

# Реперно-проективная архитектура формульных цепочек: PILOT-01

Финальная двуязычная проверка препринта и плоскость Фано как онтологический барьер

Иван Борисович Курпишев  
Independent Researcher, Kaliningrad  
me@kurpishhev.ru

Точка сборки: RP-MATH-ARCH-037-PILOT01-FINAL-PREPRINT-REVIEW-BILINGUAL-PDF

Основание:  
RP-MATH-ARCH-036-PILOT01-SUBMISSION-README-AND-ARXIV-PACK  
3 мая 2026 г.

## Аннотация

Настоящая статья представляет PILOT-01 как узкий доменный тест программы Reper-Projective Database (RPD). Математический текст моделируется как граф формульных переходов, Reper-узлов, гар-узлов, носителей препятствий и кандидатов в теоремы. Выбранный домен соединяет проективно-гармоническую геометрию, packet incidence, корректную нотацию препятствий и Fano-type projective carriers. В статье строго отделяется классический фон от внутреннего вклада RPD: cross-ratio, projectivization, projective spaces и Fano plane рассматриваются как известные математические объекты; вклад RPD состоит в formula-chain audit, Formula-Chain Obstruction Complex (FCOC), нетривиальном packet-obstruction примере и условной Fano carrier theorem. Плоскость Фано интерпретируется как онтологический барьер: локальные packet-obstruction носители не глобализуются автоматически в  $\mathbb{P}^2(\mathbb{F}_2)$ ; переход через барьер требует явных совместимых карт отождествления.

**Ключевые слова:** Reper-Projective Database; аудит формульных цепочек; проективная геометрия; cross-ratio; плоскость Фано; packet incidence; obstruction carrier; FCOC; detection of theorem candidates.

## Содержание

<b>1 Введение</b>	<b>3</b>
<b>2 Related Work и граница prior-art</b>	<b>3</b>
<b>3 Формальные определения</b>	<b>3</b>
<b>4 Теорема о гар в формульной цепочке</b>	<b>4</b>
<b>5 Корректная ОБ-нотация и projectivization</b>	<b>5</b>
<b>6 FCOC carrier theorem</b>	<b>5</b>

<b>7</b>	<b>Нетривиальное packet obstruction</b>	<b>5</b>
<b>8</b>	<b>Плоскость Фано как онтологический барьер</b>	<b>6</b>
<b>9</b>	<b>Условная Fano carrier theorem</b>	<b>7</b>
<b>10</b>	<b>Граница утверждений и открытые задачи</b>	<b>8</b>
<b>11</b>	<b>Заключение</b>	<b>8</b>
<b>A</b>	<b>Таблица theorem/status</b>	<b>8</b>
<b>B</b>	<b>Граф зависимостей</b>	<b>9</b>

## 1. Введение

Математические тексты содержат не только явные формулы и доказательства, но также скрытые доменные предположения, недостаточно определённые переходы, локальные разрывы и потенциальные theorem candidates. Программа RPD рассматривает такие объекты как граф: источники, формулы, формульные шаги, Rereg-узлы, гар-узлы, носители препятствий и кандидаты в теоремы получают типизированные связи.

PILOT-01 является первой узкой статьёй этой программы. Он сосредоточен на проективно-гармонических формульных цепочках, racket incidence, корректной ОВ-нотации и Fano-type carriers. Цель состоит не в замене классической проективной геометрии, а в построении внутреннего RPD-слоя, который проверяет формульные переходы и отличает обоснованные шаги от переходов с отсутствующим domain или sufficient foundation.

classical known fact  $\neq$  RPD method theorem  $\neq$  internal construction theorem  $\neq$  conditional th

## 2. Related Work и граница prior-art

Cross-ratio и гармоническое значение  $-1$  являются классическими объектами проективной геометрии. PILOT-01 не заявляет новизну cross-ratio. Вклад RPD состоит в использовании Rereg-четвёрки  $(R, I, U; D)$  и правила formula-chain audit, которое запрещает превращать harmonic condition в полностью обоснованный truth-status без admissible domain и sufficient foundation.

