)_{t \in T}, P, N)$, где P — вероятностная мера, $(\mathbb{F}_t)$ — возрастающая фильтрация, а N фиксирует класс P -нулевых множеств и convention завершения. Для непрерывного времени usual conditions означают полноту и правую непрерывность фильтрации.

Процесс X_t считается адаптированным, если X_t измерим относительно $\mathbb{F}_t$. Прогрессивная или предсказуемая измеримость требуется отдельно для стохастического интегрирования и admissible controls. Изменение фильтрации может изменить множество stopping times и допустимых стратегий, даже если конечномерные распределения X не меняются.

Реестр стохастических типов

Объект	Строгая роль и ограничение
$\Omega, \mathbb{F}, P$	Пространство исходов и наблюдательный закон; не совпадает с intervention law.
$(\mathbb{F}_t)$	Информационный поток; обязан исключать future leakage.
X_t	State process; его закон не определяет единственную структурную модель.
τ	Stopping time, если $\{\tau \leq t\} \in \mathbb{F}_t$ для всех t .
π или a_t	Policy/control; допустимость проверяется относительно фильтрации и Dom.
D/Dom	Provenance, режим применимости, версия генератора, данные и ограничения внешнего вывода.

294. Markov kernels и Markov semigroup

Пусть E — стандартное борелевское пространство. Переходная функция $p_t(x, B)$ задаёт Markov semigroup на ограниченных измеримых функциях:

$$(P_t f)(x) = \int_E f(y) p_t(x, dy) = E_x[f(X_t)]. \quad (22.2)$$

Условия $P_0 = I$, $P_{t+s} = P_t P_s$, positivity и $P_t 1 = 1$ описывают консервативный Markov semigroup. Субмарковский режим допускает $P_t 1 \leq 1$ и интерпретирует потерю массы как killing или выход из рассматриваемого carrier.

Семигрупповое свойство является прогнозным законом внутри фиксированного режима. Оно не определяет intervention distribution и не гарантирует, что наблюдаемый процесс остаётся Markov после укрупнения или скрытия состояния.

295. Feller-сектор, генератор и положительный максимум

На локально компактном E Feller semigroup действует на $C_0(E)$, является сильно непрерывным, положительным и сохраняет или не увеличивает единицу в соответствующем режиме. Генератор задаётся только на своей области:

$$Lf = \lim_{t \downarrow 0} (P_t f - f)/t, \quad f \in \text{Dom}(L). \quad (22.3)$$

Замыкание графа L , core и positive maximum principle являются частью сертификата. Одна дифференциальная формула без $\text{Dom}(L)$ не определяет Markov process. Различные граничные реализации одного формального оператора могут порождать отражение, поглощение, sticky boundary или отсутствие консервативности.

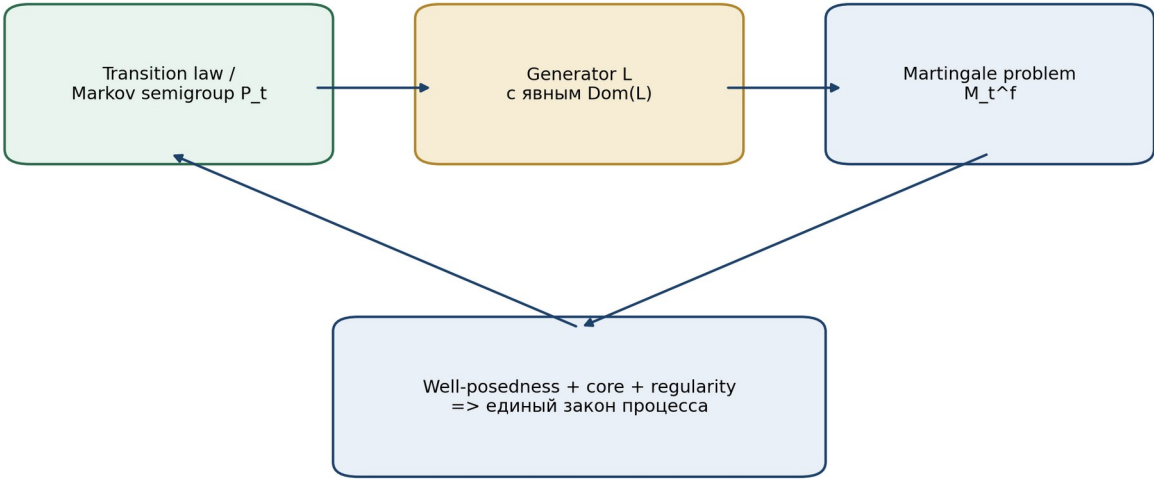
296. Резольвента и уравнения Колмогорова

Для $\alpha > 0$ резольвента Markov semigroup определяется как

$$R_\alpha f = \int_0^\infty e^{-\alpha t} P_t f \, dt. \quad (22.4)$$

На корректной области выполняются $(\alpha I - L)R_\alpha f = f$ и $R_\alpha(\alpha I - L)g = g$. Backward equation $\partial_t P_t f = L P_t f$ и forward equation для мер или плотностей требуют дополнительных domain/regularity assumptions. Их нельзя записывать как тождество для произвольного f только потому, что символ L уже появился на странице.

Markov-полугруппа, генератор и martingale problem



Генератор без области, полугруппа без процесса и martingale residual без фильтрации не образуют сертификат.

Рисунок 22.1. Треугольник Markov semigroup - generator - martingale problem. Собственная схема Тома II.

297. Martingale problem Струка–Варадхана

Для оператора $(L, \mathcal{D})$ закон Q на path space решает martingale problem с начальным законом ν , если $X_0 \sim \nu$ и для каждого $f \in \mathcal{D}$ процесс

$$M_t^f = f(X_t) - f(X_0) - \int_0^t Lf(X_s) ds \quad (22.5)$$

является Q -мартингалом относительно канонической фильтрации. Существование означает, что хотя бы один закон удовлетворяет условиям. Единственность означает uniqueness in law. Well-posedness по всем начальным точкам при стандартных гипотезах порождает Markov family и strong Markov property.

Домен $\mathcal{D}$ должен быть достаточно богат, чтобы различать законы. Совпадение (22.5) на малом тестовом классе может не идентифицировать процесс.

298. Existence, uniqueness и strong Markov firewall

Строго различаются: existence of a solution, uniqueness in law, pathwise uniqueness, strong existence и strong Markov property. Эти утверждения связаны теоремами только при собственных гипотезах. В частности, единственность martingale problem относится к закону пути, а не к единственности траектории для фиксированного шума.

Теорема 22.1 (well-posed martingale problem, стандартный вывод). [THM/prior art] Если martingale problem для $(L, \mathcal{Q})$ well posed для каждого x и семейство решений измеримо по x , то канонические законы образуют strong Markov family. NAPG-экспорт требует дополнительно сохранения admissible sector, D/Dom и реперного atlas.

299. Диффузионный генератор и стохастическое дифференциальное уравнение

Для SDE в $\mathbb{R}^d$

$$dX_t = b(t, X_t)dt + \sigma(t, X_t)dW_t \quad (22.6)$$

формальный генератор на гладких f имеет вид

$$L_t f(x) = b(t, x) \cdot \nabla f(x) + (1/2) \text{Tr}(a(t, x) \nabla^2 f(x)), \quad a = \sigma \sigma^T. \quad (22.7)$$

Формула (22.7) становится генератором только после доказательства существования процесса и спецификации области. Разные квадратные корни σ одной матрицы a дают один diffusion generator, но могут различаться как strong representations на фиксированном Wiener space.

300. Weak/strong solutions и иерархия единственности

Weak solution допускает выбор вероятностного пространства и Brownian motion; strong solution строится как измеримый функционал заданного шума и начального состояния. Pathwise uniqueness сравнивает решения на одном базисе, uniqueness in law — распределения на path space. Yamada–Watanabe-type implications не переносятся на общую NAPG автоматически.

Предсказательному методу достаточно uniqueness in law для однозначной прогнозной меры, но алгоритму управляемого воспроизведения может потребоваться strong solution. Эти требования не взаимозаменяемы.

301. Girsanov transform и запрет подмены вмешательства

При выполнении условий интегрируемости экспоненциальная плотность

$$Z_t = \exp\left(\int_0^t \theta_s \cdot dW_s - \frac{1}{2} \int_0^t \|\theta_s\|^2 ds\right) \quad (22.8)$$

может задавать эквивалентную замену меры $dQ = Z_t dP$ и сдвиг дрейфа Brownian motion. Novikov/Kazamaki-type conditions и uniform integrability проверяются отдельно.

Теорема 22.2 (measure-change no-intervention). [ТНМ] Абсолютно непрерывная замена меры сама по себе не задаёт causal intervention. Она переоценивает веса тех же траекторий и сохраняет P-нулевые множества при эквивалентности, тогда как intervention может изменить structural equations, support и допустимые пути.

302. Stopping times и остановленный процесс

Stopping time τ удовлетворяет $\{\tau \leq t\} \in \mathcal{F}_t$. Остановленный процесс $X_{\tau \wedge t}$ использует только информацию, раскрытую к моменту t . Hitting time замкнутого или открытого множества требует проверяемых регулярностных условий для измеримости и предсказуемости.

$$\tau_A = \inf\{t \geq 0 : X_t \in A\}. \quad (22.9)$$

В KLT-RBD stopping rule фиксируется до раскрытия будущих данных. Правило, выбирающее “лучший момент” после просмотра всей траектории, не является stopping time и создаёт постселекционный блокер.

303. Optional sampling: точная область применимости

Для мартингала M и bounded stopping times $\sigma \leq \tau$ выполняется $E[M_\tau | \mathcal{F}_\sigma] = M_\sigma$. Для неограниченных времён нужны дополнительные условия: uniform integrability, bounded increments совместно с интегрируемым временем, либо иная теорема, явно указанная в сертификате.

Остановка не превращает любой мартингал в unbiased estimator автоматически. Optional sampling-safe inference требует отдельного доказательства интегрируемости и класса stopping rules.

304. Контрпример к наивной optional stopping

Пусть S_n — простой симметричный случайный блуждающий мартингал, $S_0=0$, и $\tau=\inf\{n\geq 0: S_n=1\}$. Тогда $\tau<\infty$ почти наверное и $S_\tau=1$, поэтому $E[S_\tau]=1\neq 0=E[S_0]$. Противоречия нет: $E\tau=\infty$ и стандартные условия optional stopping не выполнены.

Следовательно, формула “мартингал + stopping time = сохранение среднего” ложна без domain assumptions. В предсказательном протоколе это отдельный blocker B_OS.

