Вероятность как статистика пакетного спуска

Короткое имя: **prb_ru.pdf**

Статья пересобрана из монографии 2.4. Ниже помещены аннотация, общий контекст НАПРЛГК / NAPG 2.0 и локальное оглавление, после чего следует извлечённый и проверенный основной текст.

Аннотация

Статья выделяет вероятностный узел монографии 2.4, где теория вероятности интерпретируется как наблюдаемая статистика пакетного спуска по градиенту функционала.

Общий контекст НАПРЛГК / NAPG 2.0

В НАПРЛГК / NAPG 2.0 вероятность не первична. Первична динамика спуска, дрейфа, межслойных переходов и режимов устойчивости, а вероятностное распределение является наблюдаемой тенью глубинной пакетной динамики.

Оглавление статьи

6. Проективное замыкание вероятности
7. Классический предел
8. Феноменологический итог

Источник: монография 2.4 RU, глава 14

CHAPTER 14

Переинтерпретация теории вероятности как статистики пакетного спуска

В рамках НАПРЛК теория вероятности перестаёт быть первичной теорией случайных процессов и становится *геометрической статистикой спуска* пакета состояний по градиенту функционала размерности D^*. Вероятность здесь не вводится как независимая сущность; она возникает как наблюдаемая тень глубинной динамики, протекающей в стратифицированном времени. Иначе говоря, классическая статистика оказывается не фундаментом, а проекцией более глубокой пакетной кинематики на слой наблюдателя. Там, где классическая теория говорит о случайности, НАПРЛК говорит о скрытой слоистой геометрии, о метастабильных террасах, барьерах перехода и о флуктуациях относительно основного вариационного спуска.

1. Концептуальный сдвиг

В классической теории вероятность P обычно трактуется либо как мера незнания, либо как частота случайных событий, либо как плотность на пространстве элементарных исходов. В НАПРЛК все эти интерпретации рассматриваются как вторичные. eginpostulate[Пакетный вариационный принцип] Пакет состояний всегда стремится к минимуму функционала размерности

D^*. Вероятность обнаружить систему в данном состоянии определяется не “случайностью” в буквальном смысле, а геометрией спуска: крутизной градиента, высотой барьеров перехода и близостью состояния к локальному или глобальному минимуму. eginremark[Вероятность как статистическая тень] Вероятность в НАПРЛК есть статистическая тень семейства допустимых траекторий спуска. Поэтому распределение вероятности измеряет не меру незнания наблюдателя, а меру *доступности* тех или иных состояний для вариационного потока.

2. Гравитационный склон и эффективное поле дрейфа

На феноменологическом уровне гравитационное поле удобно интерпретировать как *эффективный склон* функционала D^* на внешнем, квазиклассическом слое $k = 3$. Такая трактовка не утверждает, что гравитация исчерпывается вероятностью; она утверждает лишь, что наблюдаемая статистика движений и устойчивых конфигураций может быть описана через геометрию спуска. egindefinition[Эффективный склон] Пусть на страте k задан эффективный инвариант D_k^*. Тогда *эффективным склоном* называется градиентное поле

$$\nabla D_k^*,$$

а соответствующее *поле дрейфа* определяется как

$$\vec{v}_{\mathrm{drift}}^{(k)} = -\mu_k \nabla D_k^*,$$

где $\mu_k > 0$ — коэффициент пакетной

подвижности слоя. eginproposition[Квазиклассическая феноменология движения] В квазиклассическом режиме движение пакета на слое $k = 3$ раскладывается в сумму двух компонент:

$$\vec{v} = \vec{v}_{\parallel} + \vec{v}_{\perp}, \qquad \vec{v}_{\perp} \parallel -\nabla D_3^*, \qquad \vec{v}_{\parallel} \cdot \nabla D_3^* = 0.$$

Здесь $\vec{v}_{\perp}$ описывает спуск по склону D_3^*, а $\vec{v}_{\parallel}$ — движение вдоль изо-D^*-линий. eginremark[Свободное падение, орбита, удержание] Эта декомпозиция даёт феноменологическую интерпретацию трёх базовых режимов:

- **свободное падение** — доминирование нормальной компоненты $\vec{v}_\perp$;
- **квазистационарная орбита** — почти полная компенсация спуска касательной компонентой и локальной геометрией слоя;
- **удержание в ловушке** — движение внутри локальной пакетной воронки, соответствующей минимуму или террасе функционала D^*.

3. Террасы, барьеры и дискретные переходы

Поскольку время в НАПРЛК стратифицировано, пакетный спуск не обязан быть гладким. Он может прерываться, задерживаться на террасах и перескакивать через барьеры. egindefinition[Метастабильная терраса] *Метастабильной террасой* называется область в слое k, на которой

$$\|\nabla D_k^*\| \approx 0,$$

но где состояние ещё не является глобальным минимумом. На террасе пакет задерживается на макроскопически заметное время. egindefinition[Прерывистость перехода] Переход между слоями $kok-1$ происходит дискретно. Вероятность скачка зависит от разности инвариантов, $\Delta D^*_{kok-1} := D^*_k - D^*_{k-1}$, а также от геометрии препятствия и от внутренней флуктуационной активности пакета. egindefinition[Оператор разворота в статистической интерпретации] Оператор Υ интерпретируется как механизм подавления неустойчивых “восходящих” флуктуаций. Он не запрещает их абсолютно, но уменьшает их долговременный вклад в наблюдаемую статистику.