Projectivization также является стандартной конструкцией. Проективный объект не совпадает с векторным пространством, из которого он образован. Поэтому используется корректная нотация

$O_{OV}$  vector obstruction carrier,  $\mathbb{P}(O_{OV})$  projectivized obstruction carrier.

Плоскость Фано есть классическая конечная проективная плоскость над  $\mathbb{F}_2$ . В PILOT-01 она используется условно: трёхмерный  $\mathbb{F}_2$ -носитель препятствий проективизуется в  $\mathbb{P}^2(\mathbb{F}_2)$ , а глобальный Fano carrier требует явной identification axiom.

Maurer-Cartan и deformation theory дают внешний аналог для квадратичных obstruction terms и lifting problems. В статье не утверждается, что внутренний FCOC-носитель уже тождественен классическому deformation-theoretic obstruction quotient. Это остаётся открытой задачей.

## 3. Формальные определения

**Определение 3.1** (Formula-chain step). Formula-chain step есть типизированный переход

$$s = (F_i, F_j, \tau, A, \text{Dom}, D),$$

где  $F_i$  и  $F_j$  — formula nodes,  $\tau$  — тип перехода,  $A$  — support set,  $\text{Dom}$  — admissible domain, а  $D$  — sufficient foundation.

**Определение 3.2** (Rereg-четвёрка). Rereg-четвёрка записывается как

$$\text{Rep} = (R, I, U; D),$$

где  $R$  обозначает установленное содержание,  $I$  — invariant или idea,  $U$  — поле возможностей, а  $D$  — sufficient foundation или context.

**Определение 3.3** (Formula-Chain Obstruction Complex). Конечномерный Formula-Chain Obstruction Complex есть трёхчленный комплекс

$$C^0 \xrightarrow{d_0} C^1 \xrightarrow{d_1} C^2$$

с квадратичной картой препятствий  $q_{OB} : C^1 \rightarrow C^2$ . Определим

$$H_{OB} = C^2 / \text{im}(d_1), \quad O_{OB} = \text{span}(\text{im}(\pi \circ q_{OB})) \subseteq H_{OB}.$$

FIG-001. RPD formula-chain audit graph

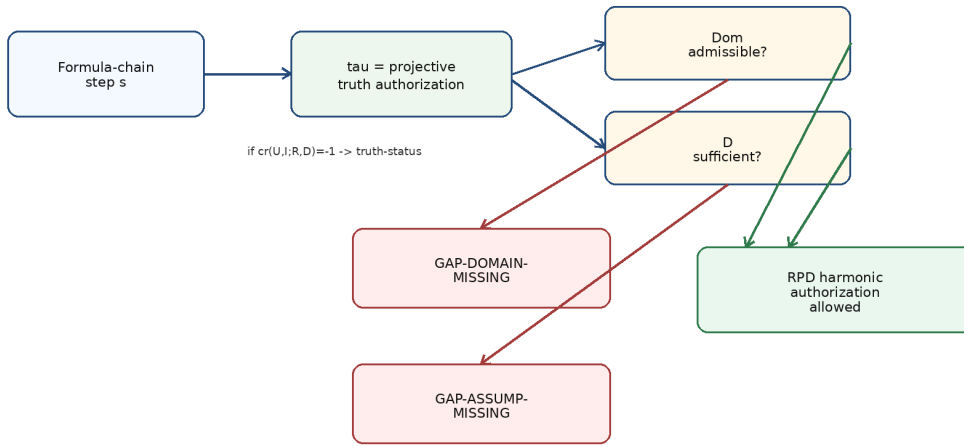


Рис. 1: Граф RPD-аудита формульной цепочки.

## 4. Теорема о гар в формульной цепочке

**Теорема 4.1** (Formula-chain gap theorem). Если шаг формульной цепочки использует projective truth authorization

$$\text{cr}(U, I; R, D) = -1 \implies \text{truth-status}$$

без admissible domain или sufficient foundation  $D$ , то RPD-аудит создаёт GAP-DOMAIN-MISSING или GAP-ASSUMP-MISSING.