305. Hitting probabilities и first-passage prediction

Прогноз наступления события A на горизонте T задаётся не одной датой, а величиной

$$p_A(T, x) = P_x(\tau_A \leq T). \quad (22.10)$$

Для регулярных диффузий p_A может удовлетворять backward boundary-value problem. Решение PDE требует boundary conditions, uniqueness class и соответствия martingale problem. Численное значение p_A является вероятностью внутри модели, а не доказательством того, что реальный объект подчиняется этой модели.

306. Стохастический барьерный сертификат

Теорема 22.3 (finite-horizon barrier bound). [THM] Пусть $V:[0,T] \times E \rightarrow [0,\infty)$ достаточно регулярно, $V(t,x) \geq 1$ на target A , и для остановленного процесса до τ_A выполняется

$$(\partial_t + L_t)V(t,x) \leq 0 \quad \text{на } [0,T] \times (E \setminus A). \quad (22.11)$$

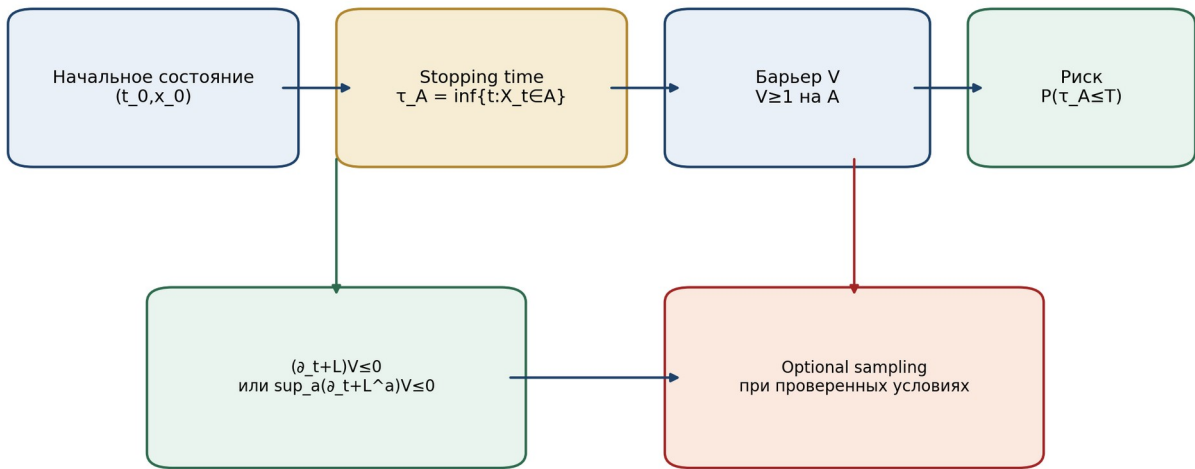
Тогда при допустимости Dynkin/optional sampling

$$P_{x_0}(\tau_A \leq T) \leq V(0, x_0). \quad (22.12)$$

Доказательство. Процесс $V(t \wedge \tau_A, X_{t \wedge \tau_A})$ является супермартингалом; на событии $\{\tau_A \leq T\}$ его значение не меньше 1. Применение Markov inequality и optional sampling даёт (22.12).

Если $V(0, x_0) = 0$, получаем точный вывод NO-HIT-IN-MODEL. Если $0 < V(0, x_0) = \alpha < 1$, получаем только риск-границу $p_A \leq \alpha$.

Stopping-time и барьерный сертификат вероятности попадания



$V(t_0, x_0) = 0$ даёт NO-HIT-IN-MODEL; $0 < V < 1$ даёт только верхнюю границу риска, а не невозможность.

Рисунок 22.2. Stopping-time и барьерный сертификат вероятности попадания. Собственная схема Тома II.

307. Робастный барьер для всех допустимых управлений

Пусть admissible control $a_t \in A(t, X_t)$ изменяет генератор на L_t^a . Если

$$\sup_{a \in A(t, x)} (\partial_t + L_t^a)V(t, x) \leq 0, \quad (22.13)$$

то оценка (22.12) действует равномерно по всем допустимым policies. Это сильный отрицательный прогноз: даже активное управление из заявленного класса не может увеличить вероятность попадания выше $V(0, x_0)$.

Универсальность относится только к перечисленному классу controls. Неучтённое вмешательство, выход из Dom или изменение state space отменяют сертификат.

308. Controlled Markov family и policy law

Управляемая динамика задаётся controlled kernel K^a , controlled generator L^a или relaxed control. Policy π должна быть measurable/non-anticipative и сохранять admissibility. Ей соответствует собственный закон P^π на path space.

$$J(\pi; x) = E_x^\pi \left[\int_0^T c(t, X_t, a_t) dt + g(X_T) \right]. \quad (22.14)$$

Оптимизация J меняет режим закона. Поэтому прогноз P и управляемый прогноз P^π являются разными объектами, даже если используют один state carrier.

309. Dynamic programming и HJB-слой

При выполнении dynamic programming principle value function $V^*(t,x)=\inf_{\pi} J_{\pi}(t,x)$ формально удовлетворяет HJB-уравнению

$$\partial_t V^* + \inf_{a \in A} \{L^a V^* + c(t,x,a)\} = 0, \quad V^*(T,x) = g(x). \quad (22.15)$$

Классическое, viscosity или weak solution различаются. HJB уравнение не доказывает существование оптимальной policy без measurable selection, compactness/coercivity и verification theorem. Управление минимизирует выбранный критерий, но не устанавливает причинный эффект вне структурной модели.

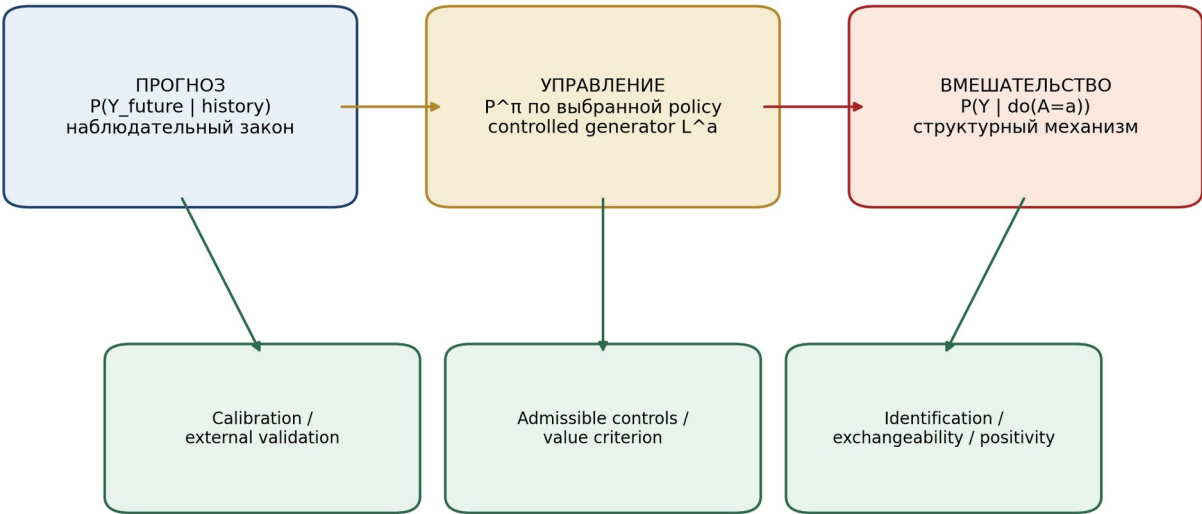
310. Прогноз, управление и вмешательство: три разных закона

Вводятся три carriers:

- наблюдательный прогноз: $P(Y_{t+h} \in \mathcal{B} \mid \mathbb{F}_t)$;
- управляемый закон: $P^\pi(Y_{t+h} \in \mathcal{B} \mid \mathbb{F}_t)$ для допустимой policy π ;
- интервенционный закон: $P(Y_{t+h} \in \mathcal{B} \mid \text{do}(A=a))$, полученный из структурной модели или рандомизированного дизайна.

Совпадение этих законов является теоремой только при специально доказанных условиях. В общем случае они различны.

Строгая граница: прогноз, управление и причинное вмешательство



Одинаковый наблюдательный Markov law может соответствовать разным intervention laws.

Рисунок 22.3. Forecast-control-intervention firewall. Собственная схема Тома II.

311. Наблюдательный Markov law не идентифицирует intervention law

Теорема 22.4 (observational-interventional non-identifiability). [ТНМ] Существуют две структурные модели с одинаковым наблюдательным распределением (X, Y) , но различными законами Y при $\text{do}(X=x)$.

Модель А: $U \sim \text{Bernoulli}(1/2)$, $X=U$, $Y=X$. Тогда наблюдательно $Y=X$ и $\text{do}(X=x)$ даёт $Y=x$. Модель В: $U \sim \text{Bernoulli}(1/2)$, $X=U$, $Y=U$. Наблюдательно снова $Y=X$, но $\text{do}(X=x)$ не меняет Y , поэтому $Y \sim \text{Bernoulli}(1/2)$.

Следовательно, даже точное знание observational transition kernel не определяет causal response без structural assumptions или интервенционных данных.

312. Structural causal kernel и do-оператор

Для динамической структурной модели вводятся механизмы

$$X_{t+1} = F_t(X_{\leq t}, A_t, U_{t+1}), \quad Y_t = G_t(X_{\leq t}, U_t). \quad (22.16)$$

Операция $\text{do}(A_t = a)$ заменяет механизм, задающий A_t , на константу или новую policy, сохраняя остальные механизмы. Это хирургическая замена уравнения, а не условие $A_t = a$ в наблюдательной мере.

Intervention kernel должен хранить target mechanism, время, уровень вмешательства, compliance, spillover assumptions и новую Dom. Без этого “управление” остаётся символом.

313. g-формула и условия идентификации

Для последовательных вмешательств g-computation formula идентифицирует interventional distribution из наблюдательных условных законов только при consistency, sequential exchangeability, positivity и корректной temporal ordering. Схематически

$$p(y^{\bar{a}}) = \int \prod_t p(l_{t+1} | \bar{l}_t, \bar{a}_t) p(y | \bar{l}_T, \bar{a}_T) d(\bar{l}). \quad (22.17)$$

Нарушение positivity или наличие неучтённого time-varying confounding блокирует идентификацию. KLT-RBD обязан хранить эти предпосылки в Evidence-D, а не прятать их в названии алгоритма.

314. Контрфактический carrier

Контрфактическая переменная Y^a задаётся только внутри модели, связывающей возможные миры. Consistency означает $Y=Y^a$ на единицах, фактически получивших a , но не создаёт exchangeability. Joint law нескольких несовместимых counterfactuals часто не идентифицируется из наблюдений.

