

Принцип неопределённости

Курпишева ПН.2

Строгий теоремный пакет и согласованная редакция
Автор концепции и формулировки: Курпишев Иван Борисович
Независимый исследователь · Калининград · 2026
ivan-kurpishev@yandex.ru
Каноническая редакция v1.0 · 11 июля 2026 г.

Аннотация

Документ согласует найденные в Google Drive версии статьи «Kurpishev_PN2_author_article_ru», сохраняет авторскую идею ПН.2 и отделяет доказанные математические результаты от модельных аксиом, условных усилений и физических гипотез. Строго доказана локальная минимаксная теорема: если неизвестная расстановка скобок порождает два различных результата и два различных значения структурно-размерностной координаты, то единый, не использующий скрытую расстановку скобок оценитель не может одновременно восстановить обе величины без положительной ошибки. Универсальная формула с постоянной k получается лишь после доказательства равномерной коэрцитивности на явно заданной области. Связь с принципом Робертсона—Гейзенберга, масштабом $\hbar$, физикой времени, материей и космологией сохранена только в статусе программы независимой проверки.

0. Итог редакционного аудита

Последняя полная версия по имени и времени изменения — «Kurpishev_PN2_author_article_ru_v0.2.docx» (ID 1roHjyn5jG5qOsnzNpB-gdzVXBNInYSnO; 8 марта 2026 г., 06:15:25 UTC). Она принята как источник авторских формулировок. Второй DOCX-дубликат содержит текстуально идентичное извлечение; PDF v0 семантически воспроизводит тот же текст и отличается переносами строк, маркерами списков и версткой. Поэтому конфликт авторского текста отсутствует, но в общей аргументации обнаружены математические несогласованности, исправленные ниже.

Источник	Дата/размер	Сопоставление	Редакционное решение
v0.2.docx	08.03.2026 41 184 байт	Полный текст; позднейшая метка	Основной источник
v0.2-1.docx	08.03.2026 40 501 байт	Извлечённый текст идентичен	Архивный дубликат

v0.pdf	08.03.2026 183 134 байт	Тот же смысл; иная верстка	Контрольная копия
PATCH README	08.03.2026 925 байт	Подтверждает notation freeze	Нотационный источник

1. Карта доказательных статусов

Определение. Вводит объект или обозначение; истинность не утверждается.

Модельная аксиома. Явно задаёт класс моделей ПН.2; должна проверяться в каждой конкретной реализации.

Теорема. Следует из перечисленных предпосылок и сопровождается доказательством.

Условное следствие. Верно только после дополнительной гипотезы, указанной в формулировке.

Математическая гипотеза. Требуется доказательства или контрпримера.

Физическая гипотеза. Требуется операционализации, размерностной калибровки и независимого эксперимента.

2. Нотация и устранение перегрузок

- $\mathcal{A}$ — нормированное вещественное или комплексное линейное пространство с билинейной операцией $\odot$; полнота нужна только там, где явно используется.
- $K(x,y,z) = (x \odot y) \odot z - x \odot (y \odot z)$ — ассоциатор.
- $R \star R$ — авторский проектный объект ассоциаторного слоя; $K(x,y,z)$ — его конкретная оценка на тройке.
- Символ $\star$ не обозначает бинарное умножение и не обозначает звезду Ходжа.
- Звезда Ходжа записывается как Hodge или макросом `\Hodge`; базовая операция — $\odot$ (в NAPG допускается зафиксированный макрос `\op`).
- $B = \{b_L, b_R\}$, где $b_L(x,y,z) = (x \odot y) \odot z$ и $b_R(x,y,z) = x \odot (y \odot z)$, — пара допустимых скобочных протоколов.
- $\mathfrak{D}: B \rightarrow \mathbb{R}$ — структурно-размерностная координата. Обозначение Dim разрешено только после явного определения $\mathfrak{D}$.
- $S: \mathcal{A} \rightarrow \mathbb{R}$ — скалярная наблюдаемая размера; полносостояний вариант использует сам результат $g \in \mathcal{A}$ и метрику $\|\cdot\|$.
- $\Omega \subset \mathcal{A}^3$ — область допустимых троек, на которой сформулировано утверждение.

3. Определения

Определение 3.1 (Скобочные результаты).

Для $u = (x,y,z) \in \Omega$ положим $r_L(u) = b_L(u)$, $r_R(u) = b_R(u)$. Тогда $r_L(u) - r_R(u) = K(u)$.

Определение 3.2 (Скрытая структурная альтернатива).

Истинный индекс $b \in \{b_L, b_R\}$ считается скрытым от оценщика. Оценщик обязан выдать одну и ту же пару $(\hat{s}, \hat{d})$, не используя b . Именно это информационное ограничение, а не одна лишь неассоциативность, создаёт задачу неопределённости.

Определение 3.3 (Ошибки одновременного восстановления).

Для фиксированного u определим

$$e_S(u; \hat{s}) = \max\{|\hat{s} - S(r_L(u))|, |\hat{s} - S(r_R(u))|\},$$

$$e_D(u; \hat{d}) = \max\{|\hat{d} - \mathfrak{D}(b_L)|, |\hat{d} - \mathfrak{D}(b_R)|\}.$$

Для полносостояний оценки $\hat{r} \in \mathcal{A}$ положим

$$e_R(u; \hat{r}) = \max\{\|\hat{r} - r_L(u)\|, \|\hat{r} - r_R(u)\|\}.$$

Определение 3.4 (Локальные разрывы).

Положим $\Delta_S(u) = |S(r_L(u)) - S(r_R(u))|$, $\Delta_D = |\mathfrak{D}(b_L) - \mathfrak{D}(b_R)|$ и $\Delta_R(u) = \|r_L(u) - r_R(u)\| = \|K(u)\|$.

Определение 3.5 (с-разделяющая наблюдаемая).

Наблюдаемая S называется с-разделяющей на Ω , если существует $c > 0$ такое, что $\Delta_S(u) \geq c \|K(u)\|$ для всех $u \in \Omega$.

Определение 3.6 (Равномерная ПН.2-область).

Область Ω называется равномерной ПН.2-областью относительно масштаба $m(u) > 0$, если $\Delta_D > 0$ и существует $\varepsilon_- > 0$, для которого $\|K(u)\| \geq \varepsilon_- m(u)$ при всех $u \in \Omega$.

4. Модельные аксиомы

Для строгой теоремной версии достаточно следующих предпосылок.

A1. Нормированная алгебра. $\mathcal{A}$ — нормированное линейное пространство, операция $\odot$ билинейна, а оба скобочных результата определены на Ω .

A2. Двухальтернативность. Для каждого $u \in \Omega$ допустимы b_L и b_R ; выбор b скрыт от рассматриваемого оценщика.

A3. Невырожденная структурная координата. $\Delta_D > 0$. Значение $\mathfrak{D}$ должно различать скобочные протоколы и иметь доказанную интерпретацию как структурная размерность.

A4. Единый оценщик. Одна и та же оценка используется для обеих скрытых альтернатив. Если b измерен заранее, теорема к такому протоколу не применяется.