*Доказательство.* В RPD-аудите действуют два правила. AUDIT-DOMAIN создаёт GAP-DOMAIN-MISSING, когда domain отсутствует или недопустим. AUDIT-FOUNDATION создаёт GAP-ASSUMP-MISSING, когда  $D$  отсутствует, пуст, неоднозначен или не прикреплен к шагу. Следовательно, при отсутствии хотя бы одного требования создаётся соответствующий gap-node.  $\square$

## 5. Корректная ОВ-нотация и projectivization

**Теорема 5.1** (Projectivization dimension lemma). Пусть  $O$  — ненулевое векторное пространство над полем  $k$  и  $\dim_k O = n + 1$ . Тогда  $\mathbb{P}(O)$  изоморфно  $\mathbb{P}^n(k)$  после выбора базиса.

*Доказательство.* Выбор базиса отождествляет  $O$  с  $k^{n+1}$ . Проективизация даёт  $\mathbb{P}(O) \cong \mathbb{P}(k^{n+1}) = \mathbb{P}^n(k)$ .  $\square$

**Следствие 5.2** (Fano и real projective regimes). Если  $\dim_{\mathbb{F}_2} O_{OB} = 3$ , то  $\mathbb{P}(O_{OB}) = \mathbb{P}^2(\mathbb{F}_2)$ . Если  $\dim_{\mathbb{R}} O_{OB} = 3$ , то  $\mathbb{P}(O_{OB}) = \mathbb{RP}^2$ .

## 6. FCOC carrier theorem

FIG-002. FCOC obstruction carrier scheme

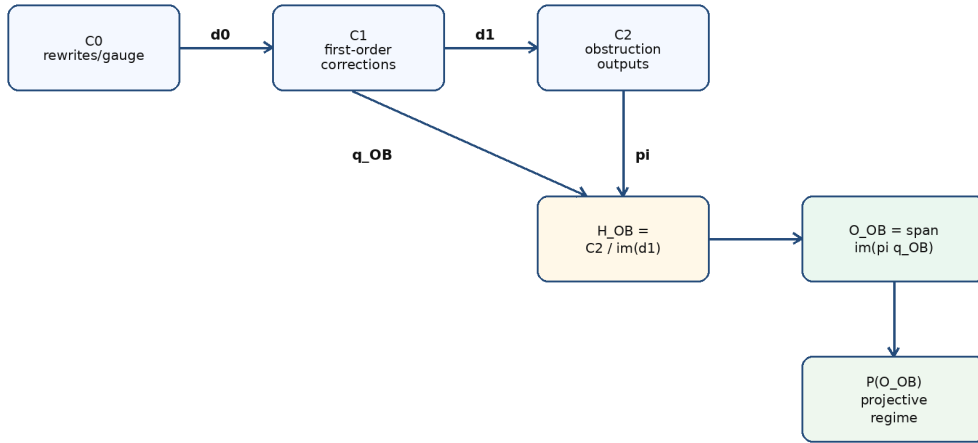


Рис. 2: Схема FCOC obstruction carrier.

**Теорема 6.1** (FCOC carrier theorem). Для конечномерного внутреннего комплекса  $C^0 \rightarrow C^1 \rightarrow C^2$  и  $q_{OB} : C^1 \rightarrow C^2$  quotient  $H_{OB} = C^2 / \text{im}(d_1)$  является векторным пространством, а  $O_{OB} = \text{span}(\text{im}(\pi \circ q_{OB}))$  — его векторным подпространством. Следовательно,  $O_{OB}$  корректно определён как vector obstruction carrier.

*Доказательство.* Так как  $\text{im}(d_1)$  является подпространством  $C^2$ , quotient  $H_{OB}$  является векторным пространством. Образ  $\pi \circ q_{OB}$  является подмножеством  $H_{OB}$ . Линейная оболочка подмножества векторного пространства является векторным подпространством. Значит,  $O_{OB} \subseteq H_{OB}$ .  $\square$

## 7. Нетривиальное packet obstruction

**Теорема 7.1** (Nontrivial packet obstruction). Пусть  $C^1 = k^3$ ,  $C^2 = k^3$ ,  $d_1 = 0$  и

$$q_{OB}(a, b, c) = (ab, bc, ca).$$

Тогда  $O_{OB} = k^3$ .