Предсказание фактического будущего и сравнение counterfactual worlds имеют разные sample spaces и разные проверочные протоколы.

315. Стохастический Reper-path

Случайный реперный carrier задаётся адаптированным процессом

$$Rep_t(\omega)=(R_t(\omega),I_t(\omega),U_t(\omega);D_t(\omega)). \quad (22.18)$$

При проективной допустимости определяется $\lambda_t(\omega)=cr(U_t,I_t;R_t,D_t)$. Процесс λ_t должен быть измерим, его полюса и collision set исключаются из Dom. Evidence-D может быть предсказуемым процессом версий данных и оснований, а не статической подписью.

Ожидание $E\lambda_t$, вероятность $\{|\lambda_t+1|\leq\epsilon\}$ и почти-верное равенство $\lambda_t=-1$ являются различными утверждениями.

316. Ито-формула для гармонического дефекта

Пусть $\varphi(x)=\lambda(x)+1$ на допустимой карте, а X_t решает (22.6). Тогда

$$d\varphi(X_t)=L\varphi(X_t)dt+\nabla\varphi(X_t)\sigma(X_t)dW_t. \quad (22.19)$$

Для квадратичного дефекта $q=\varphi^2$ генератор даёт

$$Lq=2\varphi L\varphi+||\sigma^T\nabla\varphi||^2. \quad (22.20)$$

На точном гармоническом локусе $\varphi=0$ остаётся $Lq=||\sigma^T\nabla\varphi||^2$. Следовательно, поперечный шум немедленно создаёт положительный quadratic drift дефекта. Точная гармония не является стохастически инвариантной только из-за равенства $\lambda=-1$ в начальный момент.

317. Условия стохастической инвариантности гармонического локуса

Пусть $M=\{x:\varphi(x)=0\}$. Достаточный локальный пакет инвариантности для диффузии включает

$$\sigma_j(x)\cdot\nabla\varphi(x)=0 \text{ для всех } j, \quad L\varphi(x)=0, \quad x\in M. \quad (22.21)$$

Первое условие запрещает поперечный шум, второе запрещает дрейф с M . На многообразии большей коразмерности условия формулируются для набора определяющих функций и tangent cone. Они являются модельными sufficient conditions, а не универсальной теоремой для сингулярной NAPG.

Следствие 22.1. Если $\|\sigma^T\nabla\varphi\|\geq c>0$ на участке M , то q имеет положительный локальный drift; exact harmonic state не сохраняется в указанной diffusion model.

318. Martingale residuals как вычислительные тесты генератора

Для набора test functions f_k определяется residual

$$R_{\{s,t\}^{\wedge}\{f_k\}} = f_k(X_t) - f_k(X_s) - \int_s^t Lf_k(X_r) dr. \quad (22.22)$$

Martingale restriction требует $E[R_{\{s,t\}^{\wedge}\{f_k\}} G_s] = 0$ для ограниченных $\mathbb{F}_s$ -измеримых instruments G_s . На данных проверяется конечный набор моментов с поправками на множественный выбор, зависимость и оценку параметров. Нулевая выборочная средняя не доказывает well-posedness полного martingale problem.

319. Sequential evidence и остановочно-безопасный слой

Для последовательной проверки допускаются nonnegative supermartingales или e-processes E_t с $E_0 \leq 1$.
Неравенство Вилля даёт

$$P(\sup_t E_t \geq 1/\alpha) \leq \alpha. \quad (22.23)$$

Это контролирует type-I error при optional stopping в заявленном null model. Оно не идентифицирует causal effect и не делает выбранный generator истинным. Данный слой наследует дисциплину Тома I и добавляется к martingale residuals, а не заменяет их.

320. Стохастический переходный горизонт

Определены компоненты

$$\Delta_{stoch} = \Delta_{MP} \cup \Delta_{Feller} \cup \Delta_{gen} \cup \Delta_{stop} \cup \Delta_{hit} \cup \Delta_{bar} \cup \Delta_{ctrl} \cup \Delta_{HJB} \cup \Delta_{do} \cup \Delta_{id} \cup \Delta_{\lambda} \cup \Delta_{cal} \cup \Delta_{ext}. \quad (22.24)$$

- Δ_{MP} : потеря existence/uniqueness martingale problem;
- Δ_{Feller} и Δ_{gen} : смена semigroup class, core или generator domain;
- Δ_{stop} : нарушение stopping-time/optional-sampling assumptions;
- Δ_{hit} и Δ_{bar} : изменение target set, boundary regularity или barrier validity;
- Δ_{ctrl} и Δ_{HJB} : смена admissible policies, cost или verification regime;
- Δ_{do} и Δ_{id} : смена structural intervention или идентифицирующих гипотез;
- Δ_{λ} : полюса, collision set и потеря stochastic invariance harmonic locus;
- Δ_{cal} и Δ_{ext} : потеря калибровки или независимой проверки.

$$\Delta_{safe}^{v0.19} = \Delta_{safe}^{v0.18} \cup \Delta_{stoch}. \quad (22.25)$$

321. Главная условная теорема v0.19

Теорема 22.5 (stochastic prediction-control-causality safe theorem). [COND] Пусть на интервале параметров задана well-posed Markov family с общим сертифицированным core, Feller/regularity package, admissible stopping rules, валидный barrier V , controlled family $\{L^a\}$, structural intervention model и доказанные идентифицирующие условия. Пусть D/Dom , λ -atlas, calibration и EXT-RUN не меняются и путь параметров не пересекает $\Delta_{\text{safe}}^{\wedge\{v0.19\}}$. Тогда:

65. наблюдательный semigroup/martingale profile локально устойчив в заявленном классе;
66. оценка $P(\tau_A \leq T) \leq V(0, x)$ сохраняется с сертифицированным запасом;
67. при uniform condition (22.13) та же граница действует для всех admissible policies;
68. interventional conclusion разрешён только внутри отдельно идентифицированной structural model;
69. если $V(0, x) = 0$, событие попадания невозможно в модели на данном горизонте; если $V(0, x) = \alpha > 0$, допустим только вывод $\text{RISK-BOUND} \leq \alpha$.

$$V(0, x) = 0 \Rightarrow \text{NO-HIT-IN-MODEL}; \quad 0 < V(0, x) \leq \alpha \Rightarrow \text{RISK-BOUND} \leq \alpha. \quad (22.26)$$

Теорема не утверждает истинность модели, причинную полноту, физическую неизбежность или переносимость на другой домен.

322. Blocker-safe verdict

Набор блокеров имеет вид

$$Block_stoch = B_basis \cup B_MP \cup B_gen \cup B_stop \cup B_bar \cup B_ctrl \cup B_do \cup B_id \cup B_l \cup B_cal \cup B_ext. \quad (22.27)$$

- NO-HIT-IN-MODEL — только при точном нулевом сертифицированном барьерном запасе;
- RISK-BOUND $\leq\alpha$ — при доказанной верхней границе $0<\alpha<1$;
- CANDIDATE-STOCHASTIC-TRANSITION — когда граница не исключает попадание и блокеры закрыты;
- ABSTAIN — при незакрытом martingale, stopping, intervention, identification, D/Dom или external-validation блокере.

323. Разделяющие контрмодели

- Один формальный генератор с разными boundary domains порождает разные процессы.
- Одинаковые одномоментные маргиналы не определяют martingale problem и path law.
- Эквивалентный Girsanov measure change не равен хирургическому do-вмешательству.
- Unbounded stopping time без uniform integrability разрушает optional sampling identity.
- Малый hitting probability не равен невозможности события.
- Оптимальная policy по ошибочному cost functional может ухудшать внешний критерий.
- Одинаковый observational law допускает разные intervention laws.
- $\lambda_0 = -1$ не сохраняется при поперечном diffusion noise.
- Нулевые конечные martingale residuals на выбранной сетке не доказывают полный generator.
- Рандомизированное вмешательство в одном домене не гарантирует transportability в другом.

324. Вычислительный сертификат STOCH-CAUSAL v0.19

- STOCH-01 stochastic basis; 02 filtration/usual conditions; 03 path carrier; 04 state/admissible domain;
- 05 transition kernel; 06 semigroup identity; 07 Feller property; 08 conservativity/sub-Markov status;
- 09 generator graph; 10 core test; 11 positive maximum principle; 12 resolvent identities;
- 13 martingale residual construction; 14 conditional-moment tests; 15 existence evidence; 16 uniqueness/well-posedness evidence;
- 17 SDE coefficients; 18 diffusion matrix; 19 weak/strong-solution ledger; 20 Girsanov density and integrability;
- 21 stopping-time audit; 22 optional-sampling conditions; 23 hitting-time measurability; 24 first-passage estimator;
- 25 barrier inequalities; 26 interval/SOS/PDE verification; 27 robust controlled barrier; 28 policy admissibility;
- 29 controlled generator; 30 dynamic programming/HJB verification; 31 observational forecast law; 32 intervention kernel;
- 33 identification assumptions; 34 g-formula/do-calculus audit; 35 stochastic Reper path; 36 λ pole/invariance tests;
- 37 martingale/e-process sequential layer; 38 calibration and domain-shift audit; 39 blocker-safe verdict; 40 source/code/data/environment hashes.