A5-S. Разделимость размера, условная. Для скалярной версии требуется $\Delta_S(u) > 0$ или более сильное с-разделение. Для полносостояний версии дополнительная аксиома A5-S не требуется.

A6. Равномерная коэрцитивность, только для глобальной константы. Для универсального $k > 0$ нужно доказать положительную нижнюю грань ассоциатора на нормированной области; $\supremum$ этого не обеспечивает.

5. Область применимости и исключения

ПН.2 в доказанной ниже форме применяется к задачам скрытого выбора скобочного протокола. Она не является безусловным законом для всякой неассоциативной алгебры.

- Не применяется на ассоциативном секторе $K(u)=0$.
- Не даёт положительной границы, если $\Delta_D=0$.
- Скалярная версия не даёт положительной границы, если S не различает r_L и r_R .
- Не применяется к протоколу, которому заранее сообщён истинный индекс b .
- Не является дисперсионным соотношением Робертсона—Шрёдингера и не является отношением «шум—возмущение» Одзавы без отдельной квантово-измерительной модели.
- Обычная размерность $\dim \mathcal{A}$ или $\dim X$ не зависит от скобок, поэтому сама по себе не может играть роль $\mathfrak{D}$.
- Обычная максимальная глубина трёхлистного бинарного дерева одинакова для b_L и b_R . Следовательно, прежнее отождествление $\mathfrak{D}$ с глубиной вложенности требует замены на действительно различающую координату.

6. Вспомогательная лемма

Лемма 6.1 (Двухточечная минимаксная граница).

Для любых двух точек a, b метрического пространства и любой точки q выполняется $\max\{d(q, a), d(q, b)\} \geq d(a, b)/2$.

Доказательство. Из неравенства треугольника $d(a, b) \leq d(a, q) + d(q, b) \leq 2 \max\{d(q, a), d(q, b)\}$ следует требуемое. $\square$

7. Точная формулировка ПН.2

Теорема 7.1 (Локальная минимаксная ПН.2 Курпишева).

Пусть выполнены A1–A4. Тогда для каждого $u \in \Omega$ и любой не использующей скрытый индекс b пары оценок $(\hat{s}, \hat{d})$ выполняется

$$e_S(u; \hat{s}) \cdot e_D(u; \hat{d}) \geq \frac{1}{4} \Delta_S(u) \Delta_D. \quad (\text{ПН.2-S})$$

Для любой полносостояний оценки $\hat{r} \in \mathcal{A}$ выполняется

$$e_R(u; \hat{r}) \cdot e_D(u; \hat{d}) \geq \frac{1}{4} \|K(u)\| \Delta_D. \quad (\text{ПН.2-R})$$

Если дополнительно S c -разделяет ассоциатор на Ω , то

$$e_S(u;\hat{s}) \cdot e_D(u;\hat{d}) \geq (c/4) \|K(u)\| \Delta_D. \quad (\text{PN.2-K})$$

Статус: теорема внутри явно заданной модели скрытой скобочной альтернативы.
Авторская атрибуция концепции ПН.2: Курпишев И. Б., Калининград, 2026.

8. Доказательство

По лемме 6.1 на вещественной прямой, применённой к значениям $S(r_L(u))$ и $S(r_R(u))$, имеем $e_S(u;\hat{s}) \geq \Delta_S(u)/2$. Та же лемма для чисел $\mathfrak{D}(b_L), \mathfrak{D}(b_R)$ даёт $e_D(u;\hat{d}) \geq \Delta_D/2$. Перемножение двух неотрицательных оценок доказывает (PN.2-S).

Для полносостояний оценки лемма 6.1 в метрическом пространстве $(\mathcal{X}, \|\cdot\|)$ даёт $e_R(u;\hat{r}) \geq \|r_L(u) - r_R(u)\|/2 = \|K(u)\|/2$. Совместно с $e_D \geq \Delta_D/2$ это доказывает (PN.2-R). Если $\Delta_S(u) \geq c\|K(u)\|$, то подстановка в (PN.2-S) даёт (PN.2-K). $\square$

9. Глобальная количественная форма

Следствие 9.1 (Условная равномерная ПН.2).

Если Ω — равномерная ПН.2-область относительно $m(u)$, то

$$e_R(u;\hat{r}) \cdot e_D(u;\hat{d}) \geq (\varepsilon_- - \Delta_D / 4) m(u), \quad u \in \Omega.$$

При c -разделяющей S коэффициент справа дополнительно умножается на c . Обозначая $\kappa_\Omega = (c\varepsilon_- - \Delta_D)/4$, получаем корректную короткую запись $e_S e_D \geq \kappa_\Omega m$.

Чтобы получить историческую формулу $\Delta|R| \cdot \Delta \text{Dim}(R) \geq \varepsilon \|R\|^3$, необходимо отдельно доказать:

(i) что $\Delta|R|$ совпадает с e_S или e_R ; (ii) что ΔDim совпадает с e_D ; (iii) что выбран масштаб $m = \|R\|^3$; (iv) что существует положительная нижняя константа ε_- , а не только верхняя ε_+ .

10. Исправление исходной количественной аргументации

10.1. Supremum и направление оценки

В исходной редакции использовано

$$\varepsilon_+ = \sup_{\{x,y,z\}} \|K(x,y,z)\| / (\|x\| \|y\| \|z\|).$$

Из этого определения следует верхняя оценка $\|K(x,y,z)\| \leq \varepsilon_+ \|x\| \|y\| \|z\|$. Нижняя оценка с тем же ε_+ логически не следует. Для положительной нижней границы нужна ограниченная область Ω и величина

$$\varepsilon_- = \inf_{\{u \in \Omega\}} \|K(u)\| / m(u) > 0.$$

10.2. Норма результата может не видеть ассоциатор

Обратное неравенство треугольника даёт $\|r_L - r_R\| \leq \|r_L - r\| + \|r - r_R\| = \|K\|$, а не нижнюю оценку. Более того, в октонионах норма мультипликативна: $\|(xy)z\| = \|x(yz)\| = \|x\|\|y\|\|z\|$, хотя ассоциатор для некоторых троек ненулевой. Поэтому «размер = норма результата» не обеспечивает $\Delta_S > 0$. Строгая базовая версия должна использовать полносостояний разрыв $\|K\|$ либо заранее выбранную разделяющую наблюдаемую.

10.3. Категориальная формула

Фраза «не существует естественного преобразования между функторами S и D» сама по себе не равносильна запрету совместного восстановления. Для строгого категориального варианта зададим категории и точный объект по-го.