4. Стратифицированное мастер-уравнение Курпишева

Вместо классического уравнения Фоккера–Планка вводится *Стратифицированное Мастер-Уравнение Курпишева*, в котором дрейф по градиенту и межслоевые переходы объединены в единую схему. egindefinition[Пакетная плотность вероятности] Пусть $\rho_k(x,t)$ —

вероятность нахождения пакета в точке x страты k. Тогда её эволюция описывается уравнением

$$\frac{\partial \rho_k}{\partial t} = -\nabla\cdot(\rho_k \vec{v}_{\text{drift}}^{(k)}) + \nabla\cdot(\mathbf{D}_k \nabla \rho_k) + \sum_j (W_{jok}\rho_j - W_{koj}\rho_k),$$

где:

- $\vec{v}_{\text{drift}}^{(k)} = -\mu_k \nabla D_k^*$ — поле дрейфа;
- $\mathbf{D}_k$ — тензор внутрислоевой диффузии;
- W_{koj} — вероятности межслоевых переходов.

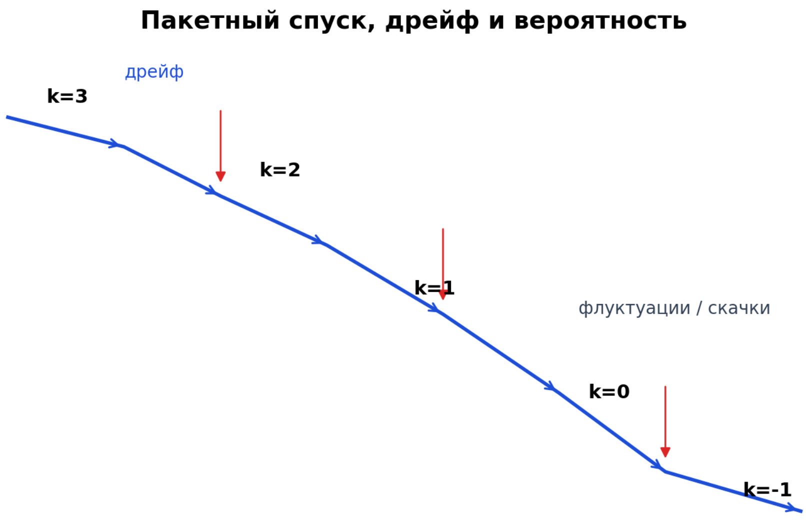
eginremark[Смысл членов уравнения] Первый член описывает детерминированный спуск пакета по склону D_k^*, второй —

флуктуации внутри данного слоя, третий —

дискретные переходы между стратами. Таким образом, “случайность” появляется как поправка к направленному спуску, а не как его первичная причина. egintable[H] Пакетная и классическая вероятностные картины egintab- u- lar>p0.29extwidth >p0.27extwidth >p0.27extwidth oprule Компонент Классическая статистика Пакетная интерпретация

Источник

вероятности
случайность
/
незнание
статистическая
тень
вариационного
спуска
Дрейф
внешний
эффективный
закон
$-\nabla D^*$
на
выбранной
страте
Диффузия
флуктуации
в
фазовом
пространстве
внутрислоевые
колебания
пакета
Переходы
марковские
скачки
межслоевые
переходы
через
барьер
ΔD^*
Хвосты
распределений
редкие
события
краткие
движения
против
основного
спуска
ottomrule



подъём

5. Геометрия переходов и пакетный закон Аррениуса

egindefinition[Пакетный закон перехода] Вероятность перехода через межслоевой барьер имеет экспоненциальный вид

$$W_{kok-1} \sim \exp\left(-\frac{\Delta D^*_{kok-1}}{\epsilon}\right),$$

где ϵ — квант вариационного действия.

eginremark[Феноменологический смысл ϵ] Параметр ϵ измеряет “зернистость” вариационного спуска. При малых ϵ динамика близка к чисто детерминированной, при больших ϵ возрастает роль флуктуаций, перескоков и временных возвратов против основного градиента. eginproposition[Редкие события] Чем выше барьер ΔD^*, тем меньше вклад соответствующего канала перехода в наблюдаемое распределение. Поэтому статистические хвосты распределений описывают не “чистую случайность”, а редкие события против основного геометрического потока.