Псевдокод

```

INPUT stochastic basis, transition law/generator, target A, controls, structural model, Rep_t, D, Dom
CHECK filtration, Feller/generator/core, martingale problem, stopping assumptions
BUILD hitting-time and barrier certificate; verify optional sampling
IF controls exist CHECK controlled generators, admissibility and robust barrier/HJB
SEPARATE observational forecast, policy law and do-law; verify identification assumptions
CHECK  $\lambda_t$  poles and stochastic invariance conditions
IF any blocker THEN ABSTAIN
ELSE IF exact barrier value=0 THEN NO-HIT-IN-MODEL
ELSE REPORT RISK-BOUND and only then candidate status
RECORD hashes; truth_layer_promotion=0.
    
```

325. Доказательные обязательства T2-PO-349–T2-PO-386

PO	Обязательство	Статус	Основание / следующий шаг
T2-PO-349	Стохастический базис и usual conditions	CLOSED	Определение 22.1
T2-PO-350	Markov kernel measurability	COND	State/domain specific
T2-PO-351	Semigroup and conservativity tests	COND	STOCH-05–08
T2-PO-352	Feller strong continuity	OPEN	Конкретная модель
T2-PO-353	Generator domain and core	OPEN	Model-specific
T2-PO-354	Positive maximum principle	OPEN	Model-specific
T2-PO-355	Resolvent identities	COND	После PO-353
T2-PO-356	Martingale problem formulation	CLOSED	(22.5)
T2-PO-357	Existence martingale problem	OPEN	Concrete generator
T2-PO-358	Uniqueness/well-posedness	OPEN	Concrete generator
T2-PO-359	Strong Markov consequence	COND	После PO-357–358
T2-PO-360	SDE-to-generator identification	COND	Regular diffusion sector
T2-PO-361	Weak/strong solution hierarchy	CLOSED	Типовая спецификация
T2-PO-362	Girsanov integrability	OPEN	Model-specific
T2-PO-363	Measure-change no-intervention theorem	CLOSED	Теорема 22.2
T2-PO-364	Stopping-time measurability	COND	Target/path regularity
T2-PO-365	Optional sampling assumptions	OPEN	Stopping rule specific
T2-PO-366	Naive optional-stopping counterexample	CLOSED	Раздел 303
T2-PO-367	Hitting probability well-	OPEN	Boundary problem

PO	Обязательство	Статус	Основание / следующий шаг
	posedness		
T2-PO-368	Barrier theorem	CLOSED	Теорема 22.3
T2-PO-369	Computable barrier construction	OPEN	SOS/PDE/interval method
T2-PO-370	Robust controlled barrier	COND	(22.13)
T2-PO-371	Controlled Markov family	OPEN	Control model
T2-PO-372	Dynamic programming principle	OPEN	Policy/compactness package
T2-PO-373	HJB solution and verification	OPEN	Model-specific
T2-PO-374	Forecast/control/ intervention typing	CLOSED	Раздел 310
T2-PO-375	Observational-interventional no-go	CLOSED	Теорема 22.4
T2-PO-376	Structural intervention kernel	OPEN	SCM/domain specific
T2-PO-377	Sequential exchangeability	OPEN	Evidence-D required
T2-PO-378	Positivity and consistency	OPEN	Evidence-D required
T2-PO-379	g-formula identification	COND	После PO-377–378
T2-PO-380	Counterfactual carrier	OPEN	Structural model
T2-PO-381	Stochastic Reper adaptedness	OPEN	NAPG-specific
T2-PO-382	λ Itô formula and pole control	COND	Smooth chart sector
T2-PO-383	Harmonic-locus stochastic invariance	COND	(22.21)
T2-PO-384	Martingale residual external test	OPEN	Independent data
T2-PO-385	Main safe theorem v0.19	COND	Все H1–H12
T2-PO-386	Physical/causal export and EXT-RUN	OPEN	Independent bridge

326. Prior art и граница авторского вклада

Классический prior art главы включает Feller/Dynkin semigroup theory, diffusion martingale problems Струка–Варадхана, stochastic calculus Ито, change of measure Гирсанова, stopping-time/martingale theory Дуба, controlled Markov processes и dynamic programming, а также структурные интервенции и g-computation. Авторский слой Тома II состоит в их типизированном соединении с NAPG/KLT-RBD, Reper-path, λ /CGI, Evidence-D, transition horizons, вычислительными сертификатами и многоступенчатым verdict, не смешивающим прогноз, управление и причинность.

[V0.19-1] Feller, W. Semi-groups of transformations in general weak topologies. *Annals of Mathematics* 57 (1953), 287–308. [первичный источник]

[V0.19-2] Dynkin, E. B. Markov processes and semigroups of operators. *Theory of Probability and Its Applications* 1 (1956), 22–33. DOI 10.1137/1101003. [первичный источник]

[V0.19-3] Stroock, D. W.; Varadhan, S. R. S. Diffusion processes with continuous coefficients I–II. *Communications on Pure and Applied Mathematics* 22 (1969), 345–400, 479–530. DOI 10.1002/cpa.3160220304; 10.1002/cpa.3160220404. [первичный источник]

[V0.19-4] Itô, K. On stochastic differential equations. *Memoirs, American Mathematical Society* 4 (1951). [первичный источник]

[V0.19-5] Girsanov, I. V. On transforming a certain class of stochastic processes by absolutely continuous substitution of measures. *Theory of Probability and Its Applications* 5 (1960), 285–301. [первичный источник]

[V0.19-6] Doob, J. L. *Stochastic Processes*. Wiley, 1953. [первичная монография]

[V0.19-7] Bellman, R. *Dynamic Programming*. Princeton University Press, 1957. [первичная монография]

[V0.19-8] Robins, J. M. The role of model selection in causal inference from nonexperimental data. *American Journal of Epidemiology* 123 (1986), 392–402. DOI 10.1093/oxfordjournals.aje.a114254. [первичный источник]

[V0.19-9] Pearl, J. Causal diagrams for empirical research. *Biometrika* 82 (1995), 669–688. [первичный источник]

[V0.19-10] Kurpishev, I. B. Том I v197 RU; Том II T2-RP-v0.1–v0.18. [внутренний авторский корпус]

Замороженный Том I v197 RU уже фиксирует независимую проверку, sequential validity и causal-limit discipline; настоящая глава добавляет stochastic generator, stopping/control и intervention carriers, не повышая статусов.

327. Контрольная точка и граница вывода

truth_layer_promotion=0; checkpoint=T2-RP-v0.19; next=T2-RP-v0.20. (22.28)

Глава 22 построила стохастический предсказательный интерфейс: Markov/Feller semigroup задаёт наблюдательную эволюцию закона; generator и martingale problem дают аналитико-вероятностную спецификацию; stopping/barrier layer даёт строгие границы first-passage risk; controlled family задаёт policy-dependent laws; structural intervention model отдельно задаёт causal law.

Ключевой итог: точный отрицательный прогноз возможен при нулевом сертифицированном hitting bound. Положительная малая вероятность остаётся вероятностью, а не невозможностью.

Наблюдательный закон не определяет intervention law без идентифицирующих предпосылок.

Следующая сборка tom2_v0_20 развивает large deviations, risk-sensitive semigroups, rare-event geometry, robust ambiguity sets, distributionally robust barriers и finite-sample certification редких переходов.

checkpoint=T2-RP-v0.19; source=T2-RP-v0.18; truth_layer_promotion=0; next=T2-RP-v0.20.

Глава 23. Large deviations, risk-sensitive semigroups, геометрия редких событий и конечновыборочная сертификация

ОНТОЛОГИЯ	Редкое событие не является “почти несуществующим” объектом. Оно является измеримым множеством путей, конфигураций или реперных состояний, вероятность которого изучается в определённом масштабе и топологии.
ГНОСЕОЛОГИЯ	Large-deviation principle сообщает экспоненциальный порядок вероятности, но не точную вероятность при конечном объёме данных. Risk-sensitive functional сообщает экспоненциально взвешенную стоимость, но не частоту события.
ФЕНОМЕНОЛОГИЯ	Редкий переход проявляется как траектория, преодолевающая action barrier. Наиболее вероятный путь редкого события является вариационным кандидатом, а не зарегистрированным будущим.
ГРАНИЦА	Асимптотика, собственное значение, квазипотенциал, отсутствие наблюдаемых событий и λ -близость не разрешают вывод “событие невозможно”. Требуются finite-n bound, coverage, D/Dom и внешний тест.

Статус главы: theorem/conditional/computational package. Глава строит редкособытийный слой над stochastic carrier v0.19 и сохраняет отдельность математического, вероятностного, причинного и физического статусов.

$$truth_layer_promotion=0; source=T2-RP-v0.19; checkpoint=T2-RP-v0.20. \quad (23.1)$$

329. Четыре уровня редкособытийного вывода

Типизированная лестница

Объект	Строгая роль и ограничение
L0: support impossibility	Целевое множество не пересекает допустимый support или достижимое множество. Только здесь возможна точная вероятность 0 внутри модели.
L1: finite-sample risk bound	С вероятностью не ниже $1-\beta$ по данным доказано $P(A)\leq\alpha$. Это конечновыборочная граница, а не асимптотика.
L2: exponential suppression	Доказан LDP и положительный rate barrier c_A . Получается логарифмическая асимптотика или eventual bound.
L3: low-action candidate	Найден минимально-действующий путь или малый rate. Это кандидат редкого перехода, не его наступление.
L4: empirical event	Событие зарегистрировано независимым наблюдением. Только этот слой сообщает фактическое наступление.

Основной firewall главы: L2 не подменяет L1, а L3 не подменяет L4. Человеческая любовь к одному числу на все случаи вновь подвергнута ограничению области определения.

330. Определение large-deviation principle

Пусть Z_n принимает значения в хаусдорфовом топологическом пространстве $\mathcal{X}$, а $a_n \rightarrow \infty$ является скоростью. Функция $I: \mathcal{X} \rightarrow [0, \infty]$ называется rate function, если она полунепрерывна снизу; good rate function имеет компактные подуровни $\{I \leq c\}$. Семейство удовлетворяет LDP, если для всякого борелевского A

$$-\inf_{x \in A^\circ} I(x) \leq \liminf_n a_n^{-1} \log P(Z_n \in A) \leq \limsup_n a_n^{-1} \log P(Z_n \in A) \leq -\inf_{x \in \text{cl } A} I(x). \quad (23.2)$$

Верхняя и нижняя оценки используют разные регуляризации множества. Равенство экспоненты получается только для I -continuity sets, где $\inf$ по внутренности и замыканию совпадает.

331. Экспоненциальная tightness и good rate

Экспоненциальная tightness означает: для каждого M существует компакт K_M , для которого

$$\limsup_n a_n^{-1} \log P(Z_n \notin K_M) \leq -M. \quad (23.3)$$

Она позволяет усиливать weak LDP на компактах до полной верхней оценки на замкнутых множествах при стандартных условиях. В бесконечномерных path spaces compactness является отдельным доказательным обязательством; ограниченность нормы обычно недостаточна.