Пусть $\mathcal{E}$ — категория раскрытых структурных состояний, $\mathcal{X}$ — категория доступных оценивателю ветвь-слепых данных, $\mathcal{Y}$ — категория истинных выходов. В минимальной реализации $\mathcal{E}$ и $\mathcal{X}$ можно считать дискретными: $\text{Obj}(\mathcal{E}) = \Omega \times \{b_L, b_R\}$, $\text{Obj}(\mathcal{X}) = \Omega$. Забывающий функтор $P: \mathcal{E} \rightarrow \mathcal{X}$ задаётся $P(u, b) = u$. Для полносостояний версии введём truth-функтор $T_R: \mathcal{E} \rightarrow \mathcal{Y}_R$, $T_R(u, b) = (r_b(u), \mathfrak{D}(b))$; для скалярной версии $T_S(u, b) = (S(r_b(u)), \mathfrak{D}(b))$.

Теорема 10.3.1 (PO-9-F, factorization no-go). Если существуют $e_L, e_R \in \text{Obj}(\mathcal{E})$, для которых $P(e_L) = P(e_R)$, но $T(e_L) \neq T(e_R)$, то не существует ветвь-слепого функтора $H: \mathcal{X} \rightarrow \mathcal{Y}$ такого, что $T = H \circ P$.

Доказательство. При $T = H \circ P$ из $P(e_L) = P(e_R)$ следовало бы $T(e_L) = H(P(e_L)) = H(P(e_R)) = T(e_R)$, противоречие. $\square$

Для ПН.2 берутся $e_L = (u, b_L)$, $e_R = (u, b_R)$. Тогда $P(e_L) = P(e_R) = u$. Если $K(u) = r_L(u) - r_R(u) \neq 0$ и/или $\Delta_D = |\mathfrak{D}(b_L) - \mathfrak{D}(b_R)| > 0$, соответствующий truth-функтор различает две скрытые ветви, поэтому точное совместное восстановление не факторизуется через P. Теорема 10.3.1 является нулево-ошибочным структурным no-go; количественную метрическую границу даёт Теорема 7.1.

Следствие 10.3.2 (PO-9-S, отсутствие совместимой функториальной секции). Не существует функтора $\sigma: \mathcal{X} \rightarrow \mathcal{E}$, одновременно удовлетворяющего $P \circ \sigma = \text{Id}_{\mathcal{X}}$ и $T \circ \sigma \circ P = T$. Иначе $H = T \circ \sigma$ дал бы запрещённую факторизацию $T = H \circ P$. $\square$

Статус. Этот результат закрывает PO-9 только на уровне абстрактной категориальной модели скрытой структурной альтернативы. Он не закрывает PO-1–PO-8 и PO-10, не определяет физическую $R \star R$, не доказывает F-1–F-14 и не устанавливает связь ПН.2 с $\hbar$, Robertson–Schrödinger или Ozawa.

11. Следствия

- Если $K(u) \neq 0$ и $\Delta_D > 0$, полносостояний, не знающий b оценщик не может иметь одновременно $e_R = 0$ и $e_D = 0$.
- В ассоциативном пределе $K \rightarrow 0$ доказанная граница непрерывно вырождается в ноль.
- Положительная универсальная k невозможна на области, содержащей точки с $K=0$, если не введены дополнительные ограничения.
- Для любой разделяющей семьи линейных функционалов в конечномерном нормированном пространстве существует наблюдаемая, обнаруживающая ненулевой K ; однако одна заранее фиксированная скалярная наблюдаемая может его не обнаружить.
- ПН.2-S является задачей статистического/детерминированного различения двух скрытых структурных альтернатив. Она не совпадает автоматически с квантовой неопределённостью некоммутирующих операторов.
- Формула ПН.2-R предоставляет строгий математический каркас, внутри которого конкретная алгебра $R \star R$ должна дать вычислимые K , $\mathfrak{D}$, Ω и k_Ω .

12. Доказательные обязательства для полной теории ПН.2

PO-1. Алгебра $R \star R$. Задать носитель, поле, базис, таблицу умножения или структурные константы; указать единицу, инволюцию, норму и область определения.

PO-2. Согласованность. Проверить билинейность, замкнутость, нулевые делители, непрерывность умножения и существование всех используемых операторов.

PO-3. Ненулевой ассоциатор. Вычислить K на явных тройках и классифицировать ассоциативные/неассоциативные сектора.

PO-4. Структурная координата $\mathfrak{D}$. Определить $\mathfrak{D}$ так, чтобы $\Delta_D > 0$; доказать инвариантность относительно допустимых переобозначений и физический смысл единицы $\mathfrak{D}$.

PO-5. Наблюдаемая размера. Выбрать S и доказать s -разделение либо использовать полносостояний метрический вариант. Норма без дополнительной гипотезы недостаточна.

PO-6. Измерительная модель. Описать, почему b скрыт, какие данные получает оценщик, какие оценки разрешены и как связаны e_S, e_D с экспериментальными ошибками.

PO-7. Равномерная константа. Выбрать нормированную Ω и доказать $\varepsilon_- \rightarrow 0$; отдельно исследовать границу Ω и вырожденные сектора.

PO-8. Размерностная согласованность. Указать физические размерности S , $\mathfrak{D}$, K , m и k ; не отождествлять без калибровки безразмерную структурную координату с физической размерностью пространства.

PO-9. Категориальная версия. Статус: закрыто на уровне абстрактной категориальной модели скрытой структурной альтернативы Теоремой 10.3.1 (factorization no-go) и Следствием 10.3.2 об отсутствии T -совместимой функториальной секции. Закрытие не переносится на физическую $R \star R$ и не закрывает PO-1–PO-8 и PO-10.

PO-10. Связь с ПН.1. Построить представление ρ в гильбертовом пространстве, определить плотно заданные самосопряжённые X, P и доказать коммутаторное соотношение и доменные условия.

PO-11. Примеры и контрпримеры. Дать минимум: ассоциативный нулевой пример; неассоциативный пример с $\Delta_S = 0$; пример с s -разделением; пример с положительной ε_- на компактной Ω . Статус: закрыто Приложением А (четыре явные конструкции с полными вычислениями).

PO-12. Независимая воспроизводимость. Статус: закрыто Приложением В и вычислимым сертификатом PN2-PO12-A2-v1.0 для алгебр $\mathbb{R}$ и $\mathcal{A}_2$ и четырёх примеров А.1–А.4: опубликованы структурные константы, точный код, тестовый набор, таблица значений и SHA-256. Закрытие относится к абстрактному теоремному пакету; перенос сертификата на авторскую физическую алгебру $R \star R$ остаётся зависимым от PO-1–PO-8 и PO-10.

13. Отдельный реестр физических утверждений, требующих независимой проверки

Ни одно из следующих утверждений не является следствием теоремы 7.1 без дополнительных математических мостов и экспериментальных данных.

F-1. Онтология времени. $R \star R$ является физической алгеброй времени, а не только математической моделью.

F-2. Фундаментальность. ПН.2 фундаментальнее принципа Робертсона—Гейзенберга или принципа «шум—возмущение».

F-3. Импликация ПН.2 $\Rightarrow$ ПН.1. Квантовая неопределённость выводится из ассоциатора через представление ρ .

F-4. Калибровка $\hbar$. Существует физически обоснованный режим $\|K\| \sim \hbar$ с правильными единицами и коэффициентом.