Доказательство. Так как  $d_1 = 0$ , получаем  $H_{OB} = k^3$ . Вычисления дают

$$q_{OB}(1, 1, 0) = e_1, \quad q_{OB}(0, 1, 1) = e_2, \quad q_{OB}(1, 0, 1) = e_3.$$

Образ  $q_{OB}$  содержит базис  $k^3$ . Поэтому его линейная оболочка равна  $k^3$ , то есть  $O_{OB} = k^3$ .  $\square$

FIG-003. Nontrivial packet obstruction map

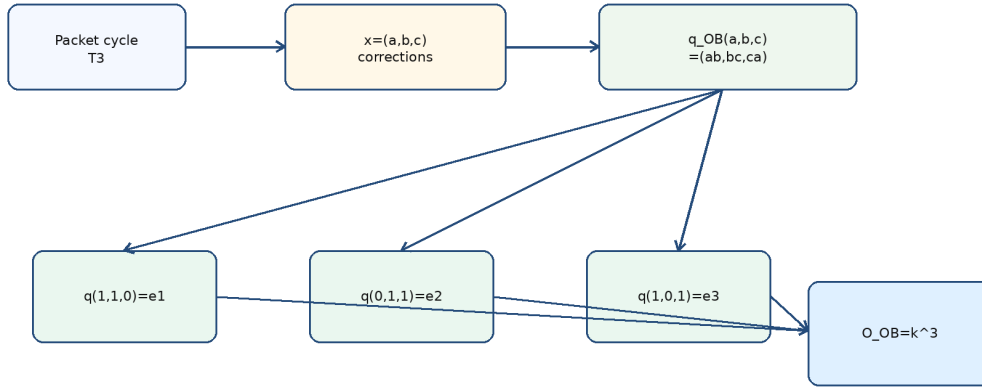


Рис. 3: Нетривиальная packet obstruction map.

## 8. Плоскость Фано как онтологический барьер

В PILOT-01 плоскость Фано используется не просто как конечный projective example. Она выполняет роль онтологического барьера между локальными packet-obstruction носителями и глобальным projective carrier. До барьера семь локальных носителей дают прямую сумму размерности 21. После барьера point-compatible identification maps  $\phi_L : O_L \rightarrow \mathbb{F}_2^3$  позволяют получить identified carrier  $O_{\text{global}}^{\text{id}} \cong \mathbb{F}_2^3$  и  $\mathbb{P}(O_{\text{global}}^{\text{id}}) = \mathbb{P}^2(\mathbb{F}_2)$ .

**Принцип 8.1** (Fano ontological barrier). *Локальные носители  $\{O_L\}_{L \in \text{FanoLines}}$  не задают автоматически global Fano carrier. Честная доглобальная конструкция есть прямая сумма семи локальных трёхмерных носителей, то есть имеет размерность 21. Переход через барьер требует явных point-compatible maps  $\phi_L : O_L \rightarrow \mathbb{F}_2^3$ .*