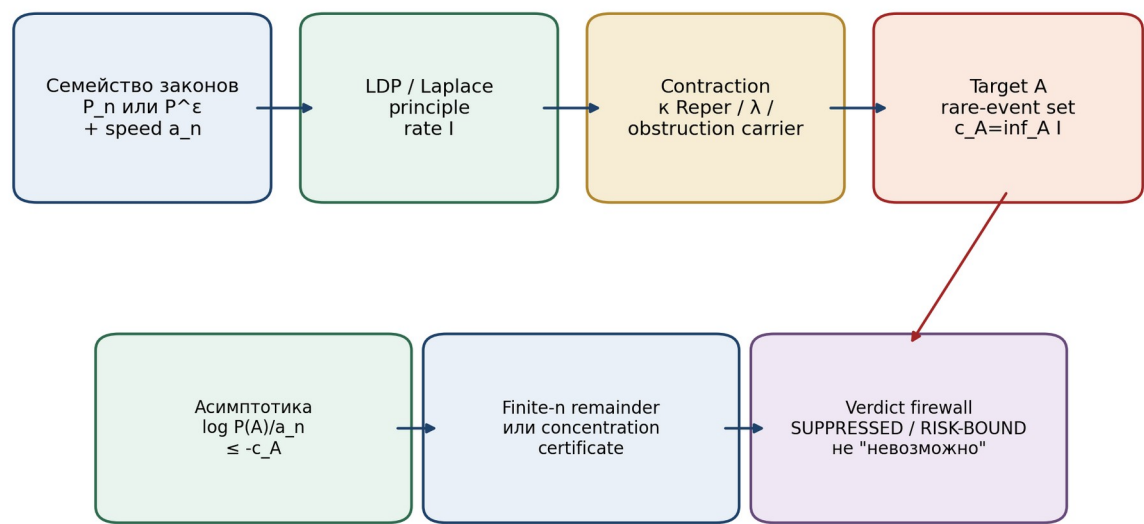
332. Contraction principle

Теорема 23.1 (contraction principle). [THM/prior art] Если Z_n удовлетворяет LDP на $\mathcal{X}$ с good rate I и $F:\mathcal{X}\rightarrow\mathcal{Y}$ непрерывно, то $Y_n=F(Z_n)$ удовлетворяет LDP с rate

$$J(y)=\inf\{I(x):F(x)=y\}, \quad \inf\emptyset=\infty. \quad (23.4)$$

Для KLT-RBD отображением F может быть λ -координата, obstruction profile, hitting functional или projection к конечному реперному графу. Непрерывность проверяется в выбранной топологии; у полюсов кросс-соотношения contraction principle напрямую неприменим.

Large-deviation pipeline: от закона пути к редкому переходу



LDP задаёт экспоненциальный масштаб. Конечновыборочная вероятность требует отдельного остаточного или робастного сертификата.

Рисунок 23.1. Large-deviation pipeline и доказательный firewall. Собственная схема Тома II.

333. Laplace principle и лемма Варадана

Laplace principle утверждает для подходящих ограниченных непрерывных F :

$$\lim_n a_n^{-1} \log E \exp(a_n F(Z_n)) = \sup_{x \in \mathcal{X}} \{F(x) - I(x)\}. \quad (23.5)$$

На польских пространствах при стандартных условиях Laplace principle эквивалентен LDP. Неограниченные F требуют exponential integrability или tail condition. Формула (23.5) является вариационным пределом, а не точным равенством для конечного n .

334. Gärtner-Ellis theorem и границы применимости

Пусть для θ в двойственном пространстве существует scaled cumulant generating function

$$\Lambda(\theta) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \log E \exp(a_n \langle \theta, Z_n \rangle). \quad (23.6)$$

Кандидат rate задаётся Legendre-Fenchel transform $I(x) = \sup_{\theta} \{ \langle \theta, x \rangle - \Lambda(\theta) \}$. Полная нижняя оценка требует условий вроде essential smoothness/steepness или экспонированных точек. Простое существование Λ не гарантирует полный LDP, особенно на границе effective domain.

Контрпредупреждение: недифференцируемость Λ может отражать сосуществование фаз или потерю единственности оптимального tilt. Она является structural signal, но не автоматически физическим фазовым переходом.

335. Sanov layer: эмпирическая мера и относительная энтропия

Для i.i.d. выборки $X_1, \dots, X_n$ с законом P эмпирическая мера $L_n = n^{-1} \sum \delta_{X_i}$ при стандартных условиях удовлетворяет LDP со скоростью n и rate

$$I(Q) = D(Q||P), \quad (23.7)$$

где $D(Q||P)$ - относительная энтропия, равная ∞ при Q не абсолютно непрерывной относительно P . Sanov layer связывает отклонение эмпирического распределения с информационной стоимостью, но не делает KL-divergence физической энергией без отдельного моста.

336. Path-space LDP и topology ledger

Для процессов объектом LDP является закон на $C([0,T],E)$, $D([0,T],E)$ или иной path space. Сертификат обязан фиксировать topology: uniform, Skorokhod J1/M1, weak topology мер или projective topology. Один и тот же набор путей может иметь разные compactness и continuity properties в разных топологиях.

В KLT-RBD topology ledger хранит: state metric, path topology, admissible discontinuities, boundary conditions, measurable target sets и continuity status всех реперных отображений.

337. Freidlin-Wentzell action для малозумных диффузий

Для семейства

$$dX_t^\varepsilon = b(X_t^\varepsilon)dt + \sqrt{\varepsilon} \sigma(X_t^\varepsilon) dW_t \quad (23.8)$$

при невырожденной $a = \sigma\sigma^T$ и стандартных условиях path rate для абсолютно непрерывной φ с $\varphi(0) = x_0$ имеет вид

$$S_{[0,T]}(\varphi) = \frac{1}{2} \int_0^T \langle \dot{\varphi} - b(\varphi), a(\varphi)^{-1} (\dot{\varphi} - b(\varphi)) \rangle dt, \quad (23.9)$$

а для остальных путей $S = \infty$. В вырожденном случае требуется control representation и проверка достижимости; формула с a^{-1} может быть бессмысленной.

338. Quasipotential и геометрия метастабильных переходов

Квазипотенциал между x и y определяется

$$V(x,y)=\inf_{\{T>0\}} \inf_{\{\varphi(0)=x, \varphi(T)=y\}} S_{\{0T\}}(\varphi). \quad (23.10)$$

Для множеств A, B используется $\inf$ по начальным и конечным точкам. Минимизатор, если он существует, является most probable transition path на логарифмическом масштабе. Он не является детерминированной будущей траекторией и может быть неединственным.

Редкое событие как минимально-действующая траектория через барьер

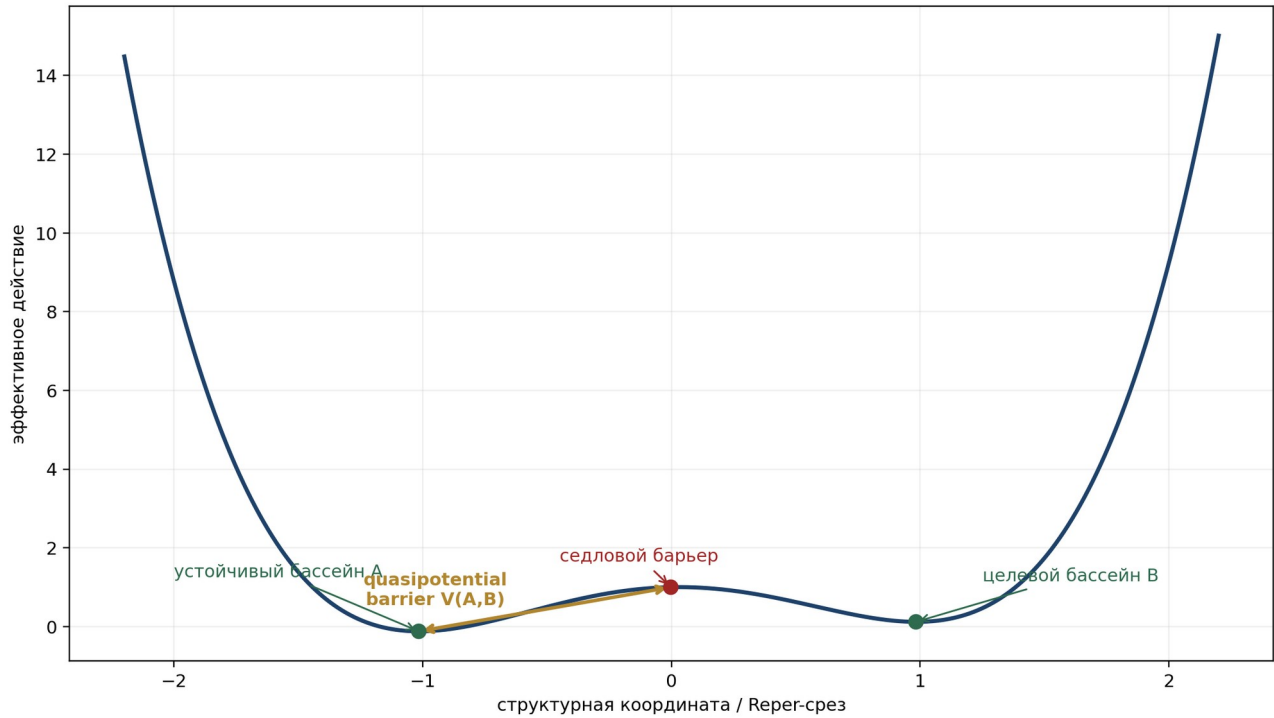


Рисунок 23.2. Quasipotential barrier и минимально-действующая траектория. Собственная схема Тома II.

339. Редкособытийная геометрия Reper-path

Пусть структурное состояние z включает

$$z = (Rep, \mu, Ass, o, \lambda, D, Dom). \quad (23.11)$$

Для path $z(\cdot)$ вводится target rare-event set

$$A_{\{\epsilon, \eta\}} = \{z(\cdot) : \inf_t |\lambda_t + 1| \leq \epsilon, \|o_t\| \leq \eta, Valid(D_t) = 1, Block_t = \emptyset\}. \quad (23.12)$$

Rate barrier

$$c_{\{\epsilon, \eta\}} = \inf_{\{z(\cdot) \in cl A_{\{\epsilon, \eta\}}\}} I_{path}(z). \quad (23.13)$$

имеет смысл только после доказательства LDP полного структурного carrier и измеримости $A_{\{\epsilon, \eta\}}$. В текущем Томе эта конструкция является typed interface, а не доказанным универсальным LDP для всей NAPG.

340. Полюса λ и расширенный contraction firewall

Кросс-соотношение $\lambda=(U-R)(I-D)/((U-D)(I-R))$ не непрерывно на pole set $\{(U-D)(I-R)=0\}$. Если rare-event target касается полюса, обычный contraction principle не применим.

Допустимы три ремонта:

- доказать exponential negligibility окрестности pole set;
- расширить state carrier однородными координатами и использовать projective graph closure;
- разбить Dom на карты и доказать exponential equivalence локальных представлений.

При отсутствии ремонта вывод обязан быть ABSTAIN, даже если численный λ выглядит внушительно. Особенно если выглядит внушительно.

341. Donsker-Varadhan layer для эмпирических мер Markov-процесса

Для эргодического Markov-процесса time-empirical measure

$$L_T = (1/T) \int_0^T \delta_{X_t} dt \quad (23.14)$$

может удовлетворять LDP со скоростью T и Donsker-Varadhan rate functional. Общая вариационная форма зависит от генератора и domain; в подходящем секторе

$$I_{DV}(\mu) = -\inf_{u>0} \int (Lu/u) d\mu. \quad (23.15)$$

Требуются irreducibility/recurrence и аналитические условия. Формула не переносится на произвольный partial NAPG-generator без доказательства.