F-5. Индуцированный коммутатор. Выражение $[x,y]_z := K(x,y,z)$ после представления задаёт допустимый операторный коммутатор; требуется проверить билинейность, антисимметрию, тождество Якоби/его замену и домены операторов.

F-6. Семикомпонентное время. Семь объектов $R \star R$ образуют внутреннюю многокомпонентную структуру времени.

F-7. ФОС и В*П. Фундаментальная опорная связность и модель $\text{Время} \star \text{Пространство}$ имеют наблюдаемую физическую реализацию; пространство является слоевой проекцией, а пространство Минковского—Эйнштейна — сечением.

F-8. Оператор хода времени. Иерархия $A \succ H_{px} \succ R_3 \succ R_2 \succ R_1 \succ \{\hbar, i\hbar\}$, оператор $T = \sum \pi_{\{i+1 \rightarrow i\}}$ и уравнение $dR/dt = T(R)$ описывают физический ход времени.

F-9. Монотонность сложности. Для физически определённого $C(R) = \sum w_i \text{Dim}_i(R)$ выполняется $dC/dt \geq 0$.

F-10. Динамика ассоциатора. Уравнение $\nabla_T K = J_T$ является корректным ковариантным полевым уравнением и имеет определённые источники, размерности и вариационный принцип.

F-11. Ранняя Вселенная. Из динамики K следует максимальная начальная когерентность или иной наблюдаемый космологический режим.

F-12. Локализация в материи. Ассоциатор физически локализуется в материи и порождает измеримые эффекты.

F-13. Конечная ветвь наблюдателя. Структурная вложенность, доступная наблюдателю, физически конечна.

F-14. Гравитация и космология. ПН.2 даёт проверяемые поправки к ОТО/квантовой теории, устраняет сингулярности или объясняет тёмный сектор.

Минимальный стандарт независимой проверки для F-1—F-14: операциональное определение наблюдаемых; единицы измерения; нулевая модель; заранее зарегистрированный критерий различения; оценка неопределённости; открытые данные/код; воспроизведение независимой группой.

14. Отношение к ПН.1 и корректная терминология

Соотношение Робертсона для самосопряжённых операторов A, B и состояния ψ имеет вид $\sigma_A \sigma_B \geq \frac{1}{2} |\langle [A, B] \rangle|$ при выполнении доменных условий. Оно относится к дисперсиям квантовых наблюдаемых в состоянии. Теорема 7.1 относится к минимаксной ошибке восстановления при скрытой структурной альтернативе. Общим является мотив нижней границы, но математические объекты и типы ошибок различны. Поэтому запись

«ПН.2 $\Rightarrow$ ПН.1» в настоящей редакции имеет статус исследовательской гипотезы до выполнения РО-10.

15. Рекомендуемая публикационная формула

Краткая доказанная формулировка для аннотации:

«Для двух скрытых допустимых расстановок скобок в нормированной неассоциативной алгебре введены ошибки единого оценителя результата и структурно-размерностной координаты. Доказано, что их произведение не меньше одной четверти произведения нормы ассоциатора на разрыв структурной координаты. Универсальная положительная константа существует лишь на области с доказанной равномерной нижней границей ассоциатора».

Краткая авторская атрибуция:

«Принцип неопределённости ПН.2 Курпишева (Курпишев И. Б., Калининград, 2026)».

Запрещённая до выполнения обязательств формула статуса:

Не следует писать «доказан новый универсальный физический принцип, более сильный, чем принцип Гейзенберга». Допустимо: «предложена математическая модель структурной неопределённости; доказана минимаксная теорема внутри модели; физические мосты сформулированы как проверяемые гипотезы».

16. Библиография и контрольные источники

1. Robertson, H. P. The Uncertainty Principle. *Physical Review* 34 (1929), 163–164. DOI: 10.1103/PhysRev.34.163.
2. Schrödinger, E. Zum Heisenbergschen Unschärfeprinzip. *Sitzungsberichte der Preussischen Akademie der Wissenschaften, Physikalisch-mathematische Klasse* (1930), 296–303.
3. Ozawa, M. Universally valid reformulation of the Heisenberg uncertainty principle on noise and disturbance in measurement. *Physical Review A* 67 (2003), 042105. DOI: 10.1103/PhysRevA.67.042105.
4. Schafer, R. D. *An Introduction to Nonassociative Algebras*. Academic Press, 1966.
5. Baez, J. C. The Octonions. *Bulletin of the American Mathematical Society* 39 (2002), 145–205. DOI: 10.1090/S0273-0979-01-00934-X; arXiv:math/0105155.
6. Mac Lane, S. *Categories for the Working Mathematician*. 2nd ed., Springer, 1998.
7. Курпишев И. Б. Авторская формулировка принципа неопределённости Курпишева (ПН.2). Рабочая статья v0.2, 2026. Источник согласования: Google Drive.

17. Контроль целостности редакции

- Авторская идея «неассоциативность — структурная вложенность — невозможность совместной точной фиксации» сохранена.
- Исторические формулы сохранены и явно промаркированы как условные, если их прежнее доказательство недостаточно.
- Обозначения согласованы с заморозкой: $R \star R$ — ассоциаторный объект; $\odot/\text{lor}$ — базовая операция; $\backslash \text{Hodge}$ — звезда Ходжа.
- Математическая теорема отделена от физической интерпретации.
- Ни одно физическое утверждение не повышено до статуса доказанного без независимой проверки.

Приложение А. Явные примеры и контрпримеры к РО-11

А.0. Область утверждения и общие соглашения

Настоящее приложение закрывает РО-11 внутри абстрактной модели теоремы 7.1. Оно не отождествляет используемые ниже вспомогательные алгебры с авторским физическим объектом $R \star R$ и не придаёт структурной координате физический смысл без выполнения РО-4, РО-6 и РО-8.

Во всех четырёх случаях $B = \{b_L, b_R\}$, где $b_L(x, y, z) = (x \odot y) \odot z$ и $b_R(x, y, z) = x \odot (y \odot z)$. Зададим подписанную протокольную координату

$$\mathfrak{D}(b_L) = -1/2, \quad \mathfrak{D}(b_R) = +1/2.$$

Следовательно,

$$\Delta_D = |\mathfrak{D}(b_L) - \mathfrak{D}(b_R)| = 1.$$

Для единого оценителя минимаксной оценкой этой координаты служит $\hat{d}^* = 0$, и

$$e_D(u; \hat{d}^*) = \max\{|0 + 1/2|, |0 - 1/2|\} = 1/2.$$

Перестановка названий b_L и b_R меняет знак $\mathfrak{D}$, но сохраняет Δ_D и все границы ПН.2. Здесь $\mathfrak{D}$ является только различающей координатой двух протоколов; она не объявляется физической размерностью пространства.