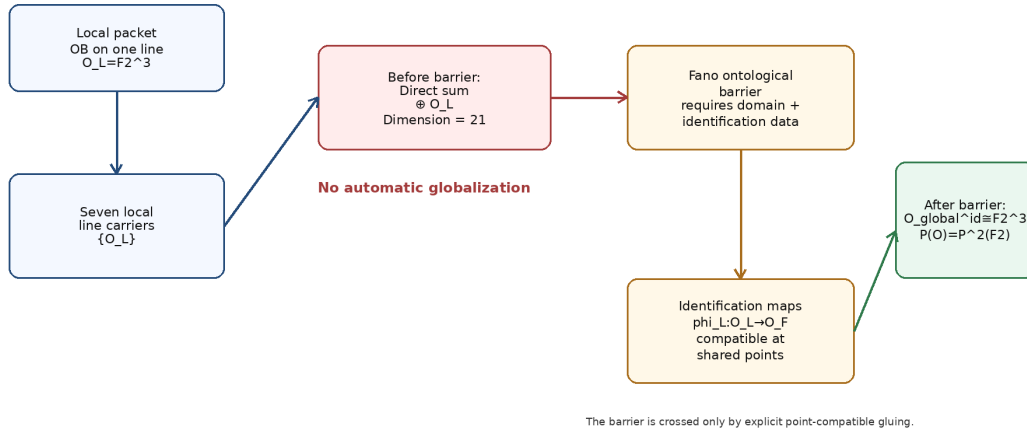


Рис. 4: Плоскость Фано как онтологический барьер между локальными packet-obstruction carriers и global projective carrier.

## 9. Условная Fano carrier theorem

**Теорема 9.1** (Conditional Fano carrier). *При Fano identification axiom локальные line carriers склеиваются point-compatible maps. Quotient/colimit порождается семью ненулевыми векторами  $\mathbb{F}_2^3$ . Поэтому*

$$O_{\text{global}}^{\text{id}} \cong \mathbb{F}_2^3, \quad \mathbb{P}(O_{\text{global}}^{\text{id}}) = \mathbb{P}^2(\mathbb{F}_2).$$

*Доказательство.* Аксиома совместности отождествляет все локальные копии одного и того же Fano point direction. После факторизации по этим отношениям глобальный носитель порождён семью ненулевыми векторами  $\mathbb{F}_2^3$ . Эти векторы порождают  $\mathbb{F}_2^3$ . Проективизация даёт  $\mathbb{P}^2(\mathbb{F}_2)$ .  $\square$

## 10. Граница утверждений и открытые задачи

Reference Verification and Article Claim Boundary

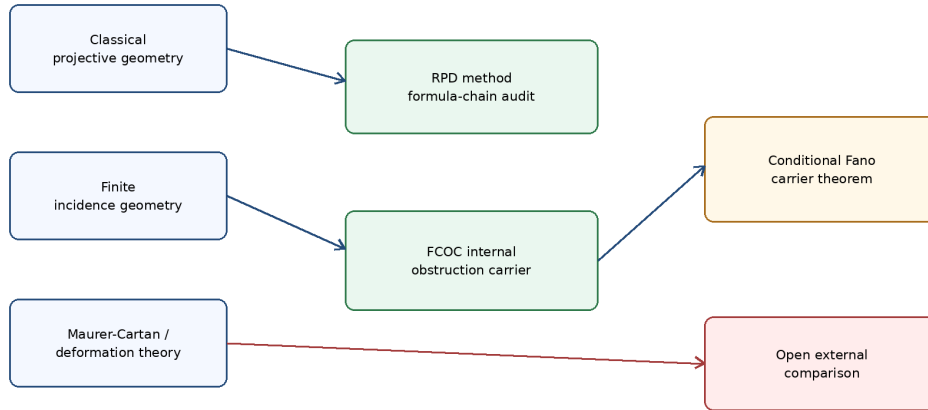


Рис. 5: Граница утверждений: классический фон, внутренние RPD-результаты, условная теорема и открытые кандидаты.

Главные открытые задачи: general packet incidence reflection theorem; natural packet functor, порождающий Fano identification maps; строгое сравнение с Maurer-Cartan/deformation-theoretic obstruction quotients; proof-assistant или executable checker для правил RPD-аудита.

## 11. Заключение

PILOT-01 показывает, что RPD может пересобрать узкий математический домен как цепочку audit, obstruction construction, projectivization, Fano extension и theorem-candidate control. Наиболее устойчивые результаты остаются внутренними или условными: formula-chain gap theorem, FCOC carrier theorem, nontrivial packet obstruction, Fano ontological barrier и conditional Fano carrier theorem. Внешняя deformation-theoretic идентификация сохранена как открытая задача.