342. Feynman-Kac semigroup

Для потенциала V и Markov process X_t определяется положительный semigroup

$$(Q_t^V f)(x) = E_x[\exp(\int_0^t V(X_s) ds) f(X_t)]. \quad (23.16)$$

В отличие от Markov semigroup, Q_t^V обычно не сохраняет единицу. Его long-time growth связан с principal eigenvalue или spectral bound при дополнительных compactness/irreducibility assumptions.

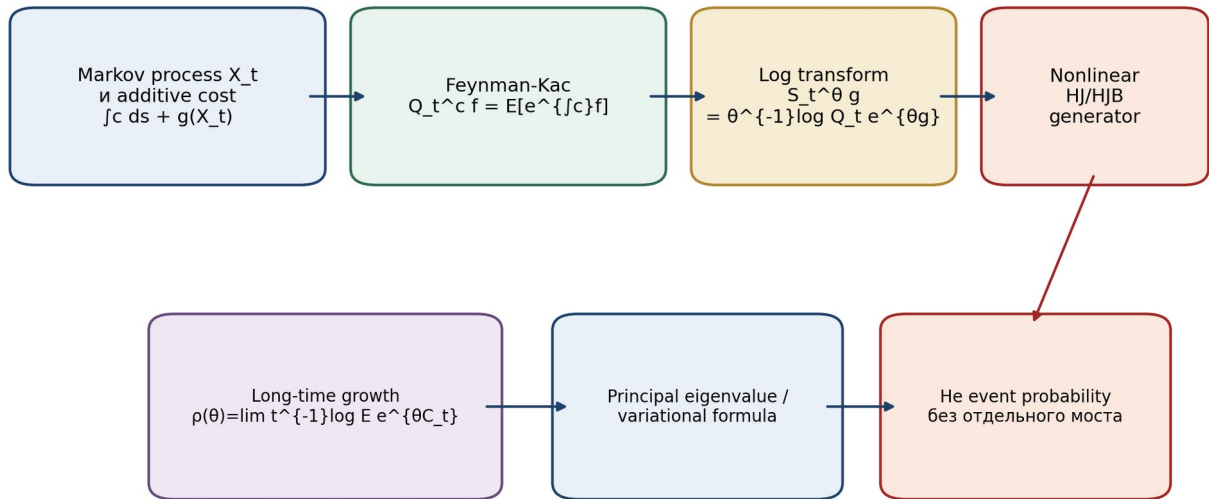
343. Risk-sensitive логарифмический semigroup

Для $\theta \neq 0$ и terminal cost g вводится

$$(S_t^{\theta, V} g)(x) = \theta^{-1} \log E_x \exp(\theta[g(X_t) + \int_0^t V(X_s) ds]). \quad (23.17)$$

Markov property и additive cost дают нелинейное semigroup property. Параметр $\theta > 0$ усиливает верхние хвосты стоимости; $\theta < 0$ меняет ориентацию риска. Значение θ является частью модели, а не универсальной константой осторожности.

Risk-sensitive semigroup и нелинейный генератор



Экспоненциальный критерий меняет отношение к хвостам, но не превращает собственное значение в вероятность события.

Рисунок 23.3. Feynman-Kac и risk-sensitive semigroup. Собственная схема Тома II.

344. Нелинейный генератор risk-sensitive слоя

Для гладкого f формальный логарифмический генератор имеет вид

$$H_{\theta} f = \theta^{-1} e^{-\theta f} L(e^{\theta f}) + V. \quad (23.18)$$

Для диффузионного L получается

$$H_{\theta} f = Lf + (\theta/2) \|\sigma^T \nabla f\|^2 + V. \quad (23.19)$$

Квадратичный gradient term кодирует экспоненциальную чувствительность. Формулы (23.18)-(23.19) требуют $\text{Dom}(e^{\theta f})$ и интегрируемости; формальный расчёт не гарантирует semigroup realization.

345. Long-time eigenvalue и multiplicative ergodic limit

Risk-sensitive growth rate определяется, когда предел существует:

$$\rho(\theta) = \lim_{t \rightarrow \infty} (1/t) \log E_x \exp(\theta \int_0^t V(X_s) ds). \quad (23.20)$$

При подходящих условиях ρ связан с principal eigenvalue $L + \theta V$ и может не зависеть от x . Он является asymptotic cumulant rate, но не probability. Даже $\rho < 0$ не означает, что событие запрещено.

346. Энтропийная вариационная формула

Для измеримого F с конечной экспоненциальной нормировкой действует Gibbs-Donsker-Varadhan variational identity

$$\log E_P e^F = \sup_{Q \ll P} \{E_Q F - D(Q||P)\}. \quad (23.21)$$

Она связывает exponential tilting и KL-штраф. Оптимальный Q , когда существует, пропорционален $e^F P$. Эта формула лежит в основе risk-sensitive и KL-robust duality, но не утверждает, что природа выбирает худший Q .

347. Risk-sensitive control и HJB eigenproblem

Для controlled generator L^a и running cost $c(x,a)$ long-run criterion

$$J_\theta(a) = \limsup_{T \rightarrow \infty} \{1/(\theta T)\} \log E^a \exp(\theta \int_0^T c(X_t, a_t) dt) \quad (23.22)$$

приводит при достаточных условиях к nonlinear HJB/eigenvalue problem

$$\rho + \inf_a \{L^a v + c(x,a) + (\theta/2) \|\sigma_a^T \nabla v\|^2\} = 0. \quad (23.23)$$

Existence of eigenpair, verification theorem и optimal stationary control являются отдельными обязательствами. Risk-sensitive optimum не равен causal optimum без корректной intervention model и utility specification.

348. Асимптотический exponent не является finite-n probability

Теорема 23.2 (asymptotic-probability firewall). [ТНМ] Из равенства

$$\lim_n a_n^{-1} \log p_n = -c, \quad c > 0 \quad (23.24)$$

не следует универсальная формула $p_n = e^{-a_n c}$ и не следует конкретная верхняя граница при заданном n . Для любого subexponential множителя r_n с $\log r_n / a_n \rightarrow 0$ последовательность $p_n = r_n e^{-a_n c}$ имеет тот же exponent.

Следствие: LDP без remainder estimate допускает только eventual exponential statement: для каждого $\delta > 0$ существует $n_0(\delta)$, после которого $p_n \leq \exp[-a_n(c-\delta)]$. Значение n_0 не известно без дополнительного анализа.

349. Importance sampling и unbiased rare-event estimator

Для события A и proposal law Q , доминирующего P на A , likelihood ratio $L=dP/dQ$ даёт

$$p=P(A)=E_Q[1_A L]. \quad (23.25)$$

Estimator $\hat{p}_N=N^{-1}\sum_{i=1}^N 1_{A_i} L_i$ является несмещённым при корректном ratio. Ошибка определяется вторым моментом $E_Q[1_A L^2]$, а не только числом попаданий. Proposal, пропускающий часть A , создаёт скрытое смещение.

350. Логарифмическая и bounded-relative-error эффективность

В rare-event sequence $p_n \rightarrow 0$ importance scheme называется logarithmically efficient, если второй момент имеет оптимальный exponent; bounded relative error требует $\sup_n \text{Var}(\hat{p}_n)/p_n^2 < \infty$. Эти свойства различны.

Минимально-действующий путь может подсказывать exponential tilting, но его использование в sampling scheme требует доказать абсолютную непрерывность, weight stability и отсутствие mode collapse между несколькими instantons.

351. Splitting и адаптивные уровни

Multilevel splitting оценивает редкое попадание через вложенные множества $A_0 \supset A_1 \supset \dots \supset A_m = A$ и произведение условных вероятностей. Уровни, resampling и dependence между потомками входят в сертификат. Адаптивный выбор уровней по тем же данным меняет закон estimator и требует собственного доказательства.

В Reper-режиме уровни могут задаваться δ_truth , obstruction norm и action score, но scalar ordering обязана быть совместима с D/Dom; иначе алгоритм сортирует математически несопоставимые сценарии.

352. Ambiguity sets: робастный слой

ОНТОЛОГИЯ	Ambiguity set - это множество вероятностных законов, совместимых с данными и выбранной метрикой. Оно не является множеством “всех возможных миров”.
ГНОСЕОЛОГИЯ	Робастная граница истинна только при coverage theorem для включения реального закона в ambiguity set. Радиус без покрытия является параметром осторожности, а не сертификатом.
ФЕНОМЕНОЛОГИЯ	Худший закон концентрирует массу там, где функционал наиболее неблагоприятен, в пределах разрешённой геометрии расстояния.
ГРАНИЦА	Worst-case risk может быть консервативным, а может быть ложным при misspecified metric, dependence или tail class. Робастность к одному виду сдвига не означает универсальную переносимость.

Пусть P_{hat_N} - empirical law. Ambiguity set имеет общий вид

$$U_N(\rho)=\{Q: d(Q,P_{\text{hat}_N})\leq\rho, Q\in\mathcal{P}_{\text{adm}}\}. \tag{23.26}$$

Предсказательная граница задаётся $\sup_{Q\in U_N}Q(A)$ или $\sup E_Q\ell$. Метрика d и класс $\mathcal{P}_{\text{adm}}$ обязаны отражать реально допустимый distribution shift.

353. KL и f-divergence ambiguity

Для KL-ball $D(Q||P_{\text{hat}}) \leq \rho$ энтропийная duality даёт при подходящих условиях

$$\sup_{\{D(Q||P_{\text{hat}}) \leq \rho\}} E_Q \ell \leq \inf_{\{\eta > 0\}} \{\eta \rho + \eta \log E_{\{P_{\text{hat}}\}} \exp(\ell/\eta)\}. \quad (23.27)$$

KL-ball не допускает массу вне support P_{hat} , если divergence ориентирована как $D(Q||P_{\text{hat}})$. Для редких ещё не наблюдавшихся областей это может быть фатальной слепотой. Обратная ориентация divergence имеет другие свойства и другую duality.

354. Wasserstein ambiguity и геометрия новых состояний

Wasserstein ball допускает перенос массы в близкие ненаблюдавшиеся состояния. Для transport cost c и достаточно регулярной ℓ типовая dual form имеет вид

$$\sup_{\{W_c(Q, P_{\hat{}}) \leq \rho\}} E_Q \ell = \inf_{\{\eta \geq 0\}} \{\eta \rho + E_{\{P_{\hat{}}\}} [\sup_z (\ell(z) - \eta c(z, \xi))]\}. \quad (23.28)$$

Точное равенство требует lower semicontinuity, growth и duality assumptions. Для indicator 1_A worst-case probability чувствительна к расстоянию наблюдений до A ; при нулевом margin оценка может быть резко консервативной.