В случаях А.2–А.4 используется одна и та же явно заданная конечномерная неунитальная вещественная алгебра $\mathcal{A}_2 = \mathbb{R}^2$ с базисом $e_1 = (1, 0)$, $e_2 = (0, 1)$. Таблица умножения:

$$e_1 \odot e_1 = e_2, \quad e_2 \odot e_1 = e_2, \quad e_1 \odot e_2 = -e_2, \quad e_2 \odot e_2 = 0.$$

Эквивалентно, для $x=(\alpha,\beta)$, $y=(\gamma,\delta)$

$$x \odot y = (0, \alpha\gamma + \beta\gamma - \alpha\delta).$$

Операция билинейна и замкнута. Введём норму

$$\|(\alpha,\beta)\| = 2\sqrt{(\alpha^2 + \beta^2)}.$$

Она субмультипликативна. Действительно, если

$$M = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix},$$

то $\alpha\gamma + \beta\gamma - \alpha\delta = (\alpha,\beta)M(\gamma,\delta)^T$ и $\|M\|_2 \leq \|M\|_F = \sqrt{3}$. Поэтому

$$\|x \odot y\| = 2|(\alpha,\beta)M(\gamma,\delta)^T|$$

$$\leq 2\sqrt{3} \cdot \sqrt{(\alpha^2 + \beta^2)} \sqrt{(\gamma^2 + \delta^2)}$$

$$\leq 4\sqrt{(\alpha^2 + \beta^2)} \sqrt{(\gamma^2 + \delta^2)}$$

$$= \|x\| \|y\|.$$

Следовательно, умножение непрерывно; полнота следует из конечномерности. Единица для A_1 не требуется. При необходимости можно выполнить стандартную унитаризацию, не изменяя вычислений ассоциатора на идеале $\mathcal{A}_2$.

A.1. Случай I: ассоциативный нулевой пример

Алгебра, операция и норма. Пусть $\mathcal{A} = \mathbb{R}$, $x \odot y = xy$ и $\|x\| = |x|$. Это ассоциативная унитарная нормированная алгебра.

Выбранная тройка. Возьмём $u = (1, 2, 3)$. Тогда

$$r_L(u) = (1 \cdot 2) \cdot 3 = 6,$$

$$r_R(u) = 1 \cdot (2 \cdot 3) = 6,$$

$$K(u) = r_L(u) - r_R(u) = 0,$$

$$\Delta_R(u) = \|K(u)\| = 0.$$

Структурная координата. Используем $\mathfrak{D}(b_L) = -1/2$, $\mathfrak{D}(b_R) = +1/2$; поэтому $\Delta_D = 1$.

Наблюдаемая. Положим $S(t) = |t|$. Тогда

$$S(r_L) = S(r_R) = 6, \quad \Delta_S(u) = 0.$$

Ошибки и проверка границ. Для $\hat{s}^*=6$, $\hat{d}^*=0$ и $\hat{r}^*=6$ имеем

$$e_S(u; \hat{s}^*)=0, \quad e_D(u; \hat{d}^*)=1/2, \quad e_R(u; \hat{r}^*)=0.$$

Следовательно,

$$e_S e_D=0=(1/4)\Delta_S \Delta_D,$$

$$e_R e_D=0=(1/4)\|K\|\Delta_D.$$

Точный статус. Это строгий контрпример к любой безусловной положительной нижней границе на области, содержащей ассоциативную точку. Он не опровергает теорему 7.1: обе её правые части здесь равны нулю. Пример подтверждает необходимость исключать $K=0$ при утверждении $\varepsilon_- \rightarrow 0$.

A.2. Случай II: неассоциативный пример с $\Delta_S=0$

Алгебра, операция и норма. Используем $\mathcal{A}_2$, операцию $\odot$ и норму $\|(\alpha, \beta)\|=2\sqrt{(\alpha^2+\beta^2)}$, заданные в A.0.

Выбранная тройка. Пусть $u=(e_1, e_1, e_1)$. По таблице умножения

$$r_L(u)=(e_1 \odot e_1) \odot e_1 = e_2 \odot e_1 = e_2,$$

$$r_R(u)=e_1 \odot (e_1 \odot e_1) = e_1 \odot e_2 = -e_2.$$

Отсюда

$$K(u)=e_2 - (-e_2) = 2e_2 \neq 0,$$

$$\|K(u)\|=\|2e_2\|=4.$$

Таким образом, тройка действительно неассоциативна.

Структурная координата. $\mathfrak{D}(b_L)=-1/2$, $\mathfrak{D}(b_R)=+1/2$ и $\Delta_D=1$.

Наблюдаемая. Выберем естественную, но неразделяющую наблюдаемую $S(v)=\|v\|$. Тогда

$$S(r_L)=\|e_2\|=2,$$

$$S(r_R)=\|-e_2\|=2,$$

$$\Delta_S(u) = |2-2| = 0,$$

несмотря на $K(u) \neq 0$.

Ошибки и проверка границ. Для $\hat{s}^* = 2$ и $\hat{d}^* = 0$

$$e_S(u; \hat{s}^*) = 0, \quad e_D(u; \hat{d}^*) = 1/2,$$

поэтому

$$e_S e_D = 0 = (1/4) \Delta_S \Delta_D.$$

Положительная скалярная граница невозможна. Условие с-разделения не выполнено ни для какого $c > 0$ в точке u , поскольку $0 = \Delta_S(u) < c \|K(u)\| = 4c$.

Полносостояний вариант остаётся невырожденным. Для $\hat{r}^* = 0$

$$e_R(u; \hat{r}^*) = \max\{\|e_2\|, \| -e_2 \| \} = 2,$$

и потому

$$e_R e_D = 2 \cdot (1/2) = 1 = (1/4) \cdot 4 \cdot 1 = (1/4) \|K(u)\| \Delta_D.$$

Точный статус. Это строгий контрпример к замене полносостояний разрыва $\|K\|$ разностью норм результатов. Одновременно он демонстрирует точность PN.2-R. Пример закрывает вторую часть PO-11, но не превращает норму в физическую наблюдаемую и не повышает физический статус ПН.2.

А.3. Случай III: пример с доказанным с-разделением

Алгебра, операция и норма. Снова используем $\mathcal{A}_2$ из А.0.

Наблюдаемая и глобальное разделение. Определим линейную наблюдаемую

$$S(\alpha e_1 + \beta e_2) = 2\beta.$$

Для любых $x, y, z \in \mathcal{A}_2$ оба скобочных результата принадлежат $\mathbb{R}e_2$, поэтому $K(x, y, z) = ke_2$ для некоторого $k \in \mathbb{R}$. Линейность S даёт

$$\Delta_S(x, y, z) = |S(r_L) - S(r_R)|$$

$$= |S(K)| = |2k|.$$

Но $\|K\| = \|ke_2\| = 2|k|$. Следовательно,

$$\Delta_S(x,y,z)=\|K(x,y,z)\|$$

для всех $(x,y,z) \in \mathbb{A}_2^3$. Значит, S является s -разделяющей на $\Omega_s = \mathbb{A}_2^3$ с точной константой $s=1$. Константа больше 1 невозможна на любой точке с $K \neq 0$.