### A. Таблица theorem/status

ID	Название	Статус
T-PH-009	Reper harmonic method lemma	method lemma, not classical novelty
T-PH-001	Formula-chain gap theorem	proved inside RPD method
T-PH-002	Projectivization dimension lemma	classical known fact used

ID	Название	Статус
T-PH-003	Fano/RP2 corollaries	conditional on field/dimension
T-PH-004	FCOC carrier theorem	proved inside internal RPD model
T-PH-005	Nontrivial packet OB theorem	proved inside internal RPD model
T-PH-006	Fano local line extension	proved inside internal RPD model
T-PH-007	Fano direct-sum carrier theorem	proved inside internal RPD model
T-PH-012	Fano ontological barrier principle	RPD interpretation and internal boundary principle
T-PH-008	Conditional Fano carrier theorem	conditional on identification axiom
T-PH-010	General packet incidence reflection theorem	open
T-PH-011	External deformation-theoretic OB theorem	open

## В. Граф зависимостей

FIG-005. Article theorem dependency graph

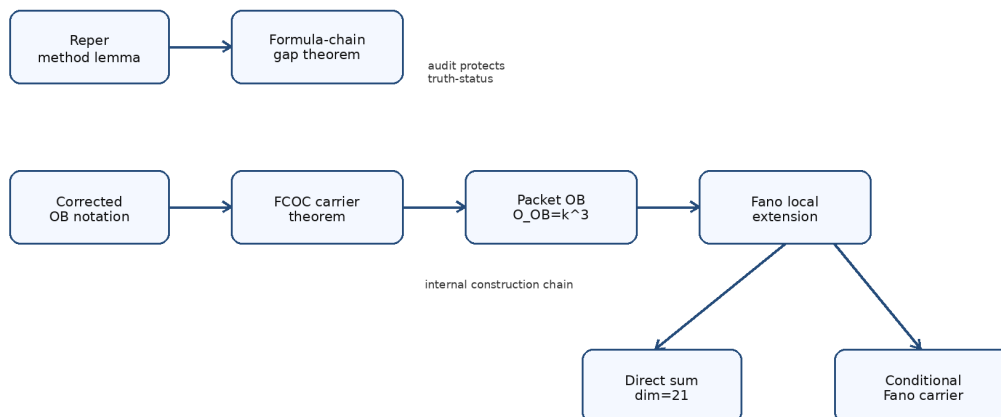


Рис. 6: Граф зависимостей теорем статьи.

## Список литературы

- [1] Encyclopedia of Mathematics. *Cross ratio*. 2013. [https://encyclopediaofmath.org/wiki/Cross\\_ratio](https://encyclopediaofmath.org/wiki/Cross_ratio).

- [2] Encyclopaedia Britannica. *Cross ratio*. 2026. <https://www.britannica.com/science/cross-ratio>.
- [3] Eric W. Weisstein. *Projective Space*. Wolfram MathWorld, 2026. <https://mathworld.wolfram.com/ProjectiveSpace.html>.
- [4] Todd Rowland and Eric W. Weisstein. *Projectivization*. Wolfram MathWorld, 2026. <https://mathworld.wolfram.com/Projectivization.html>.
- [5] Eric W. Weisstein. *Fano Plane*. Wolfram MathWorld, 2026. <https://mathworld.wolfram.com/FanoPlane.html>.
- [6] ProofWiki. *Definition: Fano Plane*. 2016. [https://proofwiki.org/wiki/Definition:Fano\\_Plane](https://proofwiki.org/wiki/Definition:Fano_Plane).
- [7] nLab. *Maurer-Cartan equation*. 2026. <https://ncatlab.org/nlab/show/Maurer-Cartan+equation>.
- [8] nLab. *Deformation theory*. 2026. <https://ncatlab.org/nlab/show/deformation+theory>.
- [9] H. S. M. Coxeter. *Projective Geometry*. University of Toronto Press, 1974. Exact edition metadata should be verified.
- [10] Иван Борисович Курпишев. *KLT/RPD internal corpus: Reper, lambda-truth, RPD/FCOC, and PILOT-01 development sequence*. Internal project corpus, 2026.