355. Finite-sample coverage ambiguity set

Радиус $\rho_N(\beta)$ выбирается из доказанного concentration theorem так, чтобы

$$P_{data}(P_* \in U_N(\rho_N(\beta))) \geq 1 - \beta. \quad (23.29)$$

Тогда одновременно с вероятностью не ниже $1 - \beta$

$$P_*(A) \leq \sup_{\{Q \in U_N\}} Q(A). \quad (23.30)$$

Скорость уменьшения ρ_N зависит от размерности, хвостов, метрики и dependence. Универсального dimension-free радиуса для произвольного распределения нет.

356. Distributionally robust chance certificate

Теорема 23.3 (coverage-to-risk). [ТНМ] Если (23.29) выполнено и вычислено $B_N(A) = \sup_{Q \in \mathcal{U}_N} Q(A)$, то

$$P_{data}(P_*(A) \leq B_N(A)) \geq 1 - \beta. \quad (23.31)$$

Доказательство следует из включения $P_* \in \mathcal{U}_N$. Этот результат конечновыборочный и не требует LDP. Однако его содержательность зависит от размера B_N и корректности ambiguity geometry.

357. Точный биномиальный сертификат редкого события

Пусть N независимых испытаний дают K попаданий в A при неизвестной вероятности p . Односторонняя Clopper-Pearson upper bound определяется beta-квантилем. При $K=0$ она упрощается:

$$p_U = 1 - \alpha^{1/N}, \quad \text{coverage} \geq 1 - \alpha. \quad (23.32)$$

Доказательство: $P_p(K=0) = (1-p)^N$. Для $p > p_U$ эта вероятность меньше α . Поэтому отсутствие попаданий не означает $p=0$; оно даёт верхнюю границу порядка $-\log \alpha / N$.

При dependence, adaptive stopping или importance weights биномиальная формула неприменима без ремонта.

358. Bounded-loss concentration и empirical risk

Для i.i.d. $X_i \in [0,1]$ Hoeffding bound даёт с вероятностью не ниже $1-\beta$

$$E[X] \leq \bar{X}_N + \sqrt{\log(1/\beta)/(2N)}. \quad (23.33)$$

Для очень редкого Bernoulli event exact binomial bound обычно информативнее. Variance-adaptive и PAC-Bayes bounds требуют собственных условий и prior/data separation; выбор bound после просмотра результата входит в multiple-selection ledger.

359. Anytime-valid и последовательная сертификация

Наследуя главу 22, e-process E_t позволяет контролировать ложный вывод при optional stopping. Для rare-event probability строятся confidence sequences $[L_t, U_t]$, валидные одновременно по времени. Но adaptive intervention, changing target A_t и reuse данных могут разрушить supermartingale property.

Sequential certificate обязан хранить filtration, betting strategy, update rule, alpha-spending/e-value calibration и все моменты изменения цели.

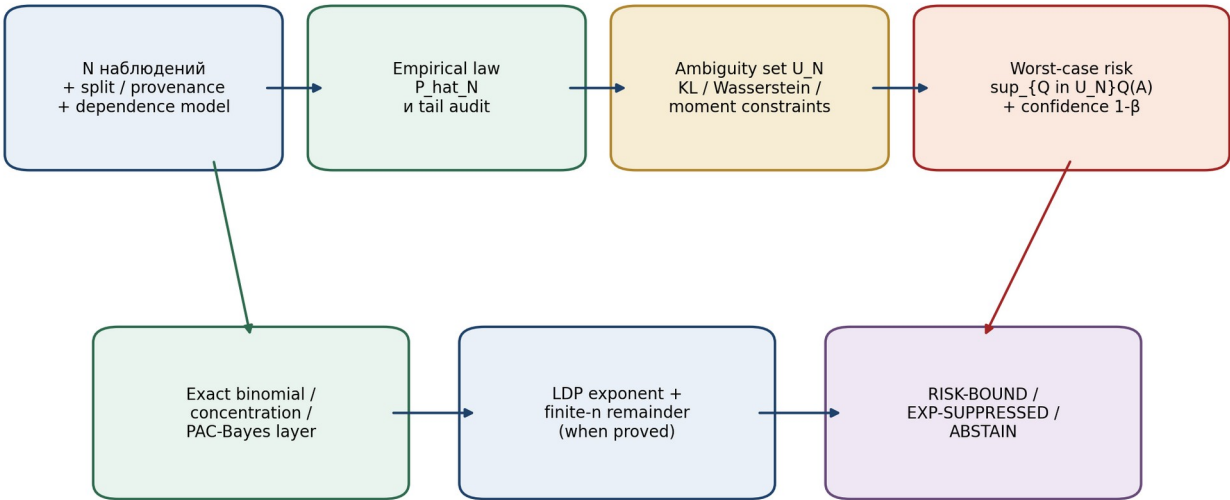
360. Слияние asymptotic и finite-sample слоёв

Полный сертификат может сочетать

$$p_n(A) \leq \min\{B_N^{\{rob\}}(A), C_n \exp[-a_n(c_A - \delta)]\}, \quad (23.34)$$

где $B_N^{\{rob\}}$ имеет coverage $1 - \beta$, а C_n и δ получены из доказанного nonasymptotic remainder. Без C_n или явного p_0 LDP-часть не является конечновыборочной границей.

Finite-sample robust certificate: данные, ambiguity и редкий риск



Нулевое число наблюждённых событий не означает нулевой риск; оно даёт только доверительную верхнюю границу.

Рисунок 23.4. Finite-sample robust certificate редкого риска. Собственная схема Тома II.

361. Неидентифицируемость хвоста по конечной выборке

Теорема 23.4 (finite-sample tail no-go). [ТНМ] Для любой конечной выборки, лежащей в ограниченном наблюдаемом множестве B , существуют два распределения P_0 и P_1 , совпадающие на B с точностью, достаточной для одинакового likelihood наблюдений, но имеющие произвольно разные вероятности далёкого события A .

Следовательно, tail risk не идентифицируется без tail class, smoothness, moment, parametric или transport assumptions. Экстраполяция редкого события всегда несёт D-пакет модельных оснований.

362. Rate-function estimation и epistemic uncertainty

Rate function I может вычисляться аналитически, через control representation, spectral problem или numerical minimum action method. Оценённый $I_{\hat{}}$ имеет discretization, optimization, parameter и model-selection errors. Реперный объект должен хранить

$$Rep_rate=(I_{\hat{}}, topology, speed, solver, residuals; D_rate). \quad (23.35)$$

Confidence interval для параметров не автоматически превращается в uniform confidence band для I . Near bifurcation или nonunique instantons sensitivity может быть неограниченной.

363. Robust rare-event Reper certificate

Определён сертификат

$$Cert_{LD}=(\mathcal{X},\tau,a_n,P_n,I,A,c_A,R_n,U_N,B_N,IS,\lambda,D,Dom,src,code,hash). \quad (23.36)$$

- $\mathcal{X},\tau$: state/path carrier и topology;
- a_n,P_n,I : speed, laws и rate function;
- A,c_A : target и action barrier;
- R_n : nonasymptotic remainder/effective n_0 ;
- U_N,B_N : ambiguity coverage и robust finite-sample bound;
- IS : importance-sampling/splitting certificate, если использован;
- λ,D,Dom : projective-harmonic coordinate, sufficient foundation и admissible domain;
- $src,code,hash$: воспроизводимость.

Verdict допускает пять значений: IMPOSSIBLE-IN-MODEL, FINITE-SAMPLE-RISK-BOUND, EXPONENTIALLY-SUPPRESSED-IN-MODEL, CANDIDATE-RARE-TRANSITION, ABSTAIN.

364. Large-deviation и finite-sample горизонты

Введены

$$\Delta_{LD} = \Delta_{speed} \cup \Delta_{top} \cup \Delta_{tight} \cup \Delta_{rate} \cup \Delta_{contract} \cup \Delta_{pole} \cup \Delta_{action} \cup \Delta_{inst}. \quad (23.37)$$

$$\Delta_{RS} = \Delta_{FK} \cup \Delta_{expint} \cup \Delta_{eig} \cup \Delta_{HJB} \cup \Delta_{tilt} \cup \Delta_{IS}. \quad (23.38)$$

$$\Delta_{FS} = \Delta_{iid} \cup \Delta_{dep} \cup \Delta_{tail} \cup \Delta_{amb} \cup \Delta_{cov} \cup \Delta_{sel} \cup \Delta_{stop} \cup \Delta_{shift} \cup \Delta_{ext}. \quad (23.39)$$

$$\Delta_{safe}^{\{v0.20\}} = \Delta_{safe}^{\{v0.19\}} \cup \Delta_{LD} \cup \Delta_{RS} \cup \Delta_{FS}. \quad (23.40)$$

Горизонт фиксирует не событие, а потерю класса теоремы или сертификата. Его пересечение требует пересборки, а не оптимистического продолжения вычислений.

365. Главная условная теорема v0.20

Теорема 23.5 (rare-event predictive safety theorem). [COND] Пусть H1-H14 выполнены:

70. семейство законов и speed определены на фиксированном path carrier;
71. LDP или Laplace principle доказан с good rate I;
72. exponential tightness и target measurability закрыты;
73. contraction maps к Reper/ λ непрерывны вне сертифицированного pole set;
74. action barrier c_A вычислен с certified optimization residual;
75. для finite-n вывода дан remainder либо отдельный concentration bound;
76. ambiguity set имеет coverage $1-\beta$;
77. robust risk B_N вычислен с certified duality gap;
78. importance-sampling weights корректны и интегрируемы;
79. D/Dom, provenance и selection ledger валидны;
80. optional stopping и dependence учтены;
81. domain shift ограничен заявленным классом;
82. внешний тест не использован для настройки;
83. путь параметров не пересекает $\Delta_{\text{safe}}^{\{v0.20\}}$.

Тогда:

- если A не пересекает admissible support, $P(A)=0$ внутри модели и разрешён IMPOSSIBLE-IN-MODEL;
- если $B_N \leq \alpha$, то с confidence $1-\beta$ разрешён FINITE-SAMPLE-RISK-BOUND α ;
- если $c_A > 0$, но finite-n remainder отсутствует, разрешён только EXPONENTIALLY-SUPPRESSED-IN-MODEL;
- если найден low-action path без upper certificate, разрешён только CANDIDATE-RARE-TRANSITION;
- при любом незакрытом H_i выдаётся ABSTAIN.

Теорема не утверждает наступление события, причинность, физическую реализацию или универсальность NAPG-динамики.