Выбранная тройка. Возьмём $u=(e_1, 2e_1, 3e_1)$. Тогда

$$e_1 \odot 2e_1 = 2e_2, \quad 2e_2 \odot 3e_1 = 6e_2,$$

$$2e_1 \odot 3e_1 = 6e_2, \quad e_1 \odot 6e_2 = -6e_2.$$

Поэтому

$$r_L(u) = 6e_2, \quad r_R(u) = -6e_2,$$

$$K(u) = 12e_2, \quad \|K(u)\| = 24.$$

Значения наблюдаемой:

$$S(r_L) = 12, \quad S(r_R) = -12,$$

$$\Delta_S(u) = 24 = \|K(u)\|.$$

Структурная координата. $\mathfrak{D}(b_L) = -1/2$, $\mathfrak{D}(b_R) = +1/2$ и $\Delta_D = 1$.

Ошибки и проверка границ. Мидпойнт-оценки $\hat{s}^* = 0$, $\hat{d}^* = 0$ и $\hat{r}^* = 0$ дают

$$e_S(u; \hat{s}^*) = 12, \quad e_D(u; \hat{d}^*) = 1/2, \quad e_R(u; \hat{r}^*) = 12.$$

Следовательно,

$$e_S e_D = 12 \cdot (1/2) = 6$$

$$= (c/4) \|K(u)\| \Delta_D$$

$$= (1/4) \cdot 24 \cdot 1 = 6.$$

Также

$$e_R e_D = 12 \cdot (1/2) = 6$$

$$= (1/4) \|K(u)\| \Delta_D.$$

Обе минимаксные границы достигаются точно.

Точный статус. Доказано глобальное s -разделение с $s=1$ для конкретной наблюдаемой и конкретной вспомогательной алгебры. Это завершает третью часть РО-11 и показывает,

что коэффициент $1/4$ в теореме 7.1 в общем случае улучшить нельзя. Физической интерпретации S это вычисление не устанавливает.

А.4. Случай IV: положительная нижняя граница ε_- на явной компактной области

Алгебра, операция, норма и наблюдаемая. Используем $\mathcal{A}_2$, ту же норму и $S(\alpha e_1 + \beta e_2) = 2\beta$; по А.3 эта S является 1-разделяющей.

Компактная область. Для

$$x=(a,b), \quad y=(p,q), \quad z=(r,s)$$

зададим

$$\Omega = \{((a,b),(p,q),(r,s)): a,p,r \in [1,2], b,q,s \in [-1/4, 1/4]\} \subset \mathcal{A}_2^3.$$

Это замкнутый и ограниченный параллелепипед в $\mathbb{R}^6$, следовательно, компакт по теореме Гейне—Бореля. Он имеет непустую внутренность в $\mathcal{A}_2^3$.

Полное вычисление ассоциатора. Имеем

$$x \circ y = (0, p(a+b) - aq),$$

$$(x \circ y) \circ z = (0, r[p(a+b) - aq]),$$

$$y \circ z = (0, pr + qr - ps),$$

$$x \circ (y \circ z) = (0, -a[pr + qr - ps]).$$

Поэтому

$$K(x,y,z)$$

$$= (0, r[p(a+b) - aq] + a[pr + qr - ps])$$

$$= (0, 2apr + bpr - aps)$$

$$= (0, p[(2a+b)r - as]).$$

Параметр q сокращается тождественно.

Точная нижняя грань. На Ω выражение

$$g(a,b,r,s) = (2a+b)r - as = a(2r-s) + br$$

положительно. Его минимум находится последовательно:

при фиксированных остальных переменных g возрастает по a , поскольку $2r-s \geq 7/4 > 0$;

g возрастает по b , поскольку $r > 0$;

g убывает по s , поскольку $-a < 0$.

Следовательно, минимум достигается при $a=1$, $b=-1/4$, $s=1/4$. После подстановки

$$g = 2r - 1/4 - r/4 = (7/4)r - 1/4,$$

что возрастает по r , поэтому $r=1$ и

$$\min g = 7/4 - 1/4 = 3/2.$$

Так как $p \in [1, 2]$ и $g > 0$, минимум $p \cdot g$ достигается при $p=1$. Отсюда

$$\inf_{\{u \in \Omega\}} \|K(u)\|$$

$$= 2 \cdot \inf_{\{u \in \Omega\}} p \cdot g$$

$$= 2 \cdot (3/2) = 3.$$

Для масштаба $m(u) \equiv 1$ получаем точную положительную константу

$$\varepsilon_- = \inf_{\{u \in \Omega\}} \|K(u)\|/m(u) = 3 > 0.$$

Таким образом, Ω является равномерной ПН.2-областью.

Дополнительная нормированная оценка. Если выбрать $m_{\times}(u) = \|x\| \|y\| \|z\|$, то на Ω

$$\|x\|, \|y\|, \|z\| \leq 2\sqrt{(4+1/16)} = \sqrt{65}/2,$$

$$m_{\times}(u) \leq 65\sqrt{65}/8.$$

Поэтому сертифицирована, хотя не утверждается как оптимальная, граница

$$\|K(u)\|/m_{\times}(u) \geq 3/(65\sqrt{65}/8) = 24/(65\sqrt{65}) > 0.$$

Тройка, достигающая ε_- . Возьмём

$$u_{\times} = (e_1 - (1/4)e_2, e_1, e_1 + (1/4)e_2);$$

то есть $a=p=r=1$, $b=-1/4$, $q=0$, $s=1/4$. Тогда

$$(e_1 - (1/4)e_2) \odot e_1 = (3/4)e_2,$$

$$r_L(u_{\times}) = ((3/4)e_2) \odot (e_1 + (1/4)e_2) = (3/4)e_2,$$

$$e_1 \odot (e_1 + (1/4)e_2) = (3/4)e_2,$$

$$r_R(u_{\times}) = (e_1 - (1/4)e_2) \odot ((3/4)e_2) = -(3/4)e_2.$$

Следовательно,

$$K(u_*) = (3/2)e_2, \quad \|K(u_*)\| = 3 = \varepsilon_- m(u_*).$$

Для S имеем

$$S(r_L) = 3/2, \quad S(r_R) = -3/2, \quad \Delta_S(u_*) = 3.$$

Структурная координата. $\mathfrak{D}(b_L) = -1/2$, $\mathfrak{D}(b_R) = +1/2$ и $\Delta_D = 1$.

Ошибки и равномерная граница. Для $\hat{s}^* = 0$, $\hat{d}^* = 0$ и $\hat{r}^* = 0$

$$e_S(u_*; \hat{s}^*) = 3/2, \quad e_D(u_*; \hat{d}^*) = 1/2, \quad e_R(u_*; \hat{r}^*) = 3/2.$$

Поэтому

$$e_S e_D = (3/2)(1/2) = 3/4$$

$$= (c\varepsilon_- \Delta_D/4) m(u_*)$$

$$= (1 \cdot 3 \cdot 1/4) \cdot 1,$$

и

$$e_R e_D = 3/4$$

$$= (\varepsilon_- \Delta_D/4) m(u_*).$$

На произвольной $u \in \Omega$ теорема 7.1 и $\|K(u)\| \geq 3$ дают

$$e_R(u; \hat{r}) e_D(u; \hat{d}) \geq 3/4,$$

$$e_S(u; \hat{s}) e_D(u; \hat{d}) \geq 3/4,$$

причём вторая оценка использует $c=1$. Тройка u_* показывает точную достижимость обеих равномерных констант.