6. Пики, хвосты и стационарные распределения

eginremark[Пик распределения] Максимум стационарного распределения соответствует не “наиболее случайному” состоянию, а области, где пакетный поток замедляется:

$$\|\nabla D_k^*\| \approx 0.$$

Это либо локальный минимум, либо широкая метастабильная терраса. eginremark[Хвосты распределения] Хвосты распределения соответствуют редким восходящим флуктуациям, то есть временным движениям против $-\nabla D^*$. Они возможны, но затем, как правило, гасятся оператором разворота Υ, который возвращает пакет в область основного спуска. eginproposition[Локально-гауссов режим] Пусть в окрестности локального минимума x_0 на фиксированном слое k имеем квадратичное разложение

$$D_k^*(x) = D_k^*(x_0) + \frac{1}{2}(x-x_0)^T H_k(x-x_0) + o(\|x-x_0\|^2),$$

где H_k

—

положительно определённый гессиан. Тогда стационарная плотность в этой окрестности имеет гауссов вид:

$$\rho_k^{\mathrm{st}}(x) \propto \exp\left(-\frac{1}{2\epsilon}(x-x_0)^T H_k (x-x_0)\right).$$

egincorollary[Происхождение распределения Гаусса] Центральная предельная теорема в НАПРЛК интерпретируется как универсальный локальный режим многократного пакетного спуска в окрестности квадратично гладких минимумов D^*. egincorollary[Происхождение распределения Максвелла–Больцмана] Распределение Максвелла–Больцмана возникает как проекция стационарного решения стратифицированного мастер-уравнения на слой $k = 3$, когда наблюдаемая энергия E является гладкой функцией D_3^*, а вблизи минимума выполняется квазиклассический термодинамический предел. В этом контексте параметр $eta = \frac{1}{k_B T}$ интерпретируется как обратная эффективная крутизна склона D_3^*.

7. Орбитальная феноменология и ограниченные режимы

eginremark[Орбита как скомпенсированный

спуск] Орбитальный режим в НАПРЛК трактуется не как отсутствие склона, а как динамическое состояние, при котором тангенциальное движение вдоль изо- D^*- линии компенсирует нормальный дрейф. Поэтому орбита есть не отмена вариационного принципа, а его квазистационарная реализация. eginremark[Невесомость] Невесомость означает не отсутствие пакетного поля, а локальное подавление наблюдаемого нормального градиента внутри выбранного объёма. Вероятностно это означает вырождение видимого дрейфа при сохранении скрытой слоистой геометрии.

8. Проективное замыкание вероятности

Связь между теорией препятствий и вероятностью становится особенно прозрачной после перехода к проективной интерпретации $\mathcal{O}_B$. egindefinition[Проективный барьер] Пусть A, B, C, D —

четыре коллинеарные точки, ассоциированные с каналом перехода в пространстве препятствий. Определим *проективный барьер*

$$\mathfrak{p}(A,B;C,D) := -\log\left|(A,B;C,D)\right|.$$

eginremark[Гармонический случай] Если

$$(A,B;C,D) = -1,$$

то $|(A,B;C,D)| = 1$, и потому

$$\mathfrak{p}(A,B;C,D) = 0.$$

Следовательно, гармоническая конфигурация соответствует отсутствию дополнительного проективного штрафа на переход. egindefinition[Проективно-модифицированная вероятность перехода] С учётом проективного препятствия вероятность перехода записывается как

$$W_{kok-1} \sim \exp\left(-\frac{\Delta D^{*}_{kok-1} + \lambda\,\mathfrak{p}(A,B;C,D)}{\epsilon}\right),$$

где $\lambda \geq 0$ —

коэффициент связи между слоем препятствий и статистическим каналом перехода. eginremark[Интерпретация] Тем самым классическая вероятность оказывается не противоположностью проективной гармонии, а её вырожденной статистической проекцией. Когда проективный барьер исчезает, остаётся только геометрия спуска по D^*; когда он велик, переходы подавляются даже при сравнительно малой разности D^*.

9. Классический предел

egintheorem[Эквивалентность классической и пакетной вероятности в пределе] В пределе

$$0, \qquad \dim \mathcal{O}_B = 0, \qquad \Upsilon o \mathrm{id},$$

стратифицированное мастер-уравнение Курпишева сводится к классическому уравнению Фоккера–Планка на одном эффективном слое, а вероятностные распределения принимают стандартный вид. eginproof[Идея доказательства] Условия теоремы означают: egi-nenu-mer-ate

исчезновение проективного и когомологического препятствия;

отсутствие межслоевой динамики;

подавление дискретных возвратов и разворотов;

переход к одному непрерывному эффективному слою. При этих предпосылках остаются только дрейфовой и диффузионный члены, что и даёт классическую форму уравнения Фоккера–Планка.

10. Феноменологический итог

Таким образом, НАПРЛК не отменяет теорию вероятности, а встраивает её как частный случай — статистику спуска пакета по градиенту инварианта D^* в условиях, когда проективное замыкание вырождено, препятственный слой неактивен, а стратификация не проявляется на масштабе наблюдения. В полной же теории вероятность должна пониматься как результат совместного действия:

- вариационного дрейфа по $-\nabla D^*$,
- внутрислоевой диффузии,
-

дискретных межслоевых переходов,

- проективных препятствий,
- оператора разворота Υ,
- и геометрии опорных слоёв.

Именно поэтому “случайность” в НАПРЛК есть не первичный хаос, а наблюдаемая статистика глубинной геометрии стратифицированного времени.