366. Контрпримеры и запреты

- Одинаковый LDP exponent допускает разные finite-n probabilities из-за subexponential prefactors.
- Положительный quasipotential barrier не делает вероятность нулевой.
- Нулевой observed count не означает $p=0$; точная upper bound дана (23.32).
- KL-ball вокруг empirical law может не видеть новый support и дать ложное чувство безопасности.
- Wasserstein ball с произвольным радиусом не имеет coverage status.
- Недифференцируемая Λ не всегда означает физический phase transition.
- Один minimum-action path не покрывает несколько competing instantons.
- Importance proposal без absolute continuity даёт смещённый estimator.
- Risk-sensitive eigenvalue не является event probability.
- λ -проекция через pole set может разрушить contraction principle.
- Finite sample не идентифицирует дальний tail без структурного класса.
- Asymptotic optimality sampling scheme не гарантирует малую ошибку при данном n .

367. Вычислительный сертификат LD-RISK v0.20

- LD-01 state carrier; 02 topology; 03 law family; 04 speed; 05 measurable target; 06 exponential tightness;
- 07 lower bound; 08 upper bound; 09 good-rate test; 10 contraction map; 11 pole/singularity audit; 12 Laplace principle;
- 13 SCGF; 14 Legendre-Fenchel transform; 15 Gärtner-Ellis regularity; 16 empirical-measure/Sanov channel;
- 17 path action; 18 control representation; 19 quasipotential; 20 instanton multiplicity; 21 optimization residual; 22 action sensitivity;
- 23 Donsker-Varadhan functional; 24 Feynman-Kac semigroup; 25 risk-sensitive transform; 26 eigenvalue/HJB verification;
- 27 importance proposal; 28 likelihood ratios; 29 second-moment efficiency; 30 splitting dependence; 31 unbiasedness tests;
- 32 ambiguity metric; 33 radius/coverage theorem; 34 KL duality; 35 Wasserstein duality; 36 robust chance bound;
- 37 exact binomial bound; 38 bounded-loss concentration; 39 sequential validity; 40 selection/dependence ledger;
- 41 Reper/ λ rare-event target; 42 D/Dom and provenance; 43 blocker-safe verdict; 44 source/code/data/environment hashes.

Псевдокод

```

    INPUT law family  $P_n/P^\epsilon$ , speed, topology, target  $A$ , Reper map, data,  $D$ , Dom
    CHECK LDP/Laplace assumptions, exponential tightness, contraction continuity and pole set
    COMPUTE rate  $I$ , action barrier  $c_A$ , instantons and certified residuals
    IF finite- $n$  claim requested REQUIRE remainder or concentration/ambiguity coverage
    BUILD robust bound  $B_N$  and exact rare-event confidence layer
    AUDIT importance weights, dependence, selection, stopping and domain shift
    IF support( $A$ )=empty THEN IMPOSSIBLE-IN-MODEL
    ELSE IF  $B_N \leq \alpha$  THEN FINITE-SAMPLE-RISK-BOUND
    ELSE IF  $c_A > 0$  THEN EXPONENTIALLY-SUPPRESSED-IN-MODEL
    ELSE IF low-action path exists THEN CANDIDATE-RARE-TRANSITION
    ELSE ABSTAIN
    RECORD hashes; truth_layer_promotion=0.
    
```

368. Доказательные обязательства T2-PO-387-T2-PO-426

PO	Обязательство	Статус	Основание / следующий шаг
T2-PO-387	State/path carrier and topology	COND	Domain-specific
T2-PO-388	Speed a_n and law family	COND	Model-specific
T2-PO-389	LDP lower bound	OPEN	Concrete family
T2-PO-390	LDP upper bound	OPEN	Concrete family
T2-PO-391	Exponential tightness	OPEN	Path-space compactness
T2-PO-392	Good rate function	OPEN	Level-set compactness
T2-PO-393	Contraction map continuity	COND	Away from poles
T2-PO-394	λ pole-set repair	OPEN	Projective graph/exponential negligibility
T2-PO-395	Laplace principle equivalence	COND	Polish-space package
T2-PO-396	Gärtner-Ellis differentiability/steepness	OPEN	SCGF-specific
T2-PO-397	Sanov empirical-measure layer	COND	IID sector
T2-PO-398	Freidlin-Wentzell action	OPEN	Concrete diffusion
T2-PO-399	Degenerate action/control representation	OPEN	Controllability
T2-PO-400	Quasipotential existence	OPEN	Compactness/minimizer
T2-PO-401	Instanton uniqueness or multiplicity ledger	OPEN	Numerical/analytic
T2-PO-402	Donsker-Varadhan functional	OPEN	Ergodic Markov model
T2-PO-403	Feynman-Kac semigroup realization	OPEN	Exponential integrability
T2-PO-404	Risk-sensitive nonlinear generator	COND	Domain of exponential transform
T2-PO-405	Principal eigenvalue limit	OPEN	Spectral/ergodic package
T2-PO-406	Risk-sensitive HJB verification	OPEN	Controlled model
T2-PO-407	Asymptotic-probability firewall	CLOSED	Theorem 23.2
T2-PO-408	Importance-sampling unbiasedness	OPEN	Proposal and likelihood ratio
T2-PO-409	Importance-sampling efficiency	OPEN	Second-moment bound
T2-PO-410	Splitting estimator validity	OPEN	Level/adaptation model
T2-PO-411	KL ambiguity duality	COND	Orientation/support assumptions
T2-PO-412	Wasserstein ambiguity duality	COND	Growth/duality assumptions
T2-PO-413	Finite-sample ambiguity coverage	OPEN	Concentration theorem
T2-PO-414	Coverage-to-risk theorem	CLOSED	Theorem 23.3
T2-PO-415	Exact zero-count binomial bound	CLOSED	Formula (23.32)
T2-PO-416	Dependence correction	OPEN	Cluster/mixing/effective sample size
T2-PO-417	Sequential rare-event validity	OPEN	E-process/confidence sequence
T2-PO-418	Finite-n LDP remainder	OPEN	Model-specific sharp asymptotics
T2-PO-419	Tail non-identifiability theorem	CLOSED	Theorem 23.4
T2-PO-420	Rate-function numerical certificate	OPEN	Interval/optimization solver
T2-PO-421	Robust rare-event Reper certificate	COND	Cert_LD schema
T2-PO-422	Large-deviation horizons	CLOSED	Definitions (23.37)-(23.40)
T2-PO-423	Main safety theorem v0.20	COND	H1-H14
T2-PO-424	Physical interpretation bridge	OPEN	Separate reduction
T2-PO-425	Independent rare-event EXT-RUN	OPEN	Preregistered external data
T2-PO-426	Cross-domain transportability	OPEN	Domain adapters and evidence

369. Prior art и граница авторского вклада

Классический prior art главы включает Cramér-Sanov large deviations, Varadhan/Laplace principle, Donsker-Varadhan theory, Gärtner-Ellis convex duality, Freidlin-Wentzell action geometry, weak-convergence method Dupuis-Ellis, Feynman-Kac semigroups, risk-sensitive control, importance sampling и distributionally robust optimization. Авторский слой Тома II состоит в их типизированной интеграции с NAPG/KLT-RBD, Reper-path, $\lambda/D/\text{Dom}$, obstruction carriers, transition horizons, finite-sample firewall и пятизначным verdict.

[V0.20-1] Sanov, I. N. On the probability of large deviations of random magnitudes. Mat. Sb. (N.S.) 42(84):1 (1957), 11-44. [первичный источник]

[V0.20-2] Varadhan, S. R. S. Asymptotic probabilities and differential equations. Comm. Pure Appl. Math. 19 (1966), 261-286. DOI 10.1002/cpa.3160190303. [первичный источник]

[V0.20-3] Donsker, M. D.; Varadhan, S. R. S. Asymptotic evaluation of certain Markov process expectations for large time I-IV. Comm. Pure Appl. Math. 28-36 (1975-1983). [первичный цикл]

[V0.20-4] Gärtner, J. On large deviations from the invariant measure. Theory Probab. Appl. 22 (1977), 24-39. DOI 10.1137/1122003. [первичный источник]

[V0.20-5] Ellis, R. S. Large deviations for a general class of random vectors. Ann. Probab. 12 (1984), 1-12. DOI 10.1214/aop/1176993370. [первичный источник]

[V0.20-6] Freidlin, M. I.; Wentzell, A. D. Random Perturbations of Dynamical Systems. Springer, 1984/1998/2012. [основная монография]

[V0.20-7] Dupuis, P.; Ellis, R. S. A Weak Convergence Approach to the Theory of Large Deviations. Wiley, 1997. DOI 10.1002/9781118165904.

[V0.20-8] Fleming, W. H.; Sheu, S. J. Risk-Sensitive Control and an Optimal Investment Model. Mathematical Finance 10 (2000), 197-213. DOI 10.1111/1467-9965.00089.

[V0.20-9] Mohajerin Esfahani, P.; Kuhn, D. Data-driven distributionally robust optimization using the Wasserstein metric. Math. Programming 171 (2018), 115-166; arXiv:1505.05116.

[V0.20-10] Kurpishev, I. B. Том I v197 RU; Том II T2-RP-v0.1-v0.19. [внутренний авторский корпус]

Замороженный Том I v197 RU фиксирует blocker-safe прогнозные коридоры, e-processes, finite-sample power и causal-limit discipline. Настоящая глава добавляет large-deviation action, risk-sensitive и robust rare-event carriers без изменения статуса ПН.2 или F-1-F-14.

370. Контрольная точка и граница вывода

truth_layer_promotion=0; checkpoint=T2-RP-v0.20; next=T2-RP-v0.21. (23.41)

Глава 23 построила строгий интерфейс редких событий: LDP задаёт экспоненциальную геометрию, Freidlin-Wentzell action и quasipotential локализуют минимально-действующие пути, Donsker-Varadhan/Feynman-Kac и risk-sensitive semigroups задают спектрально-вариационный слой, а ambiguity sets и точные confidence bounds превращают часть выводов в конечновыборочные сертификаты.

Ключевой итог: “экспоненциально подавлено”, “вероятность не выше α с confidence $1-\beta$ ”, “невозможно внутри support” и “событие наступило” являются четырьмя разными утверждениями. Тому II запрещено превращать первое во второе, второе в третье, а третье в физический закон без дополнительных мостов.

Следующая сборка tom2_v0_21 развивает главу 24: синтез всех слоёв в end-to-end предсказательный оператор KLT-RBD, полную композицию бюджетов ошибок, общий theorem schema, алгоритмический контракт и итоговую матрицу фальсифицируемости Тома II.

checkpoint=T2-RP-v0.20; source=T2-RP-v0.19; truth_layer_promotion=0; next=T2-RP-v0.21.