Точный статус. Для явно заданной компактной области с непустой внутренностью доказана положительная и точная $\varepsilon_- = 3$ при $m \equiv 1$; дополнительно получена положительная граница для масштаба произведения норм. Это закрывает четвёртую часть РО-11 и даёт конкретную реализацию предпосылки А6, но только для вспомогательной алгебры $\mathcal{A}_2$ и указанной Ω .

А.5. Итоговый статус РО-11

Получены все четыре требуемые конструкции:

- 1) ассоциативный сектор $K=0$, где положительная граница невозможна;
- 2) неассоциативная тройка $K \neq 0$ с $\Delta_S=0$ для $S=\mathbb{I} \cdot \mathbb{I}$;
- 3) наблюдаемая с доказанным глобальным s -разделением и точным $s=1$;
- 4) компактная Ω с точной положительной $\varepsilon_-=3$ при $m \equiv 1$.

Во всех четырёх случаях явно заданы носитель, операция, норма, тройки, K , $\mathfrak{D}$, S , ошибки и статус; во всех невырожденных случаях минимаксные границы достигаются как равенства. Поэтому PO-11 имеет статус «закрыто на уровне абстрактного теоремного пакета ПН.2 v1.0».

Граница статуса. Приложение проверяет логическую непротиворечивость, необходимость гипотез и точность коэффициентов теоремы 7.1. Совместно с Приложением В оно закрывает PO-12 для четырёх вычислимых примеров абстрактного теоремного пакета, но не закрывает PO-1–PO-8 и PO-10 и не переносит сертификат на авторскую алгебру $R \star R$. Оно не доказывает физическую интерпретацию $\mathfrak{D}$ или S , не устанавливает связь с $\mathfrak{h}$ и ПН.1 и не переводит утверждения F-1–F-14 из статуса физических гипотез.

Приложение В. Вычислимый сертификат к PO-12

В.0. Назначение и граница статуса

Настоящее приложение фиксирует воспроизводимый вычислительный сертификат PN2-PO12-A2-v1.0 для алгебры $\mathcal{A}_2$ и всех четырёх примеров Приложения А. Сертификат реализует структурные константы, умножение, ассоциатор K , нормы, протокольную координату $\mathfrak{D}$, наблюдаемые S , ошибки e_S , e_D , e_R , проверки $s=1$ и $\varepsilon_-=3$, а также точные автоматические тесты. Все сертифицируемые равенства вычисляются без округления.

Статус ограничен абстрактной моделью теоремы 7.1. Алгебра $\mathcal{A}_2$ остаётся вспомогательной математической реализацией и не отождествляется с авторским физическим объектом $R \star R$. Приложение не повышает статус ни одного утверждения F-1–F-14.

В.1. Идентификатор и состав сертификата

Идентификатор: PN2-PO12-A2-v1.0.

Архив: pn2_po12_cert_v1.0.zip.

Среда: Python 3.10 или новее; используется только стандартная библиотека.

Состав: pn2_cert.py — вычислительное ядро; test_pn2_cert.py — автоматические тесты; manifest.json — машиночитаемая спецификация; results.json — полный отчёт; values.tsv — таблица «ожидаемо / получено»; SHA256SUMS.txt — контрольные хеши; build_bundle.py — детерминированная пересборка; README_RU.md — инструкция.

В.2. Структурные константы и операция

Для ассоциативного случая А.1 реализована одномерная алгебра $\mathbb{R}$ с $C[1,1,1]=1$.

Для случаев А.2–А.4 реализована $\mathcal{A}_2=\mathbb{R}^2$ с базисом e_1, e_2 и соглашением $e_i \circ e_j = \sum_k C[k,i,j]e_k$. Единственные ненулевые структурные константы:

$$C[2,1,1]=1, \quad C[2,2,1]=1, \quad C[2,1,2]=-1.$$

Все остальные $C[k,i,j]$ равны нулю. Поэтому для $x=(\alpha, \beta)$, $y=(\gamma, \delta)$

$$x \circ y = (0, \alpha\gamma + \beta\gamma - \alpha\delta).$$

Код строит тензор ассоциатора непосредственно из структурных констант:

$$A[m,i,j,k] = \sum_l (C[l,i,j]C[m,l,k] - C[l,j,k]C[m,i,l]).$$

Его единственные ненулевые компоненты:

$$A[2,1,1,1]=2, \quad A[2,2,1,1]=1, \quad A[2,1,1,2]=-1.$$

Следовательно, для $x=(a,b)$, $y=(p,q)$, $z=(r,s)$ вычисление даёт тождество

$$K(x,y,z) = (0, 2apr + bpr - aps) = (0, p[(2a+b)r - as]),$$

причём параметр q сокращается точно.

В.3. Норма, $\mathfrak{D}$, S и ошибки

Норма $\mathcal{A}_2$ реализована формулой $\|(\alpha, \beta)\| = 2\sqrt{(\alpha^2 + \beta^2)}$. Для произвольного рационального вектора сертификат хранит точный квадрат нормы $4(\alpha^2 + \beta^2)$; на образе умножения и ассоциатора, лежащем в $\mathbb{R}e_2$, используется точное значение $\|(0, \beta)\| = 2|\beta|$. Поэтому иррациональные округления не входят в проверяемые равенства.

Зафиксированы $\mathfrak{D}(b_L) = -1/2$, $\mathfrak{D}(b_R) = +1/2$, $\Delta_D = 1$. Для $\hat{d}^* = 0$ автоматически получается $e_D = 1/2$.

Реализованы две наблюдаемые: $S_{\text{norm}}(v) = \|v\|$ для А.2 и $S_{\text{sep}}(\alpha, \beta) = 2\beta$ для А.3–А.4.

Ошибки e_S , e_D и e_R вычисляются непосредственно по определениям 3.3.

Мидпойнт-оценки воспроизводят равенство в минимаксных границах всех невырожденных случаев.

В.4. Таблица ожидаемых и полученных значений

Случай	Ожидаемые значения	Полученные значения	Статус
A.1	$r_L=r_R=(6)$; $K=(0)$; $\ K\ =\Delta_S=e_S=e_R=0$; $e_D=1/2$; границы $0=0$.	$r_L=r_R=(6)$; $K=(0)$; $\ K\ =\Delta_S=e_S=e_R=0$; $e_D=1/2$; границы $0=0$.	PASS
A.2	$r_L=(0,1)$; $r_R=(0,-1)$; $K=(0,2)$; $\ K\ =4$; $\Delta_S=e_S=0$; $e_D=1/2$; $e_R=2$; PN.2-R: $1=1$.	$r_L=(0,1)$; $r_R=(0,-1)$; $K=(0,2)$; $\ K\ =4$; $\Delta_S=e_S=0$; $e_D=1/2$; $e_R=2$; PN.2-R: $1=1$.	PASS
A.3	$r_L=(0,6)$; $r_R=(0,-6)$; $K=(0,12)$; $\ K\ =\Delta_S=24$; $c=1$; $e_S=e_R=12$; $e_D=1/2$; обе границы $6=6$.	$r_L=(0,6)$; $r_R=(0,-6)$; $K=(0,12)$; $\ K\ =\Delta_S=24$; $c=1$; $e_S=e_R=12$; $e_D=1/2$; обе границы $6=6$.	PASS
A.4	$r_L=(0,3/4)$; $r_R=(0,-3/4)$; $K=(0,3/2)$; $\ K\ =\Delta_S=\varepsilon_-=3$; $c=1$; $\kappa_\Omega=3/4$; $e_S=e_R=3/2$; $e_D=1/2$; обе границы $3/4=3/4$.	$r_L=(0,3/4)$; $r_R=(0,-3/4)$; $K=(0,3/2)$; $\ K\ =\Delta_S=\varepsilon_-=3$; $c=1$; $\kappa_\Omega=3/4$; $e_S=e_R=3/2$; $e_D=1/2$; обе границы $3/4=3/4$.	PASS

Обозначение «границы» в таблице означает соответствующие пары левой и правой частей PN.2-S, PN.2-R, PN.2-K или равномерной формы следствия 9.1. Полная построчная таблица всех величин находится в values.tsv и results.json.

B.5. Сертификация $c=1$ и $\varepsilon_-=3$

Поскольку первая координата тензора ассоциатора тождественно равна нулю, $K=ke_2$ для всех троек. Для S_{sep} имеем $\Delta_S=|S_{\text{sep}}(K)|=2|k|=\|K\|$. Следовательно, $c=1$ выполняется тождественно на $\mathcal{A}_2^3$. Случаи A.3 и A.4 имеют $K \neq 0$ и отношение $\Delta_S/\|K\|=1$, поэтому никакая константа $c>1$ на области, содержащей эти точки, невозможна.

Для Ω из A.4 код проверяет точную формулу K и рациональную интервальную оценку:

$$2r-s \geq 7/4, \quad r \geq 1, \quad a \geq 1, \quad b \geq -1/4, \quad p \geq 1,$$

$$g=a(2r-s)+br \geq 7/4-1/4=3/2,$$

$$\|K\|=2pg \geq 3.$$

Точка $u_*= (e_1-(1/4)e_2, e_1, e_1+(1/4)e_2)$ принадлежит замкнутой границе Ω и даёт $\|K(u_*)\|=3$. Поэтому $\varepsilon_-=3$ при $m \equiv 1$ является точной, а $\kappa_\Omega=c\varepsilon_- - \Delta_D/4=3/4$.

Дополнительно перебираются 729 точек рациональной сетки Ω ; на каждой точно проверяются формула K , равенство $\Delta_S=\|K\|$ и граница $\|K\| \geq 3$. Граничный тест с $p=1/2$, лежащий вне Ω , даёт $\|K\|=3/2 < 3$ и тем самым автоматически подтверждает зависимость $\varepsilon_-=3$ от заявленной области.

В.6. Автоматические тесты и воспроизведение

Команды следует выполнять из распакованного каталога pn2_po12_cert_v1.0:

```
python3 pn2_cert.py --report
```

```
python3 -m unittest -v test_pn2_cert.py
```

```
python3 build_bundle.py
```

```
sha256sum -c SHA256SUMS.txt
```

Первая команда пересоздаёт результаты; вторая запускает 11 тестов; третья повторно формирует архив с фиксированными порядком файлов, метаданными и режимом ZIP_STORED; четвёртая проверяет содержимое. Ожидаемые итоги: PASS, затем Ran 11 tests и OK; все строки values.tsv имеют статус PASS.

В.7. Контрольные хеши SHA-256

Архив pn2_po12_cert_v1.0.zip:

bbcb2715a3e5ab7688dfe1ad317a68f23b163ae10915982216111142ce7da2ad.

Файлы внутри архива:

README_RU.md —

4e08346221388e5b70ae64a649ca1146653e6b9df8f608d80a4f4e22a6c0df62;

build_bundle.py —

e75160342cc59a1207fcb62a356c72b455a1c91d4e553564c5a3edde2f8c52cb;

manifest.json — 87c39b11cfb6bbc27659e20e84c914b60851cb4caa481d3056695dca7dcddf69;

pn2_cert.py — 97880a92707f718d0282c87afd6e0d3e291aa7226cc836a0817b1e71d25a0113;

results.json — 2baa4af2480ea6fcfcba0afa3d455ced8b5aa4280d92fb3602c80d532c9dd7b;

test_pn2_cert.py —

51c1b090bb47ada673d711b931be112c63f367d3b39afaafe48a25007d973bcd;

values.tsv — 758aa6a68abd42b98e6f90e8f39c889379cf2aeb847dc345be21c7394f9134f2.

Повторная детерминированная сборка в контрольной среде дала тот же хеш архива.

В.8. Точный реестр доказательного охвата

Сертификат доказывает:

- 1) точную реализацию опубликованных структурных констант, операции и ассоциатора $\mathcal{A}_2$;
- 2) точные ожидаемые значения всех четырёх примеров A.1–A.4;

- 3) $\Delta_D=1$ и минимаксную ошибку $e_D=1/2$ для выбранной протокольной координаты;
- 4) тождественное s -разделение с $s=1$ для $S_{\text{сер}}$ на $\mathcal{A}_2^3$ и точность этой константы при $K \neq 0$;
- 5) точную $\varepsilon_-=3$ и $\kappa_\Omega=3/4$ для указанной компактной Ω при $m \equiv 1$;
- 6) достижимость всех заявленных равенств и зависимость $\varepsilon_-=3$ от области Ω ;
- 7) воспроизводимость результатов стандартной реализацией Python без внешних библиотек.

Сертификат не доказывает:

- 1) что вспомогательная $\mathcal{A}_2$ совпадает с авторской физической алгеброй $R \star R$;
- 2) физический смысл $\mathfrak{D}$, S , s , ε_- или κ_Ω ;
- 3) доказательные обязательства PO-1–PO-8 и PO-10 для $R \star R$;
- 4) связь с $\hbar$, принципом ПН.1, квантовым измерением или экспериментом;
- 5) утверждения F-1–F-14 или универсальность ПН.2 как физического закона.

В.9. Итоговый статус PO-12

PO-12 закрыто на уровне абстрактного теоремного пакета ПН.2 v1.0 и четырёх примеров Приложения А: вычислимый сертификат, исходный код, тестовый набор, ожидаемые и полученные значения, инструкция и контрольные хеши зафиксированы. Расширение сертификата на конкретную авторскую реализацию $R \star R$ требует предварительного закрытия соответствующих PO-1–PO-8 и PO-10 и не считается выполненным настоящим приложением.

Конец канонической редакции v1